

1. 식 $(x^2 - 2x + 6) + (2x^2 - 3x + 4)$ 를 간단히 하면?

① $x^2 - 3x + 10$

② $2x^2 - x + 10$

③ $3x^2 - 5x + 6$

④ $3x^2 - 5x + 10$

⑤ $3x^2 + 5x + 10$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 - 2x + 6) + (2x^2 - 3x + 4) \\ &= x^2 - 2x + 6 + 2x^2 - 3x + 4 \\ &= 3x^2 - 5x + 10 \end{aligned}$$

2. $\frac{4a^2 + 6ab}{a} - \frac{3b^2 - 4ab}{b}$ 를 간단히 하면?

① $3b$

② $8a + 3b$

③ $8a + 9b$

④ $9b$

⑤ $8b - 9b$

해설

$$(\text{준식}) = 4a + 6b - (3b - 4a) = 8a + 3b$$

3. $x = 2, y = -5$ 일 때, $(12x^3y - 15xy^2) \div 3xy$ 의 값은?

① 7

② 13

③ 26

④ 32

⑤ 41

해설

$$\begin{aligned}(12x^3y - 15xy^2) \div 3xy &= 4x^2 - 5y \\ &= 4 \times 2^2 - 5 \times (-5) \\ &= 16 + 25 = 41\end{aligned}$$

4. $A = 3x - 2y$, $B = 2x + y$ 일 때, $2(3A - 2B) - 3(2A - B)$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x + y$

② $-2x - y$

③ $5x - y$

④ $3x - y$

⑤ $x - 3y$

해설

$$2(3A - 2B) - 3(2A - B) = 6A - 4B - 6A + 3B = -B$$

$B = 2x + y$ 이므로 대입하면 $-B = -2x - y$ 이다.

5. $3(2x - y) = 5 + 2x$ 일 때, $2x - 3y + 1$ 을 x 의 식으로 나타내면?

① $-2x - 6$

② $-2x + 6$

③ $-2x - 5$

④ $2x + 4$

⑤ $2x - 4$

해설

$3(2x - y) = 5 + 2x$ 를 y 로 정리하면

$$6x - 3y = 5 + 2x$$

$$3y = 4x - 5$$

$y = \frac{4x - 5}{3}$ 를 주어진 식에 대입하면

$$2x - 3y + 1 = 2x - (4x - 5) + 1$$

$$= 2x - 4x + 5 + 1 = -2x + 6$$

6. 어떤 다항식 A 에서 $-x - 2y + 4$ 를 더하였더니 $4x + y - 3$ 이 되었다.
다항식 A 는?

① $-x + 2y - 7$

② $-x + 3y - 3$

③ $5x - 2y + 4$

④ $5x + 3y - 7$

⑤ $5x + 3y + 7$

해설

$$A + (-x - 2y + 4) = 4x + y - 3 \text{ 이므로}$$

$$A = (4x + y - 3) - (-x - 2y + 4)$$

$$= 4x + y - 3 + x + 2y - 4$$

$$= 5x + 3y - 7$$

7. 다음 조건을 만족할 때, 상수 A, B, C, D, E 의 값이 아닌 것은?

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) = Ax^2 + Bx - 7 \\ \text{㉡ } & \frac{2x^2 - 3x + 1}{2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} = \frac{Cx^2 + Dx + E}{6} \end{aligned}$$

① $A = 1$

② $B = -6$

③ $C = 4$

④ $D = -5$

⑤ $E = 3$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) \\ &= 4x^2 - 12x - 3x^2 + 6x - 7 \\ &= x^2 - 6x - 7 \\ \text{즉, } & Ax^2 + Bx - 7 = x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } & A = 1, B = -6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{㉡ } & \frac{2x^2 - 3x + 1}{2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} \\ &= \frac{3(2x^2 - 3x + 1)}{6} - \frac{2(x^2 - 2x + 3)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3}{6} - \frac{2x^2 - 4x + 6}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - (2x^2 - 4x + 6)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - 2x^2 + 4x - 6}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \\ \text{즉, } & \frac{Cx^2 + Dx + E}{6} = \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $C = 4, D = -5, E = -3$ 이다.

8. 안에 들어갈 가장 간단한 식을 구하여라.

$$3x - \left[7x - \left\{ 6x - 2y - \left(\text{□} + 2y \right) - 4x \right\} \right] = -4y + x$$

▶ 답:

▷ 정답: $-3x$

해설

$$3x - \left[7x - \left\{ 6x - 2y - \left(\text{□} + 2y \right) - 4x \right\} \right] = -4y + x$$

$$3x - 7x + 6x - 2y - \text{□} - 2y - 4x = -4y + x$$

$$-2x - 4y - \text{□} = -4y + x$$

$$\therefore \text{□} = -3x$$

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(a - 3)(b + 7) = ab + 7a - 3b - 21$

② $(2x - y)(3x + 5y) = 6x^2 + 7xy - 5y^2$

③ $(2x + y)(3x + 2y) = 6x^2 + 7xy + 2y^2$

④ $(3a + 4b)(2a - b) = 6a^2 + 5ab - 4b^2$

⑤ $(2x + y)^2 = 4x^2 + 2xy + y^2$

해설

① $(a - 3)(b + 7) = ab + 7a - 3b - 21$

② $(2x - y)(3x + 5y) = 6x^2 + 7xy - 5y^2$

③ $(2x + y)(3x + 2y) = 6x^2 + 7xy + 2y^2$

④ $(3a + 4b)(2a - b) = 6a^2 + 5ab - 4b^2$

⑤ $(2x + y)^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$

10. 다음 중 $(-a + 2b)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

① $-(a - 2b)^2$

② $-(a + 2b)^2$

③ $(-a - 2b)^2$

④ $(a - 2b)^2$

⑤ $(a + 2b)^2$

해설

$$(-a + 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{1} \quad -(a - 2b)^2 = -a^2 + 4ab - 4b^2$$

$$\textcircled{2} \quad -(a + 2b)^2 = -a^2 - 4ab - 4b^2$$

$$\textcircled{3} \quad (-a - 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{4} \quad (a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$$

$$\textcircled{5} \quad (a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 \quad (-a + 2b)^2 = \{-(a - 2b)\}^2 = (a - 2b)^2$$

11. $6\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)$ 를 전개하면?

① $\frac{3}{2}x^2 - 6xy + \frac{2}{3}y^2$

② $\frac{3}{2}x^2 - 3xy - \frac{2}{3}y^2$

③ $\frac{3}{2}x^2 + 12xy + \frac{2}{3}y^2$

④ $\frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}y^2$

⑤ $\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}y^2$

해설

$$\begin{aligned} 6\left\{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{1}{3}y\right)^2\right\} &= 6\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2\right) \\ &= \frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}y^2 \end{aligned}$$

12. $(x - 4y + 3)^2$ 의 전개식에서 x 의 계수를 a , xy 의 계수를 b , 상수항을 c 라 하자. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -11

② -3

③ 5

④ 7

⑤ 11

해설

$x - 4y = A$ 라 하면

$$(x - 4y + 3)^2 = (A + 3)^2$$

$$= A^2 + 6A + 9 = (x - 4y)^2 + 6(x - 4y) + 9$$

$$= x^2 - 8xy + 16y^2 + 6x - 24y + 9$$

$$\therefore a = 6, b = -8, c = 9$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

13. 곱셈 공식을 이용하여 14.98×15.02 를 계산하려고 한다. 다음 중 가장 이용하기 편리한 곱셈 공식을 고르면?

① $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

② $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

③ $(x - a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

④ $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$

⑤ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 14.98 \times 15.02 &= (15 - 0.02)(15 + 0.02) \\ &= 15^2 - 0.02^2 \\ &= 225 - 0.0004 \\ &= 224.9996 \end{aligned}$$

따라서 $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2$ 을 사용한다.

14. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{8xy - 3x^2}{2x^2y} \times (-4xy) - 8 \div \frac{xy}{2x^2y - xy^2}$$

① $-16x + 8y$

② $3x + 8y$

③ $-5x - 12y$

④ $-10x - 8y$

⑤ $4x - 9y$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{8xy - 3x^2}{2x^2y} \times (-4xy) - 8 \div \frac{xy}{2x^2y - xy^2} \\ &= \frac{8xy - 3x^2}{x} \times (-2) - 8 \times \frac{2x^2y - xy^2}{xy} \\ &= (-2) \times (8y - 3x) - 8(2x - y) \\ &= -16y + 6x - 16x + 8y = -10x - 8y \end{aligned}$$

15. $\frac{x}{6}(12x + 24) - \frac{x}{12}(36 - 12x) = Ax^2 + Bx$ 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 4x - (3x - x^2) \\ &= 3x^2 + x = Ax^2 + Bx\end{aligned}$$

$$A = 3, B = 1$$

$$\therefore A - B = 2$$

16. $3x(x-y) + \frac{4x^3y - 8x^2y^2}{-2xy}$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$$

따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

17. $4x + 3y = 2$ 일 때, $5(x - 3y) - 2(4x - 3y)$ 를 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $9x - 6$

해설

$$4x + 3y = 2$$

$$\therefore 3y = -4x + 2$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 5(x - 2 + 4x) - 2(4x - 2 + 4x) \\ &= 5(5x - 2) - 2(8x - 2) \\ &= 9x - 6\end{aligned}$$

18. $x + y + z = 0$ 일 때, $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 의 값을 구하면? (단, $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} \\ &= \frac{y}{y} + \frac{z}{z} + \frac{z}{x} + \frac{x}{z} + \frac{x}{x} + \frac{y}{y} \\ &= \frac{1}{x}(y+z) + \frac{1}{y}(x+z) + \frac{1}{z}(x+y) \\ &= \frac{1}{x}(-x) + \frac{1}{y}(-y) + \frac{1}{z}(-z) \\ &= (-1) + (-1) + (-1) = -3 \end{aligned}$$

19. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.

이때, $\begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$ 은?

① $x - \frac{5}{2}y - 3$

② $x - \frac{3}{2}y - 2$

③ $x + \frac{3}{2}y - 1$

④ $-x + \frac{5}{2}y$

⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

20. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1y_1 + x_1y_2 + y_1x_2 + x_2y_2$ 로 정의한다. 이때, $(x, -2y) \times (2x, 5y)$ 를 간단히 하면?

① xy

② $3xy$

③ $5xy$

④ $7xy$

⑤ $9xy$

해설

$$\begin{aligned} & x \times (-2y) + x \times 5y + 2x \times (-2y) + 2x \times 5y \\ &= -2xy + 5xy - 4xy + 10xy \\ &= 9xy \end{aligned}$$

21. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$(A * B) * B = (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로}$$

$$(x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5)$$

$$= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20$$

$$= -3x^2 - 16x + 22$$

22. $(2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1)$ 을 전개하면?

① $4x^2 - 3y^2 - 1$

② $4x^2 - 9y^2 - 1$

③ $4x^2 - 9y^2 + 6y - 1$

④ $4x^2 + 6y^2 - 3y - 1$

⑤ $4x^2 - 3y^2 + 6y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (2x - 3y + 1)(2x + 3y - 1) \\ &= \{2x - (3y - 1)\} \{2x + (3y - 1)\} \\ &= (2x)^2 - (3y - 1)^2 \\ &= 4x^2 - (9y^2 - 6y + 1) \\ &= 4x^2 - 9y^2 + 6y - 1 \end{aligned}$$

23. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 15

② 16

③ -15

④ -16

⑤ 9

해설

$2 = 3 - 1$ 이므로

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$$

$$= (3^8-1)(3^8+1)$$

$$= 3^{16} - 1$$

$$a = 16, b = -1$$

$$\therefore a + b = 15$$

24. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$2 = 4 - 2$ 이므로

$$(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)$$

$$= (4^8-2^8)(4^8+2^8)$$

$$= 4^{16} - 2^{16}$$

$$\therefore a+b = 16+16 = 32$$

25. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 $x^2 + Cx + 8$ 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수이다.)

① -9

② -6

③ 3

④ 6

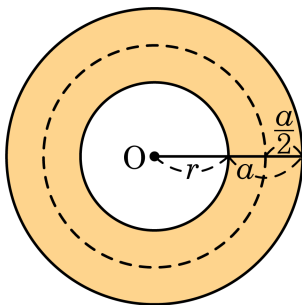
⑤ 9

해설

$(x+A)(x+B) = x^2 + (A+B)x + AB = x^2 + Cx + 8$ 이므로
 $A+B=C, AB=8$ 이다.

따라서 $C = (1+8, 2+4, -1-8, -2-4) = (9, 6, -9, -6)$ 이다.

26. 다음 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 를 써서 나타내면? (단, b 는 점선의 원주의 길이)



- ① ab ② $2ab$ ③ πab ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$b = 2\pi \left(r + \frac{a}{2} \right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a)$$

어두운 부분의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) \\ &= a \{ \pi(a + 2r) \} \\ &= ab \end{aligned}$$

27. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \end{aligned}$$

$2y - 4z = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \end{aligned}$$

$A = 2y - 4z$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \end{aligned}$$

$\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $2 + 16 + (-4) = 14$

28. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면?

① -3

② 6

③ 9

④ 15

⑤ 21

해설

$x - y = A$, $x + 2y = B$ 라 하면

$$(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$$

$$= (A + 2)(A + 3) - (B - 3)^2$$

$$= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$$

$$= (x - y)^2 + 5(x - y) + 6 - (x + 2y)^2 + 6(x + 2y) - 9$$

$$= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$$

$$= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$$

∴ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 : $-3 - 6 + 11 + 7 = 9$

29. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - 36$

② $x^2 - 6$

③ $x^2 + x$

④ $x^2 + x - 36$

⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$x = a(a - 6) = a^2 - 6a$$

$$(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$$

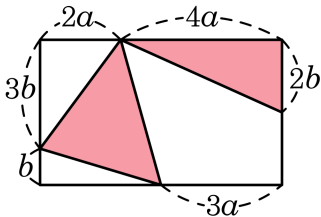
$$= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\}$$

$$= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7)$$

$$= (x + 8)(x - 7)$$

$$= x^2 + x - 56$$

30. 다음 그림의 직사각형에서 어두운 부분의 넓이를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $6ab$ ② $8ab$ ③ $\frac{17}{2}ab$ ④ $\frac{19}{2}ab$ ⑤ $\frac{25}{2}ab$

해설

$$\frac{(2a + 3a) \times 4b}{2} - \left(3ab + \frac{3ab}{2} \right) = \frac{11}{2}ab,$$

$$\frac{4a \times 2b}{2} = 4ab \text{ 이므로 } \frac{11}{2}ab + 4ab = \frac{19}{2}ab \text{ 이다.}$$

31. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$$

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = x^{6-m} \times y^{3-2m}$$

$$6 - m = n, \quad 3 - 2m = -3$$

$$-2m = -6, \quad \therefore m = 3$$

$$n = 6 - 3 = 3, \quad \therefore n = 3$$

$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = 64m^4n^6 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = -4mn$$

$$m = 3, \quad n = 3 \text{ 이므로, } -4mn = -4 \times 3 \times 3 = -36$$

32. $\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

① $a = 3b$

② $a = -3b$

③ $a = \frac{1}{3}b$

④ $a = \frac{3}{b}$

⑤ $a = -\frac{3}{b}$

해설

$$\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$$

$$4(5a-3b) + 3(3a+5b) = 24a-12b$$

$$5a = -15b$$

$$\therefore a = -3b$$

33. $x = 2$, $y = -1$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

$2x - [7y - 2x - \{2x - (x - 3y)\}]$ 을 정리하면

$$2x - \{7y - 2x - (x + 3y)\}$$

$$= 2x - (-3x + 4y)$$

$$= 5x - 4y$$

$$5x - 4y = 5 \times 2 - 4 \times (-1) = 14$$

34. $-5y+4x-2$ 에서 어떤 식을 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $x-2y+3$ 이 되었다. 어떤 식이 $ax+by+c$ 이고, 바르게 계산한 답이 $dx+ey+f$ 일 때, $af-bd-ce$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c, d, e, f 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

어떤 식을 A 라고 하면

바르게 계산한 식은 $-5y + 4x - 2 - A$

잘못 계산된 식은

$$-5y + 4x - 2 + A = x - 2y + 3$$

$$A = x - 2y + 3 - 4x + 5y + 2$$

$$A = -3x + 3y + 5$$

$$-3x + 3y + 5 = ax + by + c \text{ 이므로}$$

$$a = -3, b = 3, c = 5$$

A 를 바르게 계산한 식에 대입하면

$$-5y + 4x - 2 - A$$

$$= -5y + 4x - 2 - (-3x + 3y + 5)$$

$$= 7x - 8y - 7$$

따라서 바르게 계산한 답이 $7x - 8y - 7 = dx + ey + f$ 이므로

$$d = 7, e = -8, f = -7$$

$$\therefore af - bd - ce = 21 - 21 - (-40) = 40$$

35. $A = 3x^2 - 4$, $B = 2x^2 + 3x - \frac{1}{2}$, $C = x^2 - 7x + \frac{5}{2}$ 일 때, $B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A)$ 를 x 에 대한 식으로 나타내었다. 이때, 상수항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{6}$

해설

$$B - \left(\frac{1}{3}A + C\right) + (2C + B + A)$$

$$= B - \frac{1}{3}A - C + 2C + B + A$$

$$= \frac{2}{3}A + 2B + C$$

이므로 A , B , C 의 식을 대입하면

$$\frac{2}{3}A + 2B + C$$

$$= \frac{2}{3}(3x^2 - 4) + 2\left(2x^2 + 3x - \frac{1}{2}\right) + x^2 - 7x + \frac{5}{2}$$

$$= 2x^2 - \frac{8}{3} + 4x^2 + 6x - 1 + x^2 - 7x + \frac{5}{2}$$

$$= 7x^2 - x - \frac{7}{6}$$

따라서 상수항은 $-\frac{7}{6}$ 이다.

36. $x : y : z = a : b : c$ 일 때, $\left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x : y : z = a : b : c$ 이므로

주어진 식에 $x = ak, y = bk, z = ck$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z} \\ &= \left(\frac{a^2}{ak} + \frac{b^2}{bk} + \frac{c^2}{ck}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{ak+bk+ck} \\ &= \left(\frac{a}{k} + \frac{b}{k} + \frac{c}{k}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{k(a+b+c)} \\ &= \frac{1}{k}(a+b+c) - \frac{1}{k}(a+b+c) = 0 \\ \therefore & \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} + \frac{c^2}{z}\right) - \frac{(a+b+c)^2}{x+y+z} = 0 \end{aligned}$$

37. $(3 + 2x + x^2 + 3x^3)^2$ 을 전개하였을 때, x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$(3 + 2 + 1 + 3)^2 = 9^2 = 81$ 이고

전개한 식의 x^9 의 계수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서 x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $81 - 9 = 72$ 이다.

38. 모서리의 길이가 x, y 인 정육면체 각각 1 개와 8 개, 가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개, 가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 각각 y 인 직육면체 12 개로 정육면체를 만들었다. 이렇게 만들어진 정육면체의 모서리의 길이가 $(ax + by)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

각각의 입체도형의 부피를 구하면

(모서리의 길이가 x 인 정육면체 1 개의 부피) $= x^3$

(모서리의 길이가 y 인 정육면체 8 개의 부피) $= 8y^3$

(가로와 세로의 길이가 x 이고 높이는 y 인 직육면체 6 개의 부피)
 $= 6x^2y$

(가로의 길이가 x 이고 세로의 길이와 높이가 y 인 직육면체 12 개의 부피) $= 12xy^2$

(모서리의 길이가 $(ax + by)$ 인 정육면체의 부피)

$$= (ax + by)^3 = a^3x^3 + 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 + b^3y^3$$

정육면체를 만들고 있는 네 개의 입체도형의 부피의 합은 만들어진 정육면체의 부피와 같으므로

$$x^3 + 8y^3 + 6x^2y + 12xy^2$$

$$= x^3 + 6x^2y + 12xy^2 + 8y^3 = (x + 2y)^3$$

$$\therefore a = 1, b = 2 \quad \therefore a + b = 3$$

39. 다음 식을 전개하여라.

$$(a + b + 1)^2 + (-a - b + 1)^2 - (a - b - 1)^2 - (a - b + 1)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $8ab$

해설

(준식)

$$= (a + b + 1)^2 + (a + b - 1)^2 - (a - b - 1)^2 - (a - b + 1)^2$$

$$= \{a + (b + 1)\}^2 - \{a - (b + 1)\}^2 +$$

$$\{a + (b - 1)\}^2 - \{a - (b - 1)\}^2$$

$$= 4a(b + 1) + 4a(b - 1)$$

$$= 4ab + 4a + 4ab - 4a$$

$$= 8ab$$

40. 자연수 x 를 7 로 나누면 4 가 남고, 자연수 y 를 7 로 나누면 5 가 남는다. xy 를 7 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 를 7 로 나누었을 때의 몫을 a , y 를 7 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 7a + 4, y = 7b + 5$$

$$\begin{aligned}\therefore xy &= (7a + 4)(7b + 5) \\ &= 49ab + 35a + 28b + 20 \\ &= 7(7ab + 5a + 4b + 2) + 6\end{aligned}$$

따라서 xy 를 7 로 나눈 나머지는 6 이다.

41. $abc = -4$, $a + b + c = 0$ 일 때, $(a+b)(b+c)(c+a)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$a + b + c = 0$ 에서 $a + b = -c$, $b + c = -a$, $c + a = -b$ 이므로
주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}(a+b)(b+c)(c+a) &= (-c) \times (-a) \times (-b) \\ &= -abc = -(-4) = 4\end{aligned}$$

42. $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x + y)^{100}(x - y)^{102}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (x + y)^{100}(x - y)^{100}(x - y)^2 \\ &= (x^2 - y^2)^{100}(x - y)^2\end{aligned}$$

에서 $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 를 대입하면

$$(\text{주어진 식}) = (-1)^{100} \times 2^2 = 4$$

43. $(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 65

해설

$$(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16})$$

$= a3^b - 2^c$ 에서 양변에 $(3-2)$ 를 곱하면

$$(3-2)(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = (3-2)(a3^b - 2^c)$$

$$(3^2-2^2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c$$

$$(3^4-2^4)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c$$

$$3^{32} - 2^{32} = a3^b - 2^c$$

$$\therefore a = 1, b = 32, c = 32$$

$$\therefore a + b + c = 65$$

44. $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 8$, $ac + bd = 2$ 일 때, $|bc - ad|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 8 \text{ 이므로}$$

$$a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 = 8$$

$$(bc - ad)^2 = b^2c^2 + a^2d^2 - 2abcd$$

$$= (8 - a^2c^2 - b^2d^2) - 2abcd$$

$$= 8 - (ac + bd)^2$$

$$= 4$$

$$\therefore bc - ad = \pm 2$$

$$\therefore |bc - ad| = 2$$

45. $(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y$ 를 간단히 하면?

① $4x + 8y$

② $8x + 4y$

③ $10x + 2y$

④ $10x + 8y$

⑤ $14y$

해설

$$(15x^2 + 9xy) \div 3x + (25y^2 - 5xy) \div 5y = 5x + 3y + 5y - x = 4x + 8y$$

46. 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} \quad (\text{단, } x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}, z = 6)$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} \frac{x^2yz - 2xy + xy^2z}{xyz} &= \frac{x^2yz}{xyz} - \frac{2xy}{xyz} + \frac{xy^2z}{xyz} \\ &= x - \frac{2}{z} + y \\ &= \frac{1}{2} - \frac{2}{6} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

47. $x : y = 3 : 4$ 일 때, $\frac{5x^2}{2x^2 + 3y^2} - \frac{y^2}{3x^2 - y^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{17}{22}$

해설

$$x : y = 3 : 4$$

$$3y = 4x$$

$$y = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{5x^2}{2x^2 + 3 \times \frac{16}{9}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{3x^2 - \frac{16}{9}x^2} \\&= \frac{5x^2}{\frac{22}{3}x^2} - \frac{\frac{16}{9}x^2}{\frac{11}{9}x^2} \\&= \frac{15}{22} - \frac{16}{11} \\&= -\frac{17}{22}\end{aligned}$$

48. $4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 일 때 $x - y + 2$ 를 x 에 관한 식으로 나타내면?

① $x + 1$

② $2x + 2$

③ $3x + 3$

④ $-4x + 4$

⑤ $5x + 5$

해설

$4x + 11y + 17 = 9x + 10y + 15$ 을 y 에 관하여 정리하면 $y = 5x - 2$ 이다.

$y = 5x - 2$ 를 $x - y + 2$ 에 대입하면 $x - (5x - 2) + 2 = -4x + 4$ 이다.

49. $\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 의 양변에 $x-y$ 를 곱하면

$$1 = \frac{z}{-(x-y)(x+y)} \times (x-y) = \frac{z}{-(x+y)}$$

$$\therefore x+y+z=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$$

$$= \left(\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x} \right)$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{x+y}{z} \quad (\textcircled{1} \text{을 대입})$$

$$= \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-z}{z} = -1 - 1 - 1 = -3$$

50. $3^{20} = k$ 라 할 때, $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19}$ 을 k 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{k-1}{2}$

해설

$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = S \cdots \textcircled{㉠}$ 라 하고 양변에 3 을 곱하면

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \cdots + 3^{20} = 3S \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠}$ 을 하면 $-1 + 3^{20} = 2S$

$$\therefore S = \frac{3^{20} - 1}{2}$$

$$\therefore 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{19} = \frac{k-1}{2}$$