1. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ 2x - y = -4 \end{cases}$ 의 해가 $(a,\ b)$ 일 때, $-3a + b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = 3x - 1$ 을 $2x - y = -4$ 에 대입하면
$2x - (3x - 1) = -4 \therefore\ x = 5,\ y = 14$
따라서 $-3a + b = -15 + 14 = -1$ 이다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$ 의 해가 연립방정식

$\begin{cases} (a+1)x-2y=6 \\ 2x-by=4 \end{cases}$ 를 만족시킬 때 $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} x-y=3 \\ 2x-3y=4 \end{cases}$ 를 연립하면 $x=5$, $y=2$ 가 나온다. $x=5$, $y=2$ 를 나머지 식에 대입을 하면 $a=1$, $b=3$ 이 나온다. 따라서 $a+b=4$ 이다.

3. 다음 연립방정식의 해를 (x, y) 로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 2x + y = -2 \\ y - 2x = 3(y - x) - 6 \end{cases}$$

① $(2,\ 4)$ ② $(2,\ -5)$ ③ $(4,\ -2)$

④ $(3,\ -1)$ ⑤ $(-2,\ 2)$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 2x + y = -2 & \cdots ㉠ \\ x - 2y = -6 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 2 +$ ㉡ 을 하면 $5x = -10 \quad \therefore x = -2$

$x = -2$를 ㉠에 대입하면 $y - 4 = -2 \quad \therefore y = 2$

4. 두 자리 자연수가 있다. 이 수의 각 자리의 숫자의 합은 8, 차는 2이다. 이 수를 구하면? (단, 십의 자리의 숫자가 일의 자리 숫자보다 크다.)

① 17 ② 26 ③ 53 ④ 58 ⑤ 63

해설

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=5$, $y=3$이다.
따라서 구하는 수는 53이다.

5. 아름이는 사랑이보다 4 살이 적고, 사랑이와 아름이 나이의 합은 26 살이다. 이때, 사랑이의 나이는?

① 11 살 ② 12 살 ③ 13 살 ④ 14 살 ⑤ 15 살

해설

아름이의 나이를 x살 , 사랑이의 나이를 y살이라 하면

$$\begin{cases} x = y - 4 & \cdots (1) \\ x + y = 26 & \cdots (2) \end{cases}$$

(1)을 (2)에 대입하면 $y - 4 + y = 26$

$y = 15,\ x = y - 4 = 11$

따라서 사랑이의 나이는 15살이다.

6. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} 2(x+y)-3(x-y)=-14 \\ 3(x+y)-2(x-y)=-6 \end{cases}$$

① $x=4, y=-2$ ② $x=-4,\ y=-2$

③ $x=-4,\ y=2$ ④ $x=2,\ y=-2$

⑤ $x=-2,\ y=4$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} -x+5y=-14 & \cdots ㉠ \\ x+5y=-6 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ + ㉡ 을 하면 $10y=-20 \quad \therefore y=-2$

$y=-2$ 를 ㉠에 대입하면 $-x-10=-14$

$\therefore x=4$

7. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x+0.3y=-0.1 \\ \dfrac{1-x}{2}-\dfrac{y}{3}=2 \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $ax+y=-7$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\begin{cases} 0.2x+0.3y=-0.1 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{1-x}{2}-\dfrac{y}{3}=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉠$\times 10$, ㉡$\times 6$ 을 하여 정리하면

$\begin{cases} 2x+3y=-1 & \cdots ㉢ \\ 3x+2y=-9 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$\times 3-$㉣$\times 2$ 를 하면 $5y=15$

$\therefore y=3,\ x=-5$

따라서 $-5a+3=-7,\ a=2$ 이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x-0.3y+0.1=0 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=\dfrac{11}{6} \end{cases}$ 의 해를 $(a,\ b)$ 라고 할 때, $2a-b$ 는 얼마인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\begin{cases} 0.2x-0.3y+0.1=0 & \cdots ① \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=\dfrac{11}{6} & \cdots ② \end{cases}$

① $\times 10$, ② $\times 6$ 을 하면

$\begin{cases} 2x-3y+1=0 \\ 2x+y=11 \end{cases}$

식의 해를 구하면

$x=4,\ y=3$ 이므로 $(a,\ b)=(4,\ 3)$

$\therefore\ 2a-b=5$

9. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 9 이고, 일의 자라의 숫자와 십의 자라의 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 4 배보다 9 가 클 때, 처음 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=(10x+y)\times 4+9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=9 & \cdots ㉠ \\ 39x-6y=-9 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1,\ y=8$ 이다.
처음 수는 18 이다.

10. 어느 중학교 신입생 156 명을 6 개반에 배치하였더니 각 반의 정원이 25 명또는 28 명이었다. 정원이 25 명인 반은 모두 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

25 명이 정원인 반의 수를 x개 , 28 명이 정원인 반의 수를 y 개라 하면

$$\begin{cases} x+y=6 \\ 25x+28y=156 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=4,\ y=2$ 이다.

11. 둘레의 길이가 64cm 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이를 4cm 줄이고, 세로의 길이를 3 배로 늘렸더니 둘레의 길이가 104cm 가 되었다. 처음 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

처음 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm , 세로의 길이를 $y$cm 라고 하면

$$\begin{cases} 2(x+y)=64 \\ 2(x-4)+2\times 3y=104 \end{cases}$$

식을 정리하면 $\begin{cases} 2x+2y=64 & \cdots(1) \\ 2x+6y=112 & \cdots(2) \end{cases}$

$(2)-(1)$ 하면 $4y=48$

$y=12 \cdots(3)$

(3) 을 (1) 에 대입하면 $x=20$

∴ 가로의 길이 : 20cm

12. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5cm 더 짧은 직사각형의 둘레의 길이가 38cm 이다. 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

가로를 $x$cm , 세로를 $y$cm 라고 하면

$$\begin{cases} x = y - 5 \\ 2x + 2y = 38 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y - 5 \\ x + y = 19 \end{cases}$$

$\therefore\ y = 12,\ x = 7$

13. 갑, 을 두 사람이 가위바위보를 하여 이긴 사람은 계단을 셋씩 올라가고, 진 사람은 둘씩 올라가기로 했다. 그 결과 갑은 처음보다 34 개의 계단을 올라가 있고, 을은 26 개의 계단을 올라가 있었다. 을이 이긴 횟수는? (단, 비기는 경우는 이동하지 않는다.)

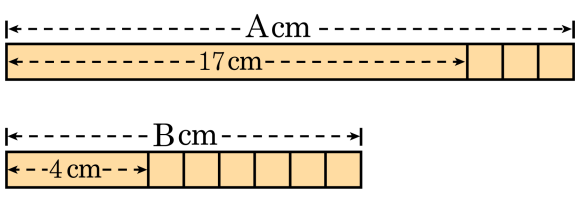
① 2 회 ② 4 회 ③ 6 회 ④ 8 회 ⑤ 10 회

해설

갑이 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, 을이 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 3x+2y=34 \\ 3y+2x=26 \end{cases}$$ 연립해서 풀면 $x=10,\ y=2$ 이다.

14. 다음 그림에서 A 는 정사각형 모양의 타일 3 개와 17cm 길이의 타일로 이루어져 있고 B 는 정사각형 모양의 타일 6 개와 4cm 길이의 타일로 구성되어 있다. A 의 길이가 B 길이의 2 배일 때, A 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

B 의 길이를 y cm 작은 블록의 길이를 x cm 라고 하자.
A 의 길이는 B 의 2 배이므로 A 는 $2y$ 가 된다.
즉, A 의 길이 $2y = 17 + 3x$, B 의 길이 $y = 4 + 6x$ 이므로

연립방정식 $\begin{cases} 2y = 17 + 3x \cdots ㉠ \\ y = 4 + 6x \quad \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면
$2 \times (4 + 6x) = 17 + 3x$
$8 + 12x = 17 + 3x$
$9x = 9$
$x = 1\text{cm} \cdots ㉢$
㉢을 ㉡에 대입하면 $y = 4 + 6 \times 1 = 10(\text{cm})$,
따라서 A 의 길이 $2y = 2 \times 10 = 20(\text{cm})$ 이다.

15. 상민이가 등산을 하는데 올라갈 때에는 시속 2km 로 걷고, 내려올 때에는 다른 길을 택하여 시속 4km 로 걸어서 모두 5 시간이 걸렸다. 총 12km 를 걸었다고 할 때, 내려온 거리는?

① 4km ② 5km ③ 6km ④ 7km ⑤ 8km

해설

올라갈 때 거리를 $x$km , 내려올 때 거리를 $y$km 라 하면

$$\begin{cases} x+y & =12 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4} & =5 \end{cases}$$

$x=8,\ \ y=4$

$\therefore$ 4km

16. 둘레의 길이가 400m 인 트랙을 따라 주원이와 승원이가 각자 일정한 속력으로 자전거를 타고 있다. 승원이가 60m 를 달리는 동안 주원이는 40m 를 달린다고 할 때, 두 사람이 같은 지점에서 동시에 출발하여 서로 반대 방향으로 달리면 20 초 만에 다시 만난다고 한다. 두 사람은 자전거로 1 초에 각각 몇 m 를 달리는지 구하여라.

▶ 답: m

▶ 답: m

▷ 정답: 승원 12m

▷ 정답: 주원 8m

해설

승원이의 속력을 xm/초 , 주원의 속력을 ym/초 라 하면
$x : y = 60 : 40$
두 사람이 20 초 후에 서로 만났으므로 두 사람이 달린 거리의 합은 트랙의 둘레의 길이와 같다.
$20x + 20y = 400$
두 식을 연립하면 $x = 12,\ y = 8$
따라서 승원이가 1 초 동안 달린 거리는 12m
주원이가 1 초 동안 달린 거리는 8m 이다.

17. 길이가 180m 인 화물열차가 다리를 지나는데 50 초가 걸렸고, 길이가 120m 인 특급열차가 이 다리를 화물열차의 2 배의 속도로 23 초 만에 통과하였다. 다리의 길이는 얼마인가?

① 470m ② 570m ③ 670m ④ 770m ⑤ 870m

해설

다리의 길이를 xm, 화물열차의 속력을 ym/초, 특급열차의 속력을 $2y$m/초라 하면

$$\begin{cases} 180 + x = 50y & \cdots ① \\ 120 + x = 23 \times 2y & \cdots ② \end{cases}$$

① – ②하면 $60 = 4y$, $y = 15, x = 570$

18. 다음 연립방정식을 풀고, $2x-y+3z$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x+y-z=1 \\ 3x-2y+z=2 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \cdots ① \\ 2x+y-z=1 & \cdots ② \\ 3x-2y+z=2 & \cdots ③ \end{cases}$$ 에서

① + ② 하면 $3x+2y=7 \cdots$ ④

② + ③ 하면 $5x-y=3 \cdots$ ⑤

④, ⑤ 를 연립하면 $x=1$, $y=2$

① 에 대입하면 $z=3$

따라서 $2x-y+3z=2\times 1-2+3\times 3=9$ 이다.

19. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3x+y=15 \end{cases}$ 의 교점을 직선 $ax+y-b=0$이 지난다고 할 때, a 를 b 의 식으로 나타낸 것은?

① $a=\dfrac{-2-b}{3}$ ② $a=\dfrac{-6+b}{3}$ ③ $a=\dfrac{6-b}{3}$
④ $a=\dfrac{b+6}{3}$ ⑤ $a=\dfrac{1-6b}{3}$

해설

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 3x+y=15 \end{cases}$ 을 변끼리 더하면 $5x=15$

따라서 $x=3,\ y=6$

$x=3,\ y=6$ 을 $ax+y-b=0$ 에 대입하면 $3a+6-b=0 \therefore\ a=\dfrac{-6+b}{3}$

20. 연립방정식 $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ ax+y=-3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 $1 : 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x : y = 1 : 2$ 이므로 $y = 2x$ 를 $5x-2y=3$ 에 대입하면 $x=3$, $y=6$ 이 나오고, $ax+y=-3$ 에 대입하면 $a=-3$ 이 된다.

21. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+ay=a-1 \\ 2x+4y=3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $2:1$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{26}{5}$

해설

$x : y = 2 : 1$ 이므로 $x = 2y$ 를
$2x+4y=3$ 에 대입하면
$2\times 2y+4y=3$
$8y=3$
$\therefore\ y=\frac{3}{8}$
$x=2\times\frac{3}{8}=\frac{3}{4}$
$3x+ay=a-1$ 에 $\left(\frac{3}{4},\ \frac{3}{8}\right)$ 을 대입하면
$3\times\frac{3}{4}+a\times\frac{3}{8}=a-1$
$18+3a=8a-8$
$5a=26$
$\therefore\ a=\frac{26}{5}$

22. $x,\ y$ 에 대한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때, $a+b$ 의 값은?

(가) $\begin{cases} 5x+3y=7 \\ ax+by=13 \end{cases}$ (나) $\begin{cases} ax-2by=-2 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\begin{cases} 5x+3y=7 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x=2,\ y=-1$

$x=2,\ y=-1$ 을 대입해서 $\begin{cases} 2a-b=13 \\ 2a+2b=-2 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면

$a=4,\ b=-5$

그러므로 $a+b=-1$

23. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-5 \\ 5x+cy=7 \end{cases}$ 을 푸는데 c 를 잘못 보아 $x=0,\ y=1$ 을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x=3,\ y=4$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\begin{cases} ax+by=-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+cy=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 옳은 해가

$x=3,\ y=4$ 이므로

$3a+4b=-5 \cdots\cdots ㉢$

㉡에 대입을 하면 $c=-2$ 이고, ㉠은 $x=0,\ y=1$ 도 만족하므로 $a\cdot 0+b\cdot 1=-5$ 에서 $b=-5$ 이다. 이것을 ㉢에 대입해서 성립해야 하므로 $a=5$ 가 나온다.

$\therefore\ a+b+c=5+(-5)+(-2)=-2$

24. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{8}{9}x - y = a \\ \frac{x-y}{2} - \frac{y}{8} + 2 = 0 \end{cases}$ 을 만족하는 y의 값이 x의 값의 $\frac{4}{9}$ 배일 때, 상수 a의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

y의 값이 x의 값의 $\frac{4}{9}$ 배이므로 $y = \frac{4}{9}x$이다.

이것을 두 번째 식에 대입하여 정리하면

$16x = -144,\ x = -9$이다.

따라서 $x = -9,\ y = -4$를 첫 번째 식에 대입하면 $a = -4$이다.

25. $(a+b):(b+c):(c+a)=2:5:7$ 이고 $a+b+c=42$ 일 때, $c-a-b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$(a+b):(b+c):(c+a)=2:5:7$ 이므로 $a+b=2k$,
$b+c=5k$, $c+a=7k$ $(k\neq 0)$ 라 하자.
세 식을 모두 더하면 $2(a+b+c)=14k$, $a+b+c=7k$ 이므로
$a=2k,\ b=0,\ c=5k$,
$a+b+c=42$ 이므로 $7k=42,\ k=6$,
따라서 $a=12$, $b=0$, $c=30$
$\therefore\ c-a-b=18$

26. 어느 음식점에서 점심식사로 발행한 영수증이 2 장 있다. 한 영수증에는 샌드위치 3 개, 커피 7 잔, 햄버거 1 개의 비용으로 4350 원이 적혀 있고, 다른 영수증에는 샌드위치 4 개, 커피 10 잔, 햄버거 1 개의 비용으로 5100 원이 적혀 있었다. 이 음식점에서 샌드위치 1 개, 커피 1 잔, 햄버거 1 개를 사는데 드는 비용은?

① 2700 원 ② 2750 원 ③ 2800 원
④ 2850 원 ⑤ 2900 원

해설

샌드위치, 커피, 햄버거의 가격을 각각 x 원, y 원, z 원이라 하면
$3x + 7y + z = 4350 \quad \cdots ①$
$4x + 10y + z = 5100 \quad \cdots ②$
② − ① 하면 $x + 3y = 750 \quad \cdots ③$
① − ③ × 2 하면 $x + y + z = 2850$(원) 이다.

27. 상자에 A, B, C 세 종류의 구슬 28 개가 섞여 있다. 구슬 A, B, C 의 무게는 각각 3 g , 2g , 1 g 이고 이들의 총 무게는 48 g 이다. (A구슬의개수) < (B구슬의개수) < (C구슬의개수) 일 때, C 구슬의 개수는? (단, 구슬 A, B, C 의 개수는 모두 짝수이다.)

① 10 개 ② 11 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 14 개

해설

A, B, C 구슬의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면
$x+y+z=28 \quad \cdots$㉠
$3x+2y+z=48 \cdots$㉡
㉡ − ㉠ 을 하면 $2x+y=20$
x, y, z 가 모두 짝수이고 $x<y<z$ 이므로
$x=2$ 일 때 $y=16$, $z=10$: 조건에 어긋남.
$x=4$ 일 때 $y=12$, $z=12$: 조건에 어긋남.
$x=6$ 일 때 $y=8$, $z=14$
$x=8$ 일 때 $y=4$: 조건에 어긋남
따라서 구슬 C 의 개수는 14 개이다.

28. 어느 상점에서 지난 달 A 물건과 B 물건을 판 금액은 70 만원이고, 이 달에 판 금액은 A 가 4% , B 가 2% 늘어서 A, B 를 합하여 2 만원이 많아졌다고 한다. 이 달에 A 물건을 판 금액은?

① 312000 원 ② 335000 원 ③ 359000 원
④ 398000 원 ⑤ 408000 원

해설

지난 달 A 물건을 판 금액을 x원 , B 물건을 판 금액을 y원이라고 하면

$$\begin{cases} x+y=700000 \\ \frac{4}{100}x+\frac{2}{100}y=20000 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=700000 \\ 2x+y=1000000 \end{cases}$$

$\therefore\ x=300000,\ y=400000$

따라서 이 달에 A 물건을 판 금액은

$300000+300000\times\frac{4}{100}=312000$(원) 이다.

29. 한이와 준이가 함께 방 청소를 하면 10 분 만에 끝낼 수 있다. 근데, 한이가 먼저 5 분 청소하고 나머지를 준이가 20 분 동안 청소해서 방 청소를 끝냈다. 준이가 혼자 방 청소를 하면 몇 분이 걸리겠는가?

① 30 분 ② 35 분 ③ 40 분 ④ 45 분 ⑤ 50 분

해설

전체 일의 양을 1, 한이와 준이가 1 분 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라 하면 $10x + 10y = 1$, $5x + 20y = 1$ 이다.

두 식을 연립하면 $x = \frac{1}{15}$, $y = \frac{1}{30}$ 이므로

준이가 혼자 방 청소를 하게 되면 30 분이 걸린다.

30. 음악실에서 학생들이 한 의자에 5 명씩 앉으면 5 명이 남고, 6 명씩 앉으면 의자 한 개가 남고 마지막 한 의자에는 5 명이 앉게 된다고 한다. 학생 수와 의자의 개수를 각각 구하면?

① 학생 60 명, 의자 12 개　② 학생 65 명, 의자 11 개

③ 학생 65 명, 의자 13 개　④ 학생 65 명, 의자 12 개

⑤ 학생 60 명, 의자 11 개

해설

학생수를 x 명, 의자의 개수를 y 개라 하고,

$\begin{cases} x = 5y + 5 \\ x = 6(y-2) + 5 \end{cases}$ 를 풀면 $x = 65,\ \ y = 12$

31. 소금과 물의 혼합물에 물 1g 을 넣었더니 20% 의 농도가 되었다. 다시 이 혼합물에 소금 1g 을 넣었더니 $\frac{1}{3}$ 의 농도가 되었다. 처음 혼합물 속의 소금의 농도는 몇 % 인지 구하여라.

▶ 답 : _____ %

▷ 정답 : 25 %

해설

처음 혼합물에 물 xg , 소금 yg 이 있다고 하면
문제의 조건에서

$$\frac{y}{x+y+1} = \frac{1}{5} \cdots ①$$

$$\frac{y+1}{x+y+2} = \frac{1}{3} \cdots ②$$

①, ②에서 $x = 3,\ y = 1$
따라서 처음 소금물의 농도는

$$\frac{y}{x+y} = \frac{1}{3+1} = 0.25(= 25\%)$$

32. 금이 90% 포함된 A 와 금이 50% 포함된 B 를 섞어서 금이 75% 포함된 제품 400g 을 만들려고 할 때, A 의 양과 B 의 양은 각각 얼마인가?

① A = 300g, B = 100g　② A = 100g, B = 300g

③ A = 200g, B = 200g　④ A = 150g, B = 250g

⑤ A = 250g, B = 150g

해설

A 의 양을 xg , B 의 양을 yg 이라 하면

$$\begin{cases} x+y=400 \cdots ㉠ \\ x\times\dfrac{90}{100}+y\times\dfrac{50}{100}=400\times\dfrac{75}{100} \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡ × 10 을 하면 $9x+5y=3000 \cdots ㉢$

㉠ × 5 − ㉢ 을 하면 $-4x=-1000$

$\therefore x=250$

$x=250$ 을 ㉠에 대입하면 $y=150$

따라서, A 의 양은 250g, B 의 양은 150g 이다.

33. 정수 x, y 에 대하여 두 정수 x 와 y 를 곱한 값과 x 와 y 를 더한 값보다 2 만큼 큰 수는 서로 크기가 같다고 할 때, 아래와 같은 식이 성립하도록 하는 z 값을 모두 구하여라.

$\frac{16^x}{8^y} = 64^z$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $\frac{5}{3}$

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $-\frac{4}{3}$

해설

$\frac{16^x}{8^y} = 64^z$ 에서

$\frac{2^{4x}}{2^{3y}} = 2^{6z}$

$2^{4x-3y} = 2^{6z}$ 이므로

$4x - 3y = 6z$

$\therefore z = \frac{4x-3y}{6}$

한편 $x \times y = x + y + 2$ 의 식이 성립한다.

$xy - x - y - 2 = 0, x(y-1) - (y-1) - 3 = 0 \ \therefore (x-1)(y-1) = 3$

x, y 가 정수이므로 $(x-1, y-1)$ 은 $(1,3), (3,1), (-1,-3), (-3,-1)$

(x, y) 는 $(2,4), (4,2), (0,-2), (-2,0)$

따라서 z 는 $-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, 1, -\frac{4}{3}$ 이다.

34. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{1-x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{5}{3} \\ 0.2x-0.3y=-0.8 \end{cases}$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-4$

▷ 정답: $y=0$

해설

$\begin{cases} \dfrac{1-x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{5}{3} \\ 0.2x-0.3y=-0.8 \end{cases}$ 을 간단히 정리하면

$\begin{cases} -2x-3y=8 \\ 2x-3y=-8 \end{cases}$ 이므로

$-6y=0,\ y=0,\ x=-4$ 이다.

35. 연립방정식 $\begin{cases} \dfrac{2}{x+1}+\dfrac{3}{y-1}=2 \\ \dfrac{2}{x+1}-\dfrac{3}{y-1}=6 \end{cases}$ 의 해가

$x=a,\ y=b$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\dfrac{1}{x+1}=X,\ \dfrac{1}{y-1}=Y$ 라 하면

$\begin{cases} 2X+3Y=2 \cdots ㉠ \\ 2X-3Y=6 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ + ㉡하면

$4X=8$ 에서 $X=2$, $Y=-\dfrac{2}{3}$

$X=\dfrac{1}{x+1}$ 이므로

$\dfrac{1}{x+1}=2,\ x+1=\dfrac{1}{2},\ x=-\dfrac{1}{2}$

$Y=\dfrac{1}{y-1}$ 이므로

$\dfrac{1}{y-1}=-\dfrac{2}{3},\ 2(y-1)=-3,\ y=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore a-b=\left(-\dfrac{1}{2}\right)-\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$

36. 연립방정식 $4(x-2)=2x+2y-4=3x-3y+18$ 의 해는?

① $x=6,\ y=8$ ② $x=8,\ y=6$

③ $x=-6,\ y=8$ ④ $x=6,\ y=-8$

⑤ $x=-8,\ y=-6$

해설

$$\begin{cases} 4(x-2)=2x+2y-4 \\ 2x+2y-4=3x-3y+18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=2 & \cdots ① \\ -x+5y=22 & \cdots ② \end{cases}$$

① + ② 를 하면 $4y=24,\ y=6$

$y=6$ 을 ② 에 대입하면 $-x+30=22,\ x=8$

$\therefore x=8,\ y=6$

37. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=2 \\ ax-by=4 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 일차방정식 $y=ax+b$ 는 점 $(0,\ p)$, $(q,\ 0)$ 을 지난다고 한다. $p+q$ 의 값은?

① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$\begin{cases} 2x+3y=2 \\ ax-by=4 \end{cases}$ 에서 $\frac{2}{a}=\frac{3}{-b}=\frac{2}{4}$

$\frac{2}{a}=\frac{2}{4}$

$\therefore a=4$

$\frac{3}{-b}=\frac{2}{4},\ 12=-2b$

$\therefore b=-6$

$\therefore y=4x-6$

$x=0$ 일 때, $y=-6$ 이므로 $p=-6$

$y=0$ 일 때, $x=\frac{3}{2}$ 이므로 $q=\frac{3}{2}$

$\therefore p+q=-\frac{9}{2}$

38. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 4x+ay=3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않을 때, a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

해를 갖지 않으려면 $\frac{2}{4}=-\frac{1}{a}\neq\frac{1}{3}$ 이어야 한다. 따라서 $a=-2$ 이다.

39. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x+y=kx \end{cases}$ 가 $x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가질 때, 상수 k의 값을 $\frac{b}{a}$라 한다. $|a-b|$의 값을 구하여라. (단, a와 b는 서로 소인 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\begin{cases} x+2y=0 \\ 3x+y=kx \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} x+2y=0 & \cdots ㉠ \\ (3-k)x+y=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$\frac{1}{(3-k)}=\frac{2}{1}$ 에서

$x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가지려면

$6-2k=1$

$\therefore\ k=\frac{5}{2}\ \therefore\ a=2,\ b=5$

$\therefore\ |a-b|=|2-5|=3$

40. 각 층에 28 개의 가구가 있는, 좌우로 긴 3 층짜리 건물이 있다. 각 층의 현관에 다음과 같은 규칙으로 불을 켜 놓았다.
(1) 같은 세로줄에 있는 1 층 집과 3 층 집 중에 반드시 한 집만 불이 켜져 있다.
(2) 3 층에 불이 켜진 집은 14 가구이다.
(3) 같은 세로줄에 있는 세 집 중 한 집만 불이 켜진 세로줄은 28 개 중 18 개 줄이다.
(4) 같은 세로줄에 있는 세 집 중 3 층에만 불이 꺼진 줄과 3 층에만 불이 켜진 줄의 개수의 합은 16 개이다.
이때, 1 층에만 불이 켜진 세로줄의 수를 구하여라.

▶ 답 : 줄

▷ 정답 : 8줄

해설

불이 켜져 있는 집을 ○ , 불이 꺼져 있는 집을 × 라 표시하면 (1)에 의해서

세로줄의 수	a	b	c	d
3층	○	○	×	×
2층	○	×	○	×
1층	×	×	○	○

(2)에서 $a+b=14$
(3)에서 $b+d=18$
(4)에서 $b+c=16$
세 식을 변변 더하면 $(a+b+c+d)+2b=48$
이때, $a+b+c+d=28$ 이므로
$2b=20$, $\therefore\ b=10$
1 층에만 불이 켜진 세로줄의 수는 d 이므로
$b+d=18$ 에서 $d=8$ (줄)

41. 완제품을 만드는 어느 공장에서 완제품 1 개당 다음과 같은 급여 기준을 세웠다. 작업공이 20 개의 완제품을 만들어서 받는 돈이 기준가에서는 68 만원, 기준 나에서는 64 만원일 때, 이 작업공이 만든 A 등급 제품의 갯수를 구하여라.

	기본급	A등급 제품	B등급 제품	F등급 제품
가	5만원	5만원	2만원	0만원
나	25만원	4만원	0만원	−1만원

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11 개

해설

A 등급 제품의 개수를 x 개, B 등급 제품의 개수를 y 개, F 등급 제품의 개수를 z 개라 하면

$x+y+z=20 \cdots$ ㉠

기준 가에서 급여가 68 만원이므로

$5+(5x+2y)=68,\ 5x+2y=63 \cdots$ ㉡

기준 나에서 급여가 64 만원이므로

$25+(4x-z)=64, 4x-z=39 \cdots$ ㉢

㉢에서 $z=4x-39$ 이므로 ㉠에 대입하면

$x+y+4x-39=20 \therefore\ 5x+y=59 \cdots$ ㉣

㉡, ㉣을 연립하여 풀면 $y=4, x=11$

따라서 A 등급 제품의 갯수는 11 개이다.

42. P 마트에서는 농산물 A 와 B 를 대량으로 구매하였다. A 와 B 두 농산물의 정가 가격의 비는 5 : 8 이었고, 구매한 개수의 비는 6 : 5 였다. A 와 B 두 농산물을 구입하는 데 든 금액의 비가 2 : 3 이었다고 할 때, P 마트는 a 농산물을 대량구매하면서 개당 몇 % 씩 할인받았는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 25 %

해설

A 와 B 의 개당 정가를 각각 a 원, b 원, 구입한 개수를 각각 $6k$ 개, $5k$ 개, 개당 할인금액을 x 원이라 하면

$a : b = 5 : 8$ 에서

$8a = 5b,\ b = \frac{8}{5}a \cdots$ ㉠

$6k(a-x) : 5k(b-x) = 2 : 3$ 에서

$10kb - 10kx = 18ka - 18kx,$

$8kx = 18ka - 10kb \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$8kx = 2ka,\ x = \frac{1}{4}a$

할인받은 금액은 정가의 $\frac{1}{4}$ 이다.

따라서 할인율은 $\frac{1}{4} \times 100 = 25\%$

43. 100 명의 학생이 시험을 본 결과 합격자와 불합격자의 비는 3 : 7 이었다. 최저 합격 점수는 100 명의 평균보다 6 점 높으며, 합격자의 평균보다 15 점이 낮고, 불합격자의 평균의 2 배보다는 6 점이 낮았다. 최저 합격 점수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36 점

해설

합격자와 불합격자의 수는 각각

$100 \times \frac{3}{10} = 30$(명), $100 \times \frac{7}{10} = 70$(명)

합격자와 불합격자의 평균을 각각 x 점, y 점이라 하면

(최저 합격 점수)$= \frac{30x + 70y}{100} + 6 = x - 15 = 2y - 6$

$$\begin{cases} \frac{3x + 7y}{10} + 6 = x - 15 \\ x - 15 = 2y - 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 30 \\ x - 2y = 9 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = 51,\ y = 21$

∴ 최저 합격 점수는 36(점)

44. 어떤 도시가 A 구와 B 구로 나뉘어져 있다. 만약 A 구의 인구의 $\frac{1}{4}$을 B 구로 이동시키면, A 구의 인구는 B 구의 인구의 절반이 되고, B 구의 인구 중 10 만 명이 다른 도시로 빠져나간다면, 두 구의 인구수는 같아진다고 할 때, 도시 전체의 인구수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 90만 명

해설

현재 A 구의 인구를 x만 명, B 구의 인구를 y만 명이라 하면,

$2(x-\frac{1}{4}x)=y+\frac{1}{4}x$ 에서 $5x=4y$

$y-10=x$ 에서 $y=x+10$

두 식을 연립하여 풀면

$x=40$ 만, $y=50$ 만

따라서 도시 전체의 인구수는 A 구와 B 구의 인구수의 합과 같으므로 90 만 명이다.

45. 지윤이네 집에서 할머니댁까지의 거리는 228km 이고, 자전거를 x 시간, 버스를 y 시간 타고 z 시간 동안 걸어서 가면 도착한다. 자전거, 버스, 걷는 속력이 각각 28km/h, 70km/h, 4km/h 일 때, 지윤이네 집에서 할머니댁까지 총 몇 시간이 걸리는지 구하여라. (단, x, y, z 는 모두 10 이하의 자연수이다.)

▶ 답 : 시간

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 6 시간

▷ 정답 : 12 시간

해설

$28x + 70y + 4z = 228$
$14x + 35y + 2z = 114$
여기서 y는 2 의 배수이고, y가 4 이상일 때는 $35y$가 114 보다 커지므로 $y = 2$이다.
$14x + 2z = 44$, $7x + z = 22$가 되어 이를 만족하는 10 이하의 자연수 x, z는 $x = 2$일 때, $z = 8$, $x = 3$일 때, $z = 1$이다.
$\therefore x, y, z$ 의 순서쌍 $(x, y, z) = (2, 2, 8), (3, 2, 1)$
따라서 지윤이네 집에서 할머니댁까지 총 $2 + 2 + 8 = 12$시간 또는 $3 + 2 + 1 = 6$시간이 걸린다.

46. 현우는 A 지점에서 출발하여 sm 떨어진 B 지점까지 달리고, 주희는 B 지점에서 동시에 출발하여 A 지점을 향해 달렸다. 두 사람이 중간에 만날 때까지 달린 거리는 현우가 50m 더 길었고, 나머지 거리를 달리는 데 걸린 시간은 현우가 6 초, 주희가 24 초일 때, 두 지점 사이의 거리 s 를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 150 m

해설

현우와 주희의 속력을 각각 am/s , bm/s 라 하고 중간에서 만난 지점을 M 이라 하면
A 에서 M 까지의 거리는 $24b$, B 에서 M 까지의 거리는 $6a$ 이다.
현우와 주희가 M 까지 걸린 시간이 같으므로
$\frac{24b}{a} = \frac{6a}{b} \therefore 6a^2 = 24b^2$
$\therefore a = 2b (\because a > 0, b > 0) \cdots$ ㉠
또 (A에서 M까지의 거리) – (B에서 M까지의 거리) = 50m 이므로
$24b - 6a = 50 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{25}{3}, b = \frac{25}{6}$
따라서 두 지점 사이의 거리 $s = 24b + 6a = 24 \times \frac{25}{6} + 6 \times \frac{25}{3} = 150(\text{m})$

47. 학교에서 13km 떨어진 체육관으로 시합을 하러 가는데 두 조로 나누어서 1 조는 시속 4km 의 속력으로 걸어가고 2 조는 시속 40km 로 달리는 버스를 타고 동시에 출발하였다. 도중에 2 조가 버스에서 내려서 걸어가고 버스는 바로 되돌아가 걸어오던 1 조를 태우고 가서 1 조와 2 조가 동시에 도착하였다. 2 조가 걸은 거리를 구하여라. (단, 두 조가 걸은 거리와 속력은 같고, 버스를 타고 내리는 데 걸린 시간은 무시한다.)

▶ 답: km

▷ 정답: 2 km

해설

출발 지점을 A , 1 조와 버스가 만난 지점을 B , 2 조가 내린 지점을 C , 체육관을 D 라 하고 2 조가 내려서 걸은 거리를 x , 버스가 1 조를 만날 때까지 되돌아 온 거리를 y 라 하고 그림으로 나타내 보면 다음과 같다.

(1 조가 걸은 시간)=(버스가 되돌아 올 때까지 걸린 시간)

$$\frac{13-x-y}{4} = \frac{13-x+y}{40} \quad \cdots ①$$

(버스가 C 에서 되돌아와 1 조를 태우고 체육관에 도착할 때까지 걸린 시간)=(2 조가 C 에서 내려 걸어간 시간)

$$\frac{y+(y+x)}{40} = \frac{x}{4} \quad \cdots ②$$

①의 양변에 40 을 곱한 후 정리하면

$9x+11y=117 \quad \cdots ③$

②의 양변에 40 을 곱한 후 정리하면

$9x-2y=0 \quad \cdots ④$

③−④하면 $13y=117$

$y=9$

$\therefore x=2$

48. 강의 하류 지점 A 와 상류 지점 B 에 부표를 달아 표시한 후, 배를 타고 A 에서 B 지점까지 30 분을 이동한 후, 다시 A 로 돌아오기로 하였다. 그런데 A 에 달아 놓은 부표의 끈이 출발과 동시에 끊어져서 실제 A 지점보다 한참 하류 쪽까지 더 가야 부표를 만날 수 있었다. 배의 속도는 5km/h , 강물의 속도는 2km/h 일 때, 실제 배를 타고 이동한 시간은 원래 계획보다 몇 시간 더 걸렸는지 소수점 첫째 자리까지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 0.3 시간

해설

배의 처음 위치를 A , 상류로 올라가다가 배를 돌린 지점을 B 이고, 부표와 마주친 지점을 C 라 하면
부표가 떠내려간 시간을 x 시간, A 와 C 사이의 거리를 $y$km 라 하면

y = (배가 30분 동안 올라간 거리)
+(부표가 x시간 동안 떠내려간 거리)
$= (5-2) \times \frac{1}{2} + 2x = 2x + \frac{3}{2} \cdots ㉠$

y = (배가 $x - \frac{1}{2}$시간 동안 내려간 거리)
$= (5+2) \times \left(x - \frac{1}{2}\right) = 7x - \frac{7}{2} \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 1, y = \frac{7}{2}$

따라서 배를 타고 이동한 시간은 부표가 떠내려간 거리를 가는 시간만큼 계획보다 더 걸린 것이므로

$\frac{1 \times 2}{5+2} = \frac{2}{7} = 0.285\cdots = 0.3$(시간) 이 더 걸렸다.

49. 3% 의 소금물 x g과 6% 의 소금물 y g을 섞어서 5% 의 소금물 240 g을 만들었을 때, x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 : g

▶ 답 : g

▷ 정답 : $x = 80$ g

▷ 정답 : $y = 160$ g

해설

$$\begin{cases} x + y = 240 \\ \frac{3}{100} \times x + \frac{6}{100} \times y = \frac{5}{100} \times 240 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 240 & \cdots ㉠ \\ x + 2y = 400 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ × 2 − ㉡를 하면

$x = 80$, $y = 160$

50. A, B 두 종류의 소금물이 있다. A 에서 $200g$, B 에서 $300g$ 을 섞었더니 7% 의 소금물이 되었다. 또, A 에서 $300g$, B 에서 $200g$ 을 섞었더니 8% 의 소금물이 되었다. A, B 의 소금물의 농도를 각각 구하여라.

▶ 답 : $\%$

▶ 답 : $\%$

▷ 정답 : $A = 10$ $\%$

▷ 정답 : $B = 5$ $\%$

해설

$$\begin{cases} \frac{A}{100} \times 200 + \frac{B}{100} \times 300 = \frac{7}{100} \times (200 + 300) \\ \frac{A}{100} \times 300 + \frac{B}{100} \times 200 = \frac{8}{100} \times (300 + 200) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A + 3B = 35 \\ 3A + 2B = 40 \end{cases}$$

$\therefore A = 10(\%),\ B = 5(\%)$