

1. 다음 중 부등식이 아닌 것을 모두 고르면?

① $ax - 5 > 8$

② $3 \times 2 - 4 \div 2$

③ $(5a - 21) \neq 3 \times 9$

④ $(3x - 4)a \leq 2b$

⑤ $6 \times a < 0 \times 9$

해설

① 부등호 $>$ 를 사용한 부등식이다.

④ 부등호 $\leq$ 를 사용한 부등식이다.

⑤ 부등호 $<$ 를 사용한 부등식이다.

2. 다음 중 $x = 3$ 일 때 참이 되는 부등식은?

① $3x \leq 7$

② $x + 3 < 2x$

③ $\frac{x}{3} > x + 2$

④ $12 - 2x \geq 2x - 5$

⑤ $3(x - 2) \geq 5$

해설

① $9 \leq 7 \quad \therefore$ 거짓

② $6 < 6 \quad \therefore$ 거짓

③ $1 > 5 \quad \therefore$ 거짓

④ $6 \geq 1 \quad \therefore$ 참

⑤ $3 \geq 5 \quad \therefore$ 거짓

3. $a \leq b$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ $-5a \leq -5b$

㉡ $a \div \left(-\frac{1}{4}\right) \geq b \div \left(-\frac{1}{4}\right)$

㉢ $3 - a \leq 3 - b$

㉤ $a - (-2) \geq b - (-2)$

㉥ $-2a + 6 \geq -2b + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

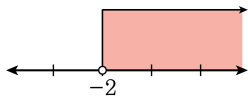
㉠ $-5a \geq -5b$

㉢ $3 - a \geq 3 - b$

㉤ $a - (-2) \leq b - (-2)$

양변에 같은 수를 빼도 부등호 방향은 바뀌지 않는다.

4. 다음은 어떤 일차부등식을 풀고 그 해를 수직선 위에 나타낸 것이다. 그 부등식은 어느 것인가?



① $2x + 6 > 2$

② $-3 + x \leq 2$

③ $\frac{1}{2}x > 3$

④ $-2x \geq -4$

⑤ $-4x + 1 > 9$

해설

② $x \leq 5$

③ $x > 6$

④ $x \leq 2$

⑤ $x < -2$

5. 일차부등식 $8 - 2(x + 3) \leq 3(x - 2)$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 정수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8 - 2(x + 3) \leq 3(x - 2)$$

$$8 - 2x - 6 \leq 3x - 6$$

$$8 \leq 5x$$

$$x \geq 1.6$$

따라서 만족하는 가장 작은 정수는 2 이다.

6. 다음 수량 사이의 관계를 부등식으로 나타낸 것 중 옳은 것은?

- ① x 의 5 배에 2 를 더한 수는 x 에서 4 를 뺀 수 보다 크지 않다.
 $\Rightarrow 5x + 2 > x - 4$
- ② 한 개에 a 원인 사과 7 개와 한 개에 b 원인 배 8 개를 샀더니 그 금액이 10000 원을 넘지 않았다. $\Rightarrow 7a + 8b \geq 10000$
- ③ 100 원짜리 사탕 x 개와 200 원짜리 껌 2 개의 가격은 1000 원 이상이다. $\Rightarrow 100x + 400 \leq 1000$
- ④ 무게가 3kg 인 나무 상자에 한 통에 6kg 인 수박 x 통을 담으면 전체 무게가 40 kg 을 넘지 않는다. $\Rightarrow 3 + 6x > 40$
- ⑤ 한 개에 300 원인 배 x 개와 한 개에 600 원인 사과 4 개를 샀을 때, 그 금액은 3000 원보다 작지 않다. $\Rightarrow 300x + 2400 \geq 3000$

해설

- ① $x \times 5 + 2 \leq x - 4$, 크지 않다.
 $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
- ② $a \times 7 + b \times 8 \leq 10000$, 넘지 않았다.
 $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
- ③ $100 \times x + 200 \times 2 \geq 1000$
- ④ $3 + 6 \times x \leq 40$, 넘지 않는다.
 $\Rightarrow$ 작거나 같다 또는 이하이다.
- ⑤ $300 \times x + 600 \times 4 \geq 3000$, 작지 않다.
 $\Rightarrow$ 크거나 같다 또는 이상이다.

7. x 의 값이 $-1, 0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, 부등식 $3x - 2 < 4$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 1

해설

$x = -1$ 일 때, $-3 - 2 < 4$, $-5 < 4 \rightarrow$ 참.

$x = 0$ 일 때, $-2 < 4 \rightarrow$ 참.

$x = 1$ 일 때, $3 - 2 < 4$, $1 < 4 \rightarrow$ 참.

$x = 2$ 일 때, $6 - 2 < 4$, $4 < 4 \rightarrow$ 거짓.

$x = 3$ 일 때, $9 - 2 < 4$, $7 < 4 \rightarrow$ 거짓.

$x = 4$ 일 때, $12 - 2 < 4$, $10 < 4 \rightarrow$ 거짓.

8. 다음 부등식 중 $x = -2$ 가 해가 되는 것은?

① $x + 3 > 1$

② $-3x + 2 \leq 0$

③ $2x - 1 \geq -5$

④ $2 - x < 1$

⑤ $x - 1 > 2$

해설

③ $2x - 1 \geq -5$ 에서

$x = -2$ 이면 $2 \times (-2) - 1 \geq -5$ (참)

9. 다음 중 부등식 $3x - 4 < 2$ 의 해가 아닌 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$3x - 4 < 2$ 에서

⑤ $x = 2$ 이면 $3 \times 2 - 4 < 2$ (거짓)

10. 다음 중 방정식 $4x - 2(x - 5) = 6$ 을 만족하는 x 의 값을 해로 갖는 부등식은?

① $x - 2 > 4$

② $3(x + 1) \geq 2(x + 2)$

③ $2x - 5 > 4x + 2$

④ $x + 2(x - 3) > 2(x - 1)$

⑤ $-2x - 4 \geq 0$

해설

방정식 $4x - 2(x - 5) = 6$ 을 풀면 $x = -2$ 이므로
 $x = -2$ 를 대입하여 성립하는 부등식을 찾는다.

⑤ $-2 \times (-2) - 4 = 0 \geq 0$ 이므로 부등식은 성립한다.

11. 부등식 $3x - 4 \leq x + 2$ 를 만족하는 자연수의 개수를 구하면?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$3x - 4 \leq x + 2$$

$$2x \leq 6$$

$$\therefore x \leq 3$$

$$\therefore x = 1, 2, 3$$

12. x 가 $-2 \leq x \leq 4$ 인 정수일 때, $2x - \frac{3}{2} > 0$ 을 참이 되게 하는 x 의 값의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 이고

$2x - \frac{3}{2} > 0$ 에 대입했을 때 참이 되는 x 값은 1, 2, 3, 4이다.

따라서 4개이다.

13. x 가 자연수이고, 부등식 $-5 + 2x < x - a$ 을 만족하는 해의 개수가 2개일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $0 \leq a < 3$

② $1 < a \leq 3$

③ $2 \leq a < 3$

④ $0 < a \leq 3$

⑤ $1 \leq a < 3$

해설

$-5 + 2x < x - a$ 를 정리하면 $x < 5 - a$,
자연수 중에서 부등식을 만족하는 해의 개수가 2개이므로 $2 < 5 - a \leq 3$ 이 되어야 한다.

$$-3 < -a \leq -2$$

$$\therefore 2 \leq a < 3$$

14. 다음 중 설명이 옳지 않은 것은?

① $a > 0$ 이고, $b < 0$ 이면 $a > b$ 이다.

② $0 < a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 이다.

③ $a < b < 0$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

④ $a < b < 0$ 이면 $a^3 > b^3$ 이다.

⑤ $a < b < 0$ 이면 $|a| > |b|$ 이다.

해설

- ④ 예를 들어 $a = -3$, $b = -2$ 이라고 하면
 $-3 < -2 < 0$ 이고 $(-3)^3 = -27$ 이고,
 $(-2)^3 = -8$ 이므로 $-27 < -8$ 이다.
따라서 $a < b < 0$ 이면 $a^3 < b^3$ 이 된다.

15. $ab > 0$, $a + b < 0$, $a > b$ 일 때, 다음 중 안에 들어갈 부등호의 방향이 다른 것은?

① $a + 1$ $b + 1$

② $2a - 1$ $2b - 1$

③ $-\frac{1}{a}$ $-\frac{1}{b}$

④ $1 - 3a$ $1 - 3b$

⑤ $\frac{a}{3}$ $\frac{b}{3}$

해설

$ab > 0$, $a + b < 0$ 이므로 $0 > a > b$ 이다.

① $a + 1 > b + 1$

② $2a - 1 > 2b - 1$

③ $-\frac{1}{a} > -\frac{1}{b}$

④ $1 - 3a < 1 - 3b$

⑤ $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

16. 다음 보기에서 일차부등식을 모두 구하여라.

보기

㉠ $3x > -3$

㉡ $5x^2 < 2$

㉢ $-x + 1 \leq 2x - 4$

㉣ $x > 0$

㉤ $3x + 2 < 5$

㉥ $3x + 1 \geq 3x - 5$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

해설

일차부등식을 정리했을 때 x 의 차수가 1인 것을 찾는다.

㉠ $3x > -3$

$$3x + 3 > 0$$

㉡ $5x^2 - 2 < 0$

x 의 차수가 2차이다.

㉢ $-x + 1 \leq 2x - 4$

$$-x - 2x + 1 + 4 \leq 0$$

$$-3x + 5 \leq 0$$

㉤ $3x + 2 < 5$

$$3x - 3 < 0$$

㉥ $3x - 3x + 5 + 1 \geq 0$

$$6 \geq 0$$

일차항이 소거되므로 일차부등식이 아니다.

17. 일차부등식 $-3x + 17 < x$ 을 풀었을 때 그 해에 포함되지 않는 수를 고르면?

① 4

② 4.5

③ 5

④ 5.5

⑤ 6

해설

$$-3x - x < -17$$

$$-4x < -17$$

$$x > \frac{17}{4} = 4.25$$

4.25 보다 큰 수를 찾아야 하므로 4 는 포함되지 않는다.

18. 다음 문장을 부등식으로 나타내면?

소현이 어머니의 나이가 지금은 소현이의 나이 x 의 7 배이지만
3 년 후에는 소현이의 현재 나이 x 의 5 배 이하이다.

① $7x + 3 < 5x$

② $7x + 3 \leq 5x$

③ $7x + 3 \geq 5x$

④ $7x + 3 > 5x$

⑤ $7x \leq 5x$

해설

소현이의 나이는 x , 어머니의 나이는 $7x$ 이므로
3 년 후에 소현이의 나이의 5 배 이하는
 $7x + 3 \leq 5x$

19. 부등식 $6a - 9 \leq 3(x - 3) - 2x$ 를 만족하는 $-x$ 의 값 중에서 가장 큰 정수가 2일 때, 상수 a 의 값의 최댓값은?

① $a = -\frac{1}{3}$

② $a = -\frac{1}{2}$

③ $a = -1$

④ $a = \frac{1}{2}$

⑤ $a = \frac{1}{3}$

해설

$6a - 9 \leq 3(x - 3) - 2x$ 를 정리하면

$$6a - 9 \leq 3x - 9 - 2x$$

$$6a \leq x$$

$$x \geq 6a$$

$$\therefore -x \leq -6a$$

위 부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 2이므로 $2 \leq -6a < 3$

$$\therefore -\frac{1}{2} < a \leq -\frac{1}{3}$$

20. 부등식 $\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{2}(3x+7) - 2x \leq \frac{1-x}{5} + 3$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{x-1}{2} + \frac{5}{6} > \frac{2x}{3} \text{의 양변에 6을 곱하면}$$

$$3x - 3 + 5 > 4x$$

$$-x > -2$$

$$x < 2$$

따라서 $a = 1$ 이다.

$$\frac{1}{2}(3x+7) - 2x \leq \frac{1-x}{5} + 3 \text{의 양변에 10을 곱하면}$$

$$15x + 35 - 20x \leq 2 - 2x + 30$$

$$-3x \leq -3$$

$$x \geq 1$$

따라서 $b = 1$ 이다.

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

21. 부등식 $\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3}$ 을 만족하는 정수 중 최댓값을 a , 부등식 $\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2$ 을 만족하는 정수 중 최솟값을 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{x+1}{3} + \frac{7}{2} > \frac{2x}{3} \text{의 양변에 6을 곱한다.}$$

$$2x + 2 + 21 > 4x$$

$$-2x > -23$$

$$x < \frac{23}{2}$$

따라서 $a = 11$ 이다.

$$\frac{1}{3}(x+4) + (-x) \leq \frac{2+x}{3} + 2 \text{의 양변에 3을 곱하면}$$

$$x + 4 - 3x \leq 2 + x + 6$$

$$-3x \leq 4$$

$$x \geq -\frac{4}{3}$$

따라서 $b = -1$ 이다.

$$\therefore a - b = 11 - (-1) = 12$$

22. $\frac{5}{3}x - 2 < 3 + x$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 a ,
 $0.5x - 1 \geq 0.6 + 0.2x$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 b
라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{5}{3}x - 2 < 3 + x \text{에서}$$

분모의 최소공배수 3을 양변에 곱하면

$$5x - 6 < 9 + 3x$$

$$2x < 15, x < \frac{15}{2}$$

$$a = 7$$

$0.5x - 1 \geq 0.6 + 0.2x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x - 10 \geq 6 + 2x$$

$$3x \geq 16, x \geq \frac{16}{3}$$

$$b = 6$$

$$\therefore a + b = 7 + 6 = 13$$

23. $2x + 7 \leq 5x + 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수를 a ,
 $0.3x - 3 > 0.7x + 1.4$ 를 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수를 b
라고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 17

해설

$$2x + 7 \leq 5x + 1, -3x \leq -6, x \geq 2$$

$$\therefore a = 2$$

$$0.3x - 3 > 0.7x + 1.4, 3x - 30 > 7x + 14, -4x > 44, x < -11$$

$$\therefore b = -12$$

$$\therefore a - b = 14$$

24. 부등식 $\frac{x}{5} - \frac{x-a}{4} < 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수가 6 일 때, 정수 a 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

$$\frac{x}{5} - \frac{x-a}{4} < 1, 4x - 5(x-a) < 20, x > 5a - 20$$

$$5 \leq 5a - 20 < 6, 5 \leq a < \frac{26}{5}$$

25. 일차부등식 $\frac{2x+4}{3} \geq -\frac{x-2}{2} + x$ 를 풀면?

① $x \geq -14$

② $x \geq -2$

③ $x \geq -10$

④ $x \geq -\frac{1}{3}$

⑤ $x \leq \frac{14}{5}$

해설

부등식의 양변에 6 을 곱하면 $4x + 8 \geq -3x + 6 + 6x$ 이므로 $x \geq -2$ 이다.

26. $a < 3$ 일 때, $(a - 3)x + 3 > a$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$a < 3$ 이므로 $a - 3 < 0$ 이 되어 $(a - 3)x > a - 3$, $x < \frac{a - 3}{a - 3} = 1$ 이다.

27. 부등식 $\frac{x+3}{2} + \frac{5}{6}(a-x) \leq -\frac{5}{2}$ 의 해가 $x \geq 16$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{8}{5}$

해설

양변에 6 을 곱하면

$$3x + 9 + 5(a - x) \leq -15 \text{ 이다.}$$

$$-2x \leq -15 - 9 - 5a, \quad -2x \leq -24 - 5a$$

$$x \geq \frac{24 + 5a}{2} \text{ 이다.}$$

$$\text{해가 } x \geq 16 \text{ 이므로 } \frac{24 + 5a}{2} = 16, \quad a = \frac{8}{5} \text{ 이다.}$$

28. 부등식 $(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x + 2a + b < 0$ 의 해는?

① $x > 7$

② $x < 7$

③ $x > -7$

④ $x < -7$

⑤ $x < 3$

해설

$(a+b)x + 2a - 3b < 0$ 의 해가 $x < -\frac{3}{4}$ 이므로 $a+b > 0$

식을 정리하면 $x < -\frac{2a-3b}{a+b}$ 이므로

$$-\frac{2a-3b}{a+b} = -\frac{3}{4}$$

$$8a - 12b = 3a + 3b$$

$$5a = 15b \quad \therefore a = 3b$$

$a+b = 4b > 0$ 이므로 $b > 0$,

$a = 3b$ 를 $(a-2b)x + 2a + b < 0$ 에 대입하면

$$(3b-2b)x + 6b + b < 0$$

$$x < -\frac{7b}{b}$$

$$\therefore x < -7$$

29. 부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 만족하는 정수 중 가장 큰 수는 -16 이라고 할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

부등식 $\frac{x}{4} - a \geq \frac{3x-2}{5}$ 를 정리하면

$$5x - 20a \geq 12x - 8 \text{ 에서 } -7x \geq 20a - 8$$

$$\therefore x \leq \frac{-20a + 8}{7}$$

부등식을 만족하는 가장 큰 정수가 -16 이므로

$$\frac{-20a + 8}{7} = -16$$

$$-20a + 8 = -112$$

$$-20a = -120$$

$$\therefore a = 6$$

30. 일차부등식 $\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 를 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 $\frac{y}{2x}$ 라고 하면 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 5보다 작은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\frac{2x-1}{3} + 2a \geq \frac{3x+5}{6} + \frac{5x-4}{2}$ 의 양변에 6 을 곱하여 정리하면

$$4x - 2 + 12a \geq 3x + 5 + 15x - 12$$

$$4x - 3x - 15x \geq 2 + 5 - 12 - 12a$$

$$-14x \geq -5 - 12a$$

$$\therefore x \leq \frac{5 + 12a}{14}$$

부등식을 만족하는 해의 최댓값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\frac{5 + 12a}{14} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } 14 = 10 + 24a, 24a = 4, a = \frac{1}{6}$$

$$\frac{y}{2x} = \frac{1}{6} \text{ 고, 5보다 작은 자연수이므로 } x = 3, y = 1$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 3^2 + 1^2 = 10$$

31. $a > 0$ 일 때, 두 부등식 $\frac{3x+1}{a} < \frac{x+2}{4}$, $0.5(x+1) < 0.3(x+3)$ 의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$0.5(x+1) < 0.3(x+3)$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5(x+1) < 3(x+3)$$

$$5x+5 < 3x+9$$

$$\therefore x < 2$$

$\frac{3x+1}{a} < \frac{x+2}{4}$ 의 양변에 $4a$ 를 곱하면

$$4(3x+1) < a(x+2)$$

$$12x+4 < ax+2a$$

$$(12-a)x < 2a-4$$

두 부등식의 해가 서로 같으므로 $12-a > 0$ 이고 해는 $x < \frac{2a-4}{12-a}$

$$\frac{2a-4}{12-a} = 2$$

$$24-2a = 2a-4$$

$$\therefore a = 7$$

32. 부등식 $\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$ 을 참이 되게 하는 자연수 x 의 개수가 8개다. 이때, 정수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 18

해설

$$\frac{3x+a}{2} - 5 > 4x - a$$

$$x < \frac{3}{5}a - 2$$

$$8 < \frac{3}{5}a - 2 \leq 9$$

$$\frac{50}{3} < a \leq \frac{55}{3}$$

따라서 a 는 정수이므로 17, 18 이다.

33. $x \leq \frac{a-1}{2}$ 를 만족하는 가장 큰 정수가 1 일 때, a 의 값이 될 수 있는 수를 고르면?

① 0

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$1 \leq \frac{a-1}{2} < 2$$

$$2 \leq a-1 < 4$$

$$3 \leq a < 5$$

34. $-1 \leq x \leq 1$ 일 때, $\frac{4-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $a \leq \frac{4-2x}{3-x} \leq b$ 라 할 때, $a+2b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{4-2x}{3-x} = \frac{2(3-x)-2}{3-x} = 2 - \frac{2}{3-x} \text{ 이므로}$$

$-1 \leq x \leq 1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면 $-1 \leq -x \leq 1$

각 변에 3 을 더하면 $2 \leq 3-x \leq 4$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{4} \leq \frac{1}{3-x} \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } -2 \text{ 를 곱하면 } -1 \leq -\frac{2}{3-x} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\text{각 변에 } 2 \text{ 를 더하면 } 1 \leq 2 - \frac{2}{3-x} \leq \frac{3}{2}$$

$$a = 1, b = \frac{3}{2} \text{ 이므로 } a + 2b = 4$$

35. $-1 \leq a < 4$ 이고 $A = -3a - 2$ 일 때, A 의 값의 범위를 구하면?

① $-14 \leq A < 1$

② $-14 < A \leq 1$

③ $-1 < A \leq 14$

④ $-5 \leq A < 10$

⑤ $-5 < A \leq 10$

해설

$a = -1$ 일 때, $A = 1$ 이고 $a = 4$ 일 때, $A = -14$ 이다.
따라서 $-14 < A \leq 1$ 이다.

36. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $\frac{1-2x}{3-x}$ 의 범위를 구하면 $p \leq \frac{1-2x}{3-x} \leq q$ 라 할때, $p-q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

(1) 단계

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

각 변에 -2 를 곱하면 $-4 \leq -2x \leq 4$

각 변에서 1 을 더하면 $-3 \leq 1-2x \leq 5$

(2) 단계

$-2 \leq x \leq 2$ 에서

각 변에 -1 을 곱하면 $-2 \leq -x \leq 2$

각 변에서 3 을 더하면 $1 \leq 3-x \leq 5$

(3) 단계

$-3 \leq 1-2x \leq 5$ 와 $1 \leq 3-x \leq 5$ 를 변끼리 나누면

$-3 \leq \frac{1-2x}{3-x} \leq 5$ 이므로 $p = -3, q = 5$

$\therefore p - q = -8$

37. $7x + 5 \geq 9x \square 3$ 의 부등식이 있다. 미혜는 빈칸의 부호를 잘 못 봐서 $x \leq 4$ 로 답을 구했다고 한다. 올바르게 보았다고 할 때 조건을 만족하는 자연수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$7x - 9x \geq \square 3 - 5 \quad \text{이므로}$$

$$-2x \geq \square 3 - 5$$

$$x \leq -\frac{1}{2}(\square 3 - 5) = 4$$

미혜는 빈칸의 부호를 -로 잘못보았다.

원래의 부호는 + 이다.

$$7x + 5 \geq 9x + 3 \quad \text{이 되므로}$$

$$7x - 9x \geq 3 - 5$$

$$-2x \geq -2$$

$$x \leq 1$$

조건을 만족하는 자연수는 1 이다.

그러므로 자연수의 합은 1 이다.

38. 집합 $A = \{(x, y) | 4x + 9y \leq 50, x, y \text{는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$4x + 9y \leq 50$ 이므로

$y = 1, 2, 3, 4, 5$ 만 가능하다.

$y = 1$ 일 때, $4x \leq 41$

$\therefore x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$

$y = 2$ 일 때, $4x \leq 32$

$\therefore x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$

$y = 3$ 일 때, $4x \leq 23$

$\therefore x = 1, 2, 3, 4, 5$

$y = 4$ 일 때, $4x \leq 14$

$\therefore x = 1, 2, 3$

$y = 5$ 일 때, $4x \leq 5$

$\therefore x = 1$

$n(A) = 10 + 8 + 5 + 3 + 1 = 27$

39. a, b, c 는 연속하는 3 개의 3 의 배수이다. $\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$ 일 때,
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

a, b, c 가 연속하는 3 의 배수이므로 $b - 3, b, b + 3$ 으로 놓을 수 있다.

$$\frac{66}{b} \leq a - c \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq (b - 3) - (b + 3) \leq \frac{84}{b}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6 \leq \frac{84}{b} \text{ 이므로}$$

$$\frac{66}{b} \leq -6, \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}$$

$$-6 \leq \frac{84}{b}, \frac{1}{b} \geq -\frac{1}{14}$$

$$\therefore -\frac{1}{14} \leq \frac{1}{b} \leq -\frac{1}{11}, b = -12$$

따라서 $a = -15, c = -9$ 이므로

$$a + b + c = -15 - 12 - 9 = -36 \text{ 이다.}$$

40. 연속하는 세 수 a, b, c 에 대하여 $98 \leq ac - ab \leq 100$ 를 만족할 때, 세 수 a, b, c 를 각각 구하여라.
(단, $a < b < c \leq 100$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 98$

▷ 정답 : $b = 99$

▷ 정답 : $c = 100$

해설

연속하는 세 수를 크기가 작은 순서대로 $b-1, b, b+1$ 로 놓으면

$$a = b-1, c = b+1$$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } ac - ab &= (b-1)(b+1) - (b-1)b \\ &= b^2 - 1 - b^2 + b \\ &= b - 1\end{aligned}$$

$$\text{즉, } 98 \leq b-1 \leq 100$$

$$99 \leq b \leq 101$$

그런데 b 는 100 보다 작은 수이므로 99 이다.

따라서 세 수는 98, 99, 100 이다.

$$\therefore a = 98, b = 99, c = 100$$

41. 어떤 수 x 를 소수 둘째 자리에서 반올림한 값이 2.6 일 때, $2x + \frac{3}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2.55 \leq x < 2.65$$

$$\text{각 변에 2 를 곱하면 } 5.1 \leq 2x < 5.3$$

$$\text{각 변에 } \frac{3}{2} \text{ 을 더하면 } 6.6 \leq 2x + \frac{3}{2} < 6.8$$

$$\text{따라서 } 2x + \frac{3}{2} \text{ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값은 7}$$

42. 어떤 수 A 를 소수점 아래 둘째자리에서 반올림한 값이 1.2 일 때, $4A - \frac{1}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

A 의 값의 범위를 구하면

$(1.2 - 0.05) \leq A < (1.2 + 0.05)$ 에서

$1.15 \leq A < 1.25$

각 변에 4를 곱하면 $4.6 \leq 4A < 5$

각 변에 $\frac{1}{2}$ 을 빼면 $4.1 \leq 4A - \frac{1}{2} < 4.5$

따라서 $4A - \frac{1}{2}$ 을 소수 첫째 자리에서 반올림한 값은 4이다.

43. $3^{a-2} + 3 = 30$ 일 때, 부등식 $\frac{ax-3}{2} + 4 \leq x+7$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

$$3^{a-2} = 27 = 3^3$$

$$a - 2 = 3, a = 5$$

$$\frac{5x-3}{2} + 4 \leq x+7$$

$$5x-3+8 \leq 2x+14$$

$$3x \leq 9$$

$$\therefore x \leq 3$$

자연수 x 는 1, 2, 3 의 3 개이다.

44. $\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}$ 일 때, $ax + 3 < 3a + x$ 의 해를 풀면?

① $x < 3$

② $x > 3$

③ $x < -3$

④ $x > -3$

⑤ $x < 1$

해설

$$\frac{a-1}{2} + \frac{a}{3} < \frac{1}{3}, \quad 3(a-1) + 2a < 2 \quad \therefore a < 1$$

$$ax + 3 < 3a + x, \quad (a-1)x < 3a-3, \quad x > \frac{3(a-1)}{a-1} \quad \therefore x > 3$$

45. $2^{3-a} - \frac{1}{12} = \frac{1}{24}$ 일 때, $ax - \frac{3}{4} \geq 4x + b$ 의 해는 $x \geq \frac{1}{2}$ 이다. 이 때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = \frac{1}{4}$

해설

$$2^{3-a} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 2^{-3}$$

$$3 - a = -3, a = 6$$

$$6x - \frac{3}{4} \geq 4x + b$$

$$24x - 3 \geq 16x + 4b$$

$$8x \geq 4b + 3$$

$$x \geq \frac{4b + 3}{8}$$

$$\frac{4b + 3}{8} = \frac{1}{2}$$

$$8b + 6 = 8, b = \frac{1}{4}$$

46. $\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}$ 일 때, $ax - 3(x + 2) < b$ 의 해는 $x < 11$ 이다. 이때, ab 의 값은?

① -5

② 5

③ 10

④ 15

⑤ 20

해설

$$\frac{3^{1-a}}{2} = \frac{1}{54}, 3^{1-a} = \frac{1}{27} \therefore a = 4$$

$$4x - 3(x + 2) < b$$

$$x < b + 6 = 11$$

$$b = 5 \therefore ab = 20$$

47. x 에 관한 일차부등식 $-5x \geq b - 3ax$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 일 때, $2a + 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{10}{3}$

해설

$(-5 + 3a)x \geq b$ 의 해가 $x \geq -\frac{1}{3}$ 로 부등호 방향이 바뀌지 않았
으므로

$$-5 + 3a > 0$$

$$\therefore a > \frac{5}{3}$$

부등식의 양변을 $-5 + 3a$ 로 나누면

$$x \geq \frac{b}{-5 + 3a} \text{ 이고, 이 해가 } x \geq -\frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

$$\frac{b}{-5 + 3a} = -\frac{1}{3}$$

$$-3b = 3a - 5, 3a + 3b = 5 \text{ 이므로 } a + b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 2b = \frac{10}{3}$$

48. $ax < 2x - 15$ 의 해가 $x > 6$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$ax < 2x - 15, ax - 2x < -15$$

$(a - 2)x < -15$ 의 해가 $x > 6$ 로 부등호의 방향이 바뀌었으므로

$$a - 2 < 0 \quad \therefore a < 2$$

$(a - 2)x < -15$ 의 양변을 $a - 2$ 로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$$x > \frac{-15}{a - 2} \text{ 이고, 이 해가 } x > 6 \text{ 이므로}$$

$$\frac{-15}{a - 2} = 6, 6a - 12 = -15$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}$$

49. 부등식 $ax + a - b < 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x > a + b$ 를 풀면?

① $x > 2$

② $x > 1$

③ $x < -1$

④ $x < -2$

⑤ $x < -3$

해설

$$ax < -a + b$$

$$x < \frac{-a + b}{a} = 1 \quad (\because a > 0)$$

$$-a + b = a, \quad -2a = -b, \quad 2a = b$$

$$(a - 2b)x > a + b, \quad (a - 4a)x > a + 2a$$

$$-3ax > 3a$$

$$\therefore x < -1 \quad (\because -3a < 0)$$

50. 두 수 a, b 에 대하여 $a \star b = a - b + 1$ 로 정의할 때, $(2mx-1) \star (x+2) > 2 \star a$ 를 만족하는 x 의 값이 하나도 없다. 이때, y 에 대한 부등식 $-ay + 4 \leq y - 2a$ 를 만족하는 정수 y 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

정의에 의해 주어진 식을 풀면

$$(2mx-1) - (x+2) + 1 > 2 - a + 1$$

$$(2m-1)x > 5-a$$

위 부등식의 해가 하나도 없으려면

$$2m-1=0, 5-a \geq 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{2}, a \leq 5 \cdots \textcircled{7}$$

$-ay + 4 \leq y - 2a$, $(a+1)y \geq 4 + 2a$ 를 만족하는 정수 y 가 최솟값을 갖기 위해서

$$a+1 > 0, a > -1 \cdots \textcircled{8}$$

양변을 $a+1$ 로 나누면

$$y \geq \frac{4+2a}{a+1} = \frac{2(a+1)+2}{a+1} = 2 + \frac{2}{a+1} \text{ 에서}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에 의해서 } -1 < a \leq 5 \text{ 일 때 } 2 + \frac{2}{a+1} \geq \frac{7}{3} \text{ 이므로}$$

$$y \geq \frac{7}{3} \text{ 따라서 정수 } y \text{의 최솟값은 3}$$