

1. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$ ③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$
④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$ ⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6} \text{이다.}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 근의 공식으로 풀면

$x = 2 \pm \sqrt{7}$ 이므로 $a + b = 2 - \sqrt{7} + 2 + \sqrt{7} = 4$

3. 이차방정식 $x(x-6) = a$ 가 중근을 가질 때, 상수 a 의 값은?

- ① -9 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$x^2 - 6x - a = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (-6)^2 + 4a = 0$$

$$\therefore a = -9$$

4. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

5. 어떤 수 a 와 a 보다 3작은 자연수가 있다. 두 수의 곱이 108일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 자연수를 a , $a - 3$ 이라 하면

$$a(a - 3) = 108$$

$$a^2 - 3a - 108 = 0$$

$$(a + 9)(a - 12) = 0$$

$$\therefore a = 12 (\because a > 0)$$

따라서 두 자연수는 12, 9이므로 두 자연수의 합은 $12 + 9 = 21$ 이다.

6. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$
$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$
$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$
$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$

② $\frac{b}{a}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
- ④ $-\frac{b}{a}$

⑤ $-\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$
$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$
$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$
$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

7. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A , B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -2$

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3}\end{aligned}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로

$A = -2$, $B = -2$ 이다.

8. $A = \{x \mid 6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)\}$ 의 해가 $\{\alpha, \beta\}$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

9. 이차방정식 $ax^2 + 2x + a = 0$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?
- ① $a = -1$ 이면 중근을 갖는다.
 - ② $a = \frac{1}{2}$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다
 - ③ 이차방정식의 근은 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$ 이다.
 - ④ $a = 3$ 이면 근을 갖지 않는다
 - ⑤ $a \geq -1$ 이면 서로 다른 두 개의 양의 정수를 근으로 갖는다.

해설

판별식 $D = 2^2 - 4a^2 = 4(1 - a^2) = 4(1 + a)(1 - a)$

① $a = -1$ 이면 $D = 0$ 이 되어 중근을 갖는다.

② $a = \frac{1}{2}$ 이면 $D > 0$ 이 되어 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ 근의 공식으로 풀면 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-a^2}}{a}$

④ $a = 3$ 이면 $D < 0$ 이 되어 근을 갖지 않는다.

⑤ $a \geq -1$ 이면 $D \geq 0$ 이므로 중근 또는 서로 다른 두 근을 갖는다.

10. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 1 + k = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{D}{4} = 16 - 2 - 2k = 0, \quad k = 7$$

11. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 - 3\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 5\alpha\beta = 9 + 25 = 34$

12. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta &= -\frac{(-6)}{3} = 2, \alpha\beta = \frac{-12}{3} = -4 \\ \alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta \\ &= 4 + 4 = 8\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 유리수 $a + b$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은 $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4, b = -4$

$\therefore a + b = 0$

14. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하여 2배 하였더니 48만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+2)^2 = 2(x+2) + 48$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

15. 이차방정식 $12x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

두 근이 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$ 이고, x^2 의 계수가 12 인 이차방정식은

$$12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{4}\right) = 0, 12x^2 - x - 1 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -1$ 이므로 $a + b = -2$ 이다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-\frac{3}{4}, \frac{1}{2}$ 일 때, $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터

$$-a = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2}, a = \frac{1}{4}$$

$$b = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = -\frac{3}{8}$$

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에 $a = \frac{1}{4}, b = -\frac{3}{8}$ 대입하면

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{\left(-\frac{3}{8}\right)}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ 이다.

17. 지면으로부터 45m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 로 쏘아 올린 물로켓의 x 초 후의 높이는 $(45 + 40x - 5x^2)$ m 이다. 이 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 9 초

해설

지면에 떨어지므로 높이는 0m 이다.

$$45 + 40x - 5x^2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x + 1)(x - 9) = 0$$

따라서 $x = 9$ 이다.

18. 서로 다른 두 수 x, y 에 대하여 $9x^2 + 18xy + 9y^2 = 2x + 2y$ 의 관계가 성립할 때, $x + y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$9(x + y)^2 - 2(x + y) = 0$
 $A = x + y$ 라 하면 $A(9A - 2) = 0$ 이다.
 $\therefore A = 0$ 또는 $A = \frac{2}{9}$ 이다.
 $\therefore x + y = 0$ 또는 $x + y = \frac{2}{9}$

19. 서로 다른 수 x, y 에 대하여 $2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$ 가 성립할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, $x \neq y, xy \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2x^2 - 4xy + 2y^2 = 6x - 6y$$

$$x^2 - 2xy + y^2 - 3x + 3y = 0$$

$$(x - y)^2 - 3(x - y) = 0$$

$$(x - y)(x - y - 3) = 0$$

$x \neq y$ 이므로 $x - y - 3 = 0, x - y = 3$ 이다.

20. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)
- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 - ② 중근을 갖는다.
 - ③ 근이 없다.
 - ④ k 의 값에 따라 달라진다.
 - ⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.
 $D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$
 $\therefore k > -1$
방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서
 $D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0$ ($\because k > -1$)
따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

21. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠

주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡

작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢

작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤

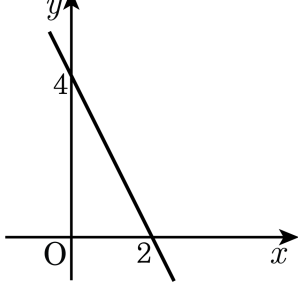
주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0개
- ② 1개
- ③ 2개
- ④ 3개
- ⑤ 4개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

22. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



- ① 2
- ② -2
- ③ $\sqrt{5}$
- ④ $2\sqrt{5}$
- ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$
 $\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$
두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.
이차방정식의 두 근을 α , β 라고 하면,
두 근의 차 $|\alpha - \beta|$ 는
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 에서
 $|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta}$ 이므로
두 근의 차는
 $\pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

23. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다.

이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$
 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근이 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이므로
 $\alpha - 1 + \beta - 1 = 2, \alpha + \beta = 4$
 $\therefore a = 4$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$
 $2b - 4 + 1 = -4, 2b = -1$
 $\therefore b = -\frac{1}{2}$
 $\therefore a \times b = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

24. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1
- ② $\frac{4}{3}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

26. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5 이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4 이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

- ① 2, 5
- ② 2, -5
- ③ 1, 5
- ④ 1, 2
- ⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5$, $-a = -2 + (-4) = -6$, $a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x - 1)(x - 5) = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x + 2)(x + 4) = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x + 1)(x + 5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

27. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$
 $k < 0$ 이므로 $k = -8$
 $-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

28. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

29. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

30. 한 원 위에 $n+1$ 개의 점을 잡아 $n+1$ 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = 35 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n+8)(n-9) = 0$$

$$\therefore n = 9 \quad (\because n > 0)$$

31. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{13}{10}$ ③ $\frac{17}{10}$ ④ $\frac{23}{10}$ ⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

32. 사랑이는 초콜릿 91 개를 사서 반 친구들에게 똑같이 나누어 주었더니, 한 사람이 가진 초콜릿의 수가 반 친구들의 수보다 6 개가 적었다고 한다. 반 친구들의 수는 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 13명

해설

반 친구들을 x 라고 하면,
 $x(x-6) = 91$ 이므로
 $x^2 - 6x - 91 = 0$
 $(x+7)(x-13) = 0$
 따라서 $x = 13$ (x 는 자연수)이다.

33. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때,
이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$ 이다.

34. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라. (단 $x > y$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2개

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}, \quad \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{2}, \quad xy = 2(x+y)$$

$$xy - 2(x + y) = 0, \quad xy - 2(x + y) + 4 = 4$$

$$xy - 2x - 2y + 4 = 4, \quad x(y - 2) - 2(y - 2) = 4$$

$(x-2)(y-2) = 4$ 그런데 x, y 는 정수이므로

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1
x	3	4	6	1	0	-2

y	6	4	3	-2	0	1
-----	---	---	---	----	---	---

 $x \neq 0, y \neq 0$ 이므로 $x > y$ 이므로

구하는 (x, y) 는 $(6, 3), (1, -2)$ 이다.

구하는 (x, y) 는
따라서 2개이다

35. $\frac{1}{2xy} + \frac{5y-1}{x} + \frac{x}{2y} - 3 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = 1$

해설

$\frac{1}{2xy} + \frac{5y-1}{x} + \frac{x}{2y} - 3 = 0$ 을 정리하면

$$x^2 - 6yx + 10y^2 - 2y + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

근의 공식에서

$$x = 3y \pm \sqrt{9y^2 - 10y^2 + 2y - 1}$$

$$\therefore x = 3y \pm \sqrt{-y^2 + 2y - 1}$$

이때, x, y 는 실수이므로 $-y^2 + 2y - 1 \geq 0$ 이어야 한다.

$$\text{즉, } y^2 - 2y + 1 = (y - 1)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 1$$

$$\textcircled{1} \text{ 에서 } x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3$$

따라서 $x = 3, y = 1$ 이다.

36. 정수 m, n 에 대하여 이차방정식 $(m+1)x^2 + 2x + n + 3 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (m+1)(n+3) = 0$$

$$mn + m + n + 2 = 0$$

$$(m+1)(n+1) = -1$$

$$(m+1, n+1) = (1, -1), (-1, 1)$$

$$m = 0, -2$$

따라서 m 의 최댓값은 0 이다.

37. 이차방정식 $x^2 - ax + 2b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 두 근은 $\alpha - 1, \beta - 1$ 이다. 이 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = 2b$

$x^2 - 2x - 4 = 0$ 에서

$$\alpha - 1 + \beta - 1 = 2$$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\therefore a = 4$$

$$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -4$$

$$2b - 4 + 1 = -4$$

$$2b = -1$$

$$\therefore b = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore ab = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$$

38. $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2-kx-m=0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k-m$ 의 값은?
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{3+\sqrt{2}} &= \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3-\sqrt{2} = 1.\times\times\times \\ \therefore a &= 1, b = 2-\sqrt{2} \\ 2-\sqrt{2}, 2+\sqrt{2} &\text{가 } ax^2-kx-m=0 \text{ 의 근이므로} \\ \frac{k}{a} &= 4, -\frac{m}{a} = 2 \\ \therefore k &= 4, m = -2 \\ \therefore k-m &= 4-(-2) = 6 \end{aligned}$$

39. 이차방정식 $4x^2 - 15x + m = 0$ 의 두 근의 절댓값의 비가 $2 : 3$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 두 근을 a, b 라 하면 $|a| : |b| = 2 : 3$ 이다.

따라서 한 근이 $|a|$ 일 때 다른 한 근은 $\frac{3}{2}|a|$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = |a| + \frac{3}{2}|a| = \frac{15}{4}, \frac{5}{2}|a| = \frac{15}{4}$$

$$\therefore |a| = \frac{3}{2}, a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\therefore |b| = \frac{9}{4}, b = \pm \frac{9}{4}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{4} = \frac{27}{8}$$

$$\therefore m = \frac{27}{2}$$

40. 100g의 물이 들어 있는 그릇에서 일정 양의 물을 퍼낸 다음 퍼낸 물의 양과 같은 양의 설탕을 넣어 잘 저었다. 이 설탕물에서 처음 퍼낸 물의 양보다 2배 더 많은 설탕물을 퍼내고 퍼낸 설탕물의 양과 같은 양의 설탕을 넣었더니 88%의 설탕물이 되었다면, 처음 퍼낸 물의 양은 얼마인지 구하여라.

▶ **답:** g

▶ 정답 : 40g

해설

처음 퍼낸 물의 양을 $x\text{g}$ ($6 < x < 50$) 이라 하면 100g 의 물이 들어 있는 그릇에서 $x\text{g}$ 의 물을 퍼낸 다음 $x\text{g}$ 의 설탕을 넣었으므로 $x\%$ 의 설탕물 100g 이 된다.

또, $2xg$ 의 설탕물을 빼내고 $2xg$ 의 설탕을 넣었으므로 이 설탕물 $100g$ 에 녹아 있는 설탕의 양은

$$\frac{x}{100} \times 100 - \frac{x}{100} \times 2x + 2x = \frac{88}{100} \times 100$$

$$100x - 2x^2 + 200x = 8800$$

$$2x^2 - 300x + 8800 = 0$$

$$x^2 - 150x + 4400 = 0$$

$$(x - 40)(x - 110) = 0$$

$x = 40$ 또는 110

$$\therefore x = 40 (0 < x < 50)$$

41. 어떤 물체 A , B 가 같은 직선 위를 움직인다. 물체 A 가 움직인 거리는 움직인 시간 t 에 비례하고, 물체 B 가 움직인 거리는 t^2 에 비례한다. 물체 B 의 12m 뒤에서 물체 B 와 동시에 출발한 물체 A 는 4 분 후에 물체 B 와 만나게 되고, 다시 2 분 후에 한 번 더 만난다고 할 때, 이 이후에 물체 B 가 움직인 거리가 물체 A 가 움직인 거리의 2 배가 되는 시각은 출발한지 몇 분 후인지 구하여라.

▶ 답: 분

▷ 정답: $10 + 2\sqrt{19}$ 분

해설

A 와 B 가 동시에 움직인 시간을 t 라 하면

A 가 움직인 거리는 $s = at$

B 가 움직인 거리 $s' = bt^2$ 이다. (a, b 는 상수)

B 가 움직인 거리 $s' = bt^2$ 이다. (a, b 는 상수)

A 와 B 는 움직

$$16b + 12 = 4a$$

$$\therefore a = 5, b = \frac{1}{2}$$

따라서 x 분 동안 B 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x^2$, A 가 움직인 거리는 $5x$ 이다.

B 가 12m 앞에서 출발하므로 $\frac{1}{2}x^2 + 12 = 2 \times 5x$

$$x^2 - 20x + 24 = 0 \quad \therefore x = 10 \pm 2\sqrt{19}$$

$$x > 6 \text{ 이므로 } x = 10 + 2\sqrt{19}$$

따라서 구하는 시각은 출발한지 $10 + 2\sqrt{19}$ 분 후이다.

42. 원 위의 움직이는 점 P 와 점 Q 가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P 가 점 Q 보다 3 초 일찍 출발하여 P 가 출발한지 5초 후에 두 점이 만나게 되고, P 가 출발한지 9 초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P 가 움직인 거리와 점 P 가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원 둘레의 길이는 72 이다.)

▶ 답 : 초

▷ 정답 : $17 + 2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $s = a \times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b 는 상수)
점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로
 $10a + 2b = 72$
 $18a + 18b = 144$
 $\therefore a = 7, b = 1$
따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.
P 가 3 초 먼저 출발하므로
 $14x = \frac{1}{2}(x - 3)^2$
 $x^2 - 34x + 9 = 0$
 $x = 17 \pm 2\sqrt{70}$
따라서 구하는 시각은 출발한지 $17 \pm 2\sqrt{70}$ 초 후이다.

43. 다음 식의 값을 구하여라.

$$5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \frac{6}{5 - \dots}}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

주어진 식을 x 라고 하면 $x = 5 - \frac{6}{x}$

$x = 5 - \frac{6}{x}$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 = 5x - 6, \quad x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

44. 다음 식의 값을 구하여라.

$$3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + \cdots}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

주어진 식을 x 라 하면

$$x = 3 + 2\sqrt{x}, \sqrt{x} > 0 \text{ 이므로 } x > 3$$

$x - 3 = 2\sqrt{x}$ 의 양변을 제곱하면

$$x^2 - 6x + 9 = 4x$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 1)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 9$$

$$\therefore x > 3 \text{ 이므로 } x = 9$$

45. 원가가 1800 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $2a\%$ 를 받고 팔았더니 396 원의 손해를 보았다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

정가 : $1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right)$ 원

$$1800 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{2a}{100} + 396 = 1800$$

$$36a + \frac{9}{25}a^2 + 396 = 1800$$

$$a^2 + 100a - 3900 = 0$$

$$(a - 30)(a + 130) = 0$$

$$\therefore a = 30(a > 0)$$

46. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 36t - 4t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을 $a \leq t \leq b$ 할 때, $a + b$ 의 값은?

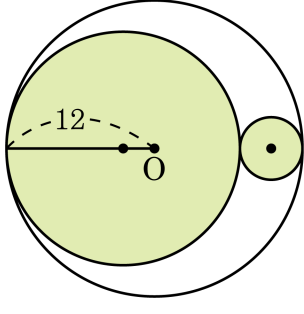
① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 36t - 4t^2 &= 80 \\ 4t^2 - 36t + 80 &= 0 \\ (t - 4)(t - 5) &= 0 \\ \therefore t &= 4, 5 \\ 4 &\leq t \leq 5 \\ \therefore a + b &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$

47. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때,

색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?

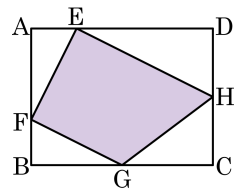


- ① $4 + 2\sqrt{3}$
- ② $6 + 2\sqrt{3}$
- ③ $4 + 3\sqrt{2}$
- ④ $3 + 2\sqrt{6}$
- ⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

(큰 원의 반지름) = x
(작은 원의 반지름) = $\frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$
 $\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$
 $x^2 - 12x + 24 = 0$
 $x = 6 \pm 2\sqrt{3}$
 $\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \ (\because 6 < x < 12)$

48. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에 사각형 EFGH 가 내접하고 있다. 점 H 는 선분 CD 를 이등분하고 점 G 는 선분 BC 를 이등분한다. 삼각형 AFE, FBG, EHD 의 넓이가 각각 1, 1, $\frac{9}{4}$ 일 때, 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\overline{AD} = x$, $\overline{AB} = y$ 라 하면

$$\overline{DH} = \overline{HC} = \frac{1}{2}y, \overline{BG} = \overline{GC} = \frac{1}{2}x$$

$$\triangle EHD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}y \times \overline{ED} = \frac{9}{4} \quad \therefore \overline{ED} = \frac{9}{y}$$

$$\triangle FBG = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}x \times \overline{FB} = 1 \quad \therefore \overline{FB} = \frac{4}{x}$$

$$\text{따라서 } \triangle AFE = \frac{1}{2} \left(x - \frac{9}{y} \right) \left(y - \frac{4}{x} \right) = 1$$

$$\left(\frac{xy - 9}{y} \right) \left(\frac{xy - 4}{x} \right) = 2$$

$$(xy - 9)(xy - 4) = 2xy$$

$$(xy)^2 - 15xy + 36 = 0$$

$$(xy - 12)(xy - 3) = 0$$

$$\therefore xy = 12 \text{ 또는 } xy = 3$$

$$\text{그런데 } xy > \frac{17}{4} \text{ 이므로 } xy = 12$$

$$\therefore \square ABCD = 12$$

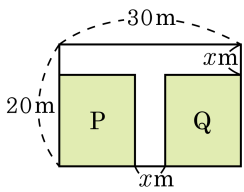
49. 밑면의 반지름의 길이가 7cm 이고 높이가 h cm 인 원기둥이 있다. 이 원기둥의 반지름의 길이를 조금 줄였더니 원기둥의 부피가 처음보다 64% 감소했을 때, 줄인 반지름의 길이는?

- ① 2.5cm ② 2.6cm ③ 2.7cm
④ 2.8cm ⑤ 2.9cm

해설

반지름의 줄인 길이를 x cm 라 하면
원래 원기둥의 부피는 $7^2\pi h$ cm
나중 원기둥의 부피는 $(7-x)^2\pi h$ cm
부피가 64% 감소했으므로
 $(7-x)^2\pi h = 0.36 \times 7^2\pi h$
 $(7-x)^2 = (0.6 \times 7)^2$
 $x > 0$ 이므로 $7-x = 4.2$
 $\therefore x = 2.8$ (cm)

50. 가로와 세로의 길이가 30m, 20m 인 직사각형 모양의 화단이 있다. 다음 그림과 같이 폭이 x m 인 길을 내어 P, Q 두 개의 화단으로 만들었더니 P, Q 화단의 넓이가 각각 150m^2 , 225m^2 가 되었다. 이때, 길의 폭은?



▶ 답 : m

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(\text{P, Q 화단의 넓이의 합}) &= (30 - x)(20 - x) \\ &= 600 - 50x + x^2 \\ &= 375\end{aligned}$$

$$x^2 - 50x + 225 = 0$$

$$\therefore (x - 5)(x - 45) = 0$$

그런데 $0 < x < 20$ 이므로 $x = 5$ 이다.