

1. $x, y > 0$ 에 대하여 $\sqrt{500} = x\sqrt{y}$ (단, y 는 소수이다.) 일 때, $x + y$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 15$

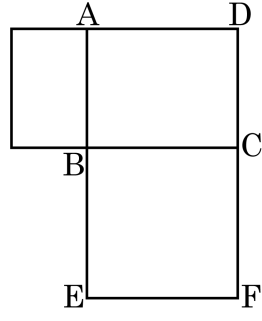
해설

$\sqrt{500} = 10\sqrt{5} = x\sqrt{y}$ 이므로

$x = 10, y = 5$

따라서 $x + y = 15$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 정사각형 BEFC의 넓이가 8이고, 직사각형 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 일 때, AB의 길이는?



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

BEFC의 넓이가 8이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8}$ 이고 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 이므로 $\sqrt{40} = \sqrt{8} \times \overline{AB}$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이다.

3. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

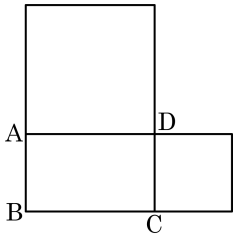
해설

$$\begin{aligned} 6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} &= \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 넓이가 18, 50 이 되었다. 이 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

두 정사각형의 한 변의 길이 $\overline{AD} = x$, $\overline{DC} = y$ 라고 두자.
 $x^2 = 50$, $y^2 = 18$ 이므로 $x = 5\sqrt{2}$, $y = 3\sqrt{2}$
따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $xy = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 30$ 이다.

5. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{0.03}$ 와 $\sqrt{0.003}$ 의 값으로 바르게 짝지어진 것은?

① 0.001732 , 0.5477

② 0.05477 , 0.1732

③ 0.1732 , 0.05477

④ 0.5477 , 0.01732

⑤ 0.1732 , 0.001732

해설

$$\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0.1732$$

$$\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = \frac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$$

6. $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times (-3\sqrt{2}) \times 2\sqrt{5} = a\sqrt{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -36 ② -30 ③ -24 ④ 24 ⑤ 36

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times (-3\sqrt{2}) \times 2\sqrt{5} = -30\sqrt{6}$$

$$a = -30, b = 6$$

$$\therefore a - b = -36$$

7. 다음 세 무리수의 대소를 비교할 때, 가장 큰 수를 구하여라.

㉠ $3\sqrt{3}$

㉡ $2\sqrt{6}$

㉢ $2\sqrt{7}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$

㉡ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$

㉢ $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ 이다.

따라서 $2\sqrt{7} > 3\sqrt{3} > 2\sqrt{6}$ 이므로 가장 큰 수는 $2\sqrt{7}$ 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

② $-\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$

④ $\sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$

해설

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$

9. $a\sqrt{2} = \sqrt{128}$, $b\sqrt{2} = \sqrt{0.0162}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{18}{25}$

해설

$$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}, \quad a = 8$$

$$\sqrt{0.0162} = \sqrt{\frac{3^4 \times 2}{10000}} = \frac{9\sqrt{2}}{100}$$

$$b = \frac{9}{100}$$

$$\therefore ab = 8 \times \frac{9}{100} = \frac{18}{25}$$

10. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{54}$ 를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a + b^3$

③ a^2b^3

④ ab^3

⑤ a^3b

해설

$$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt{2}(\sqrt{3})^3 = ab^3$$

11. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

12. $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 한 것은?

① 2

② $2\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} &= \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{\frac{30 \times 5}{10 \times 3}} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

13. 다음 식을 간단히 나타낸 것 중 틀린 것은?

- ① $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \div \sqrt{8} = \sqrt{10}$
② $\frac{\sqrt{48}}{3} \div \sqrt{\frac{1}{6}} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = -12$
③ $2\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$
④ $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$
⑤ $3\sqrt{14} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{6} = -6\sqrt{3}$

해설

- ① $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \div \sqrt{8} = \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \times \frac{1}{\sqrt{8}}$
 $= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$
② $\frac{\sqrt{48}}{3} \div \sqrt{\frac{1}{6}} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{6} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$
 $= \frac{4\sqrt{3}}{3} \times (-3\sqrt{3})$
 $= -12$
③ $2\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{\frac{21}{7}} \times \sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$
④ $\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = 6\sqrt{\frac{3 \times 5}{3 \times 5 \times 6}}$
 $= 6 \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{6}$
⑤ $3\sqrt{14} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{6} = 3 \times \left(-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}\right) \times \sqrt{6}$
 $= 3 \times (-\sqrt{2}) \times \sqrt{6}$
 $= -6\sqrt{3}$

14. 두 정삼각형 P, Q에 대해 $(P\text{의 넓이}) = 6 \times (Q\text{의 넓이})$ 가 성립한다.
P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

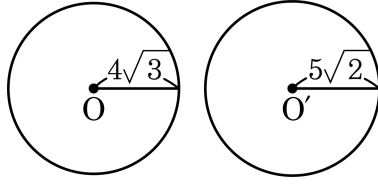
▶ 정답 : $\sqrt{6}$ 배

해설

Q의 한 변의 길이를 a 라고 할 때, P의 한 변의 길이는 $a\sqrt{6}$ 가 성립한다.

따라서 $3 \times a\sqrt{6} = 3a \times \sqrt{6}$ 이므로 P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 $\sqrt{6}$ 배이다.

15. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\text{ cm}$, $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



- ① $4\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $5\sqrt{2}\text{ cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{ cm}$
 ④ $7\sqrt{2}\text{ cm}$ ⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$S = \pi r^2 \text{ 에서 } \pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$$

$$48 + 50 = R^2$$

$$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\text{ cm}$$

16. 삼각형의 넓이가 $5\sqrt{21}$ 이고, 밑변의 길이가 $\sqrt{15}$ 일 때, 높이를 구하면?

① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{높이}) &= 5\sqrt{21} \times 2 \div \sqrt{15} \\&= \frac{10\sqrt{21}}{\sqrt{15}} \\&= \frac{10\sqrt{7}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{5}} \\&= \frac{\sqrt{5}\sqrt{5}}{10\sqrt{35}} \\&= \frac{5}{2\sqrt{35}}\end{aligned}$$

17. $a = \sqrt{32} - \frac{12}{\sqrt{8}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{6}}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b} = 6$

해설

$$a = 4\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$b = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3}\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{6\sqrt{2}}{18}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} = 6$$

18. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

19. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14=18$$

$$\therefore x=4$$

$$\therefore \sqrt{x}=2$$

20. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

21. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2+3} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

22. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

23. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$
- ② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3+2\sqrt{6})-3\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$
- ③ $\sqrt{6}(\sqrt{24}-3\sqrt{2})=12-6\sqrt{3}$
- ④ $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{2})^2-\sqrt{3}\left(2\sqrt{48}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=-10+\sqrt{3}$
- ⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})=2$

해설

① $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$
 $=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6})$
 $=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
 $=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3+2\sqrt{6})-3\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 $=\frac{9}{\sqrt{2}}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $=\frac{9\sqrt{2}}{2}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $=3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24}-3\sqrt{2})$
 $=\sqrt{6}(2\sqrt{6}-3\sqrt{2})$
 $=2\times(\sqrt{6})^2-\sqrt{6}\times3\sqrt{2}$
 $=12-3\sqrt{12}=12-6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{2})^2-\sqrt{3}\left(2\sqrt{48}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)$
 $=6+8-\sqrt{3}\left(8\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $=14-24+1=-9$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})$
 $=\frac{4\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+2=2$

24. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

25. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

- ① 1
- ② $\frac{\sqrt{8}}{8}$
- ③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2 < \sqrt{8} < 3$ 에서 $\sqrt{8} = 2.\times\times\times\cdots = 2 + y$
 $\therefore \sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x = 2$
소수 부분 $y = \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4} \\ &= \frac{1}{2-(2\sqrt{2}-2)} + \frac{1}{2+(2\sqrt{2}-2)+4} \\ &= \frac{1}{4-2\sqrt{2}} + \frac{1}{4+2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(4+2\sqrt{2})+(4-2\sqrt{2})}{(4-2\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})} \\ &= \frac{8}{4^2-(2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{16-8} = 1 \end{aligned}$$

26. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

- ① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
 ④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)}$$

$$= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4}$$

$$= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)}$$

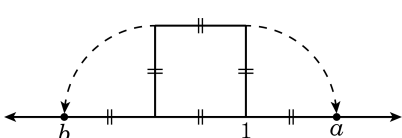
$$= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16}$$

$$+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16}$$

$$= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

27. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?

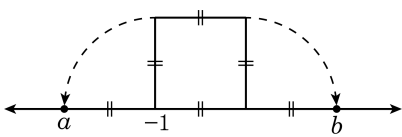


- ① $\sqrt{2}-2$
- ② $\sqrt{2}-1$
- ③ $\sqrt{2}$
- ④ $2-\sqrt{2}$
- ⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$
 $a=1+\sqrt{2}, b=1-2\sqrt{2}$
 $\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2}+1-2\sqrt{2})$
 $= \frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{2\sqrt{2}-2}{2} = \sqrt{2}-1$

28. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$
 $a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

29. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$
- ④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$
(2) b 의 범위
 $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$
 $\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$
(3) c 의 범위
 $\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$
 $\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$
 $\therefore b < a < c$

30. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

- ① 1.414
- ② -1.732
- ③ 1.732
- ④ -2.449
- ⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

31. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

- ① 5.93
- ② 7.56
- ③ 7.50
- ④ 7.40
- ⑤ 6.19

해설

$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$

32. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1.\cdots}{2.\cdots} = 0.\cdots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

33. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때
A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2}: b\sqrt{2} = 2: 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

34. 넓이가 7π 인 원을 지면에 수직으로 세워서 네 바퀴 돌렸을 때, 지면과 접하고 있던 원 위의 한 점 A가 다시 지면과 접하고 있었다. 이때 점 A는 원래의 위치에서 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{7}\pi$

해설

넓이가 7π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\pi r^2 = 7\pi \therefore r = \sqrt{7}$
이때, 원을 네 바퀴 굴렀으므로
(원 위의 한 점 A가 원래의 위치로부터 떨어진 거리)
 $= (\text{원의 둘레의 길이}) \times 4$
 $= 2\pi \times \sqrt{7} \times 4$
 $= 8\sqrt{7}\pi$

35. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

36. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$(2 + b)b = 8$

$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$

$\therefore b = 2$

$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$

$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1$ 이다.

37. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}-1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{3}-1} &= \sqrt{3}+1 \\ \text{(준식)} &= \sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}-(\sqrt{3}+1)}} \\ &= \sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}+1} \\ &= \sqrt{3}-(\sqrt{3}-1) \\ &= 1\end{aligned}$$

38. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x , y , z 인 직육면체에 대하여 $x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이고 모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$ 일 때, $xy+yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $xy+yz = \frac{63}{16}$

해설

$x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이므로

$$\frac{x}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = k \text{라 하면}$$

$$x = (\sqrt{2}+2\sqrt{3})k$$

$$y = (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k$$

$$z = (\sqrt{5}-\sqrt{2})k$$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$$4(x+y+z) = 4\sqrt{27}, x+y+z = \sqrt{27}$$

$$(\sqrt{2}+2\sqrt{3})k + (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k + (\sqrt{5}-\sqrt{2})k = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore xy+yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times$$

$$\frac{3}{4}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = \frac{63}{16}$$

39. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$ 에 대하여, 유리수 x, y 가 $ax + by = 2a + b$ 를 만족할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b 를 각각 대입하면
 $(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$
양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면
 $x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$
 $\therefore x = 2, y = 1$
 $\therefore x + y = 3$

40. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 91 개

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

따라서 $S(n)$ 이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n < 100$ 인 자연수이므로

$$1 \leq n \pm 1 \leq 101$$

$n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$ 이 1 보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 이 자연수가 되기 위한 n

의 개수는 9 개이고,
자연수가 되지 않기 위한 n 의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

41. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

42. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0 ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$x = \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}$$

$$= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{따라서, } \sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$$

43. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

$$\text{따라서, } \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots + \sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

44. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle + \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\langle x \rangle$ 는 x 에 가장 가까운 정수이다.

$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$

(주어진 식)

$$= \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \rangle$$

$$+ \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \rangle$$

$$= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle$$

$$= 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

45. 다음 제곱근표에서 $\sqrt{32.2}$ 의 값을 a , $\sqrt{34.5}$ 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 0.199$

해설

$a = 5.675$, $b = 5.874$
 $\therefore b - a = 5.874 - 5.675 = 0.199$

46. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서
 $16 \leq a^2+b^2+c^2 < 25$
 $(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3) (2, 4, 2)$ 이므로
 $\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$

47. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a = 5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

$$5 \leq a < 6 \text{ 이므로 } 5 \leq \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6$$

$$25 \leq \frac{2x}{k} < 36$$

$$\frac{25}{2}k \leq x < \frac{36}{2}k$$

이를 만족하는 x 의 개수가 11개이므로,

$$\frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11$$

$$(36 - 25)k = 22$$

$$\therefore k = 2$$

48. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,
 $6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$
 $\therefore x = 6 + y$
 $x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$
 $y^2 + 6y - 6 = 0$
 $y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$
 $x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$
따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

49. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(6)} + \cdots + \frac{1}{f(18)} + \frac{1}{f(20)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{4}$

해설

$f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3, f(16) = 4$ 이므로

$f(2) = 1$

$f(4), f(6), f(8) = 2$

$f(10), f(12), f(14) = 3$

$f(16), f(18), f(20) = 4$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{1} + 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{4} \\ &= 1 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{4} = \frac{17}{4}\end{aligned}$$

50. $\sqrt{15}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{60}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{15} - 3$$

$$7 < \sqrt{60} < 8 \text{ 이므로}$$

$\sqrt{60}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{60} - 7$ 이다.

$$\therefore \sqrt{60} - 7 = 2\sqrt{15} - 7 = 2(\sqrt{15} - 3) - 1 = 2a - 1$$