

1. $x, y > 0$ 에 대하여 $\sqrt{500} = x\sqrt{y}$ (단, y 는 소수이다.) 일 때, $x + y$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 15$

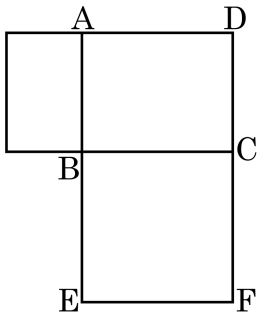
해설

$$\sqrt{500} = 10\sqrt{5} = x\sqrt{y} \text{ 이므로}$$

$$x = 10, y = 5$$

따라서 $x + y = 15$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 정사각형 BEFC의 넓이가 8이고, 직사각형 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

BEFC의 넓이가 8이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8}$ 이고 ABCD의 넓이가 $\sqrt{40}$ 이므로 $\sqrt{40} = \sqrt{8} \times \overline{AB}$ 이다. 따라서 $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이다.

3. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6}$$

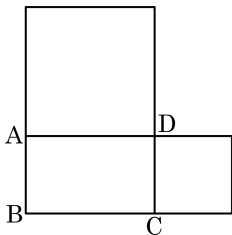
$$= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2}$$

$$= 30\sqrt{2}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 넓이가 18, 50 이 되었다. 이 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

두 정사각형의 한 변의 길이 $\overline{AD} = x$, $\overline{DC} = y$ 라고 두자.

$$x^2 = 50, y^2 = 18 \text{ 이므로 } x = 5\sqrt{2}, y = 3\sqrt{2}$$

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $xy = 5\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 30$ 이다.

5. 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{30} = 5.477$ 일 때, $\sqrt{0.03}$ 와 $\sqrt{0.003}$ 의 값으로 바르게 짝지어진 것은?

① 0.001732 , 0.5477

② 0.05477 , 0.1732

③ 0.1732 , 0.05477

④ 0.5477 , 0.01732

⑤ 0.1732 , 0.001732

해설

$$\sqrt{0.03} = \sqrt{3 \times 0.01} = \frac{\sqrt{3}}{10} = 0.1732$$

$$\sqrt{0.003} = \sqrt{30 \times 0.0001} = \frac{\sqrt{30}}{100} = 0.05477$$

6. $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times (-3\sqrt{2}) \times 2\sqrt{5} = a\sqrt{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -36

② -30

③ -24

④ 24

⑤ 36

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times (-3\sqrt{2}) \times 2\sqrt{5} = -30\sqrt{6}$$

$$a = -30, b = 6$$

$$\therefore a - b = -36$$

7. 다음 세 무리수의 대소를 비교할 때, 가장 큰 수를 구하여라.

㉠ $3\sqrt{3}$

㉡ $2\sqrt{6}$

㉢ $2\sqrt{7}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$

㉡ $2\sqrt{6} = \sqrt{24}$

㉢ $2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ 이다.

따라서 $2\sqrt{7} > 3\sqrt{3} > 2\sqrt{6}$ 이므로 가장 큰 수는 $2\sqrt{7}$ 이다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5}$

② $-\sqrt{22} \div \sqrt{2} = -\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}} = \sqrt{7}$

④ $\sqrt{\frac{11}{3}} \div \sqrt{\frac{11}{12}} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{27}$

해설

⑤ $\sqrt{168} \div \sqrt{6} = \sqrt{28}$

9. $a\sqrt{2} = \sqrt{128}$, $b\sqrt{2} = \sqrt{0.0162}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = \frac{18}{25}$

해설

$$\sqrt{128} = 8\sqrt{2}, a = 8$$

$$\sqrt{0.0162} = \sqrt{\frac{3^4 \times 2}{10000}} = \frac{9\sqrt{2}}{100}$$

$$b = \frac{9}{100}$$

$$\therefore ab = 8 \times \frac{9}{100} = \frac{18}{25}$$

10. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 일 때, $\sqrt{54}$ 를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $a + b$

② $a + b^3$

③ a^2b^3

④ ab^3

⑤ a^3b

해설

$$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3 \times 3 \times 3} = \sqrt{2}(\sqrt{3})^3 = ab^3$$

11. $\sqrt{\frac{13-a}{3}} = 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$$\sqrt{\frac{13-a}{3}} = \frac{\sqrt{13-a} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = 2$$

$$\sqrt{13-a} \times \sqrt{3} = 6$$

$$\sqrt{13-a} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore a = 1$$

12. $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 한 것은?

① 2

② $2\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} &= \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} \\ &= 2\sqrt{\frac{30 \times 5}{10 \times 3}} = 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

13. 다음 식을 간단히 나타낸 것 중 틀린 것은?

$$\textcircled{1} \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \div \sqrt{8} = \sqrt{10}$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{48}}{3} \div \sqrt{\frac{1}{6}} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) = -12$$

$$\textcircled{3} 2\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$\textcircled{5} 3\sqrt{14} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{6} = -6\sqrt{3}$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \div \sqrt{8} &= \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{50} \times \frac{1}{\sqrt{8}} \\ &= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \frac{\sqrt{48}}{3} \div \sqrt{\frac{1}{6}} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) &= \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{6} \times \left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right) \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{3} \times (-3\sqrt{3}) \\ &= -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} 2\sqrt{21} \div \sqrt{7} \times \sqrt{3} &= 2\sqrt{\frac{21}{7}} \times \sqrt{3} \\ &= 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \times \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} &= 6\sqrt{\frac{3 \times 5}{3 \times 5 \times 6}} \\ &= 6 \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} 3\sqrt{14} \div (-\sqrt{7}) \times \sqrt{6} &= 3 \times \left(-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}}\right) \times \sqrt{6} \\ &= 3 \times (-\sqrt{2}) \times \sqrt{6} \\ &= -6\sqrt{3} \end{aligned}$$

14. 두 정삼각형 P, Q에 대해 $(P\text{의 넓이}) = 6 \times (Q\text{의 넓이})$ 가 성립한다.
P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

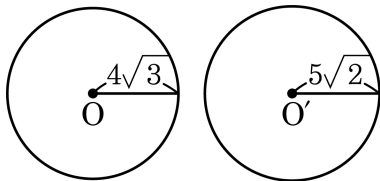
▷ 정답: $\sqrt{6}$ 배

해설

Q의 한 변의 길이를 a 라고 할 때, P의 한 변의 길이는 $a\sqrt{6}$ 가 성립한다.

따라서 $3 \times a\sqrt{6} = 3a \times \sqrt{6}$ 이므로 P의 둘레의 길이는 Q의 둘레의 길이의 $\sqrt{6}$ 배이다.

15. 반지름의 길이가 각각 $4\sqrt{3}\text{ cm}$, $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 두 원의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



① $4\sqrt{2}\text{ cm}$

② $5\sqrt{2}\text{ cm}$

③ $6\sqrt{2}\text{ cm}$

④ $7\sqrt{2}\text{ cm}$

⑤ $8\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$$S = \pi r^2 \text{ 에서 } \pi(4\sqrt{3})^2 + \pi(5\sqrt{2})^2 = \pi R^2$$

$$48 + 50 = R^2$$

$$\therefore R = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}\text{ cm}$$

16. 삼각형의 넓이가 $5\sqrt{21}$ 이고, 밑변의 길이가 $\sqrt{15}$ 일 때, 높이를 구하면?

- ① $\sqrt{35}$ ② $2\sqrt{35}$ ③ $3\sqrt{35}$ ④ $4\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{35}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{높이}) &= 5\sqrt{21} \times 2 \div \sqrt{15} \\&= \frac{10\sqrt{21}}{\sqrt{15}} \\&= \frac{10\sqrt{7}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{5}} \\&= \frac{10\sqrt{35}}{\sqrt{5}} \\&= 2\sqrt{35}\end{aligned}$$

17. $a = \sqrt{32} - \frac{12}{\sqrt{8}}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{6}}$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{a}{b} = 6$

해설

$$a = 4\sqrt{2} - \frac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \frac{2\sqrt{3}\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{6\sqrt{2}}{18} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{6} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \times \frac{6}{\sqrt{2}} = 6$$

18. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

19. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{x}$ 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14 = 18$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2$$

20. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

21. $\sqrt{2} = x$, $\sqrt{3} = y$ 일 때, $\sqrt{5}$ 를 x 와 y 로 나타낸 것으로 옳은 것은?

① $x + y$

② $x^2 + y^2$

③ $\sqrt{x + y}$

④ $\sqrt{x^2 + y^2}$

⑤ $\sqrt{xy}$

해설

$$\sqrt{5} = \sqrt{2 + 3} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

22. $x = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $\frac{x+7}{x-3}$ 의 값은?

① $-1 + 5\sqrt{2}$

② $1 - 3\sqrt{2}$

③ $1 + 5\sqrt{2}$

④ $2 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 + 5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{x+7}{x-3} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} + 1$$

23. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$$

$$\textcircled{4} \quad \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \\ &= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \\ &= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) \\ &= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2}) \\ &= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2} \\ &= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & \sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \\ &= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\ &= 14 - 24 + 1 = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & \frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) \\ &= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2 \end{aligned}$$

24. $\frac{k}{\sqrt{3}}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \frac{\sqrt{8} - 2\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 의 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

- ① 6 ② 4 ③ -4 ④ -6 ⑤ -10

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + \frac{\sqrt{16} - 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6}}{2} \\&= k - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}k + 2 + 2\sqrt{6} \\&= -\frac{k}{3}\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + k + 2 \\&= \left(-\frac{k}{3} + 2\right)\sqrt{6} + k + 2\end{aligned}$$

값이 유리수가 되려면

$$-\frac{k}{3} + 2 = 0$$

$$\therefore k = 6$$

25. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$ 의 값은?

① 1

② $\frac{\sqrt{8}}{8}$

③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$

④ 2

⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$2 < \sqrt{8} < 3$ 에서 $\sqrt{8} = 2.\times\times\times\cdots = 2 + y$

$\therefore \sqrt{8}$ 의 정수 부분 $x = 2$

소수 부분 $y = \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2$

$$\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$$

$$= \frac{1}{2 - (2\sqrt{2} - 2)} + \frac{1}{2 + (2\sqrt{2} - 2) + 4}$$

$$= \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2})}{(4 - 2\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{8}{16 - 8} = 1$$

26. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

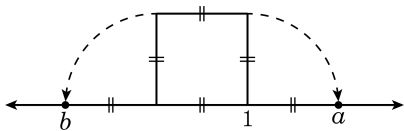
⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\begin{aligned} & \frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} \\ &+ \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

27. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



① $\sqrt{2} - 2$

② $\sqrt{2} - 1$

③ $\sqrt{2}$

④ $2 - \sqrt{2}$

⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$

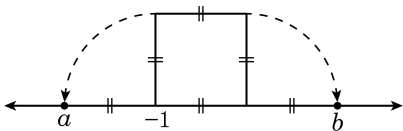
$$a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$$

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2})$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} - 2}{2} = \sqrt{2} - 1$$

28. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$

$$a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{b-a}{\sqrt{2}} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

29. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$$a = 4, b = 5 - \sqrt{2}, c = \sqrt{17}$$

① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $c < a < b$

④ $b < c < a$

⑤ $a < c < b$

해설

(1) $a = 4$

(2) b 의 범위

$$-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$$

$$5 - \sqrt{4} < 5 - \sqrt{2} < 5 - \sqrt{1}$$

$$\therefore 3 < 5 - \sqrt{2} < 4$$

(3) c 의 범위

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

$$\therefore 4 < \sqrt{17} < 5$$

$$\therefore b < a < c$$

30. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{3} - \frac{9}{\sqrt{3}} \right)$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414

② -1.732

③ 1.732

④ -2.449

⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = -\sqrt{6} = -2.449$$

31. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{55}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4	5
2.0	1.41	1.41	1.42	1.42	1.42	1.43
2.1	1.44	1.45	1.45	1.45	1.46	1.46
2.2	1.48	1.48	1.49	1.49	1.49	1.50
2.3	1.51	1.52	1.52	1.52	1.53	1.53
2.4	1.54	1.55	1.55	1.55	1.56	1.56

① 5.93

② 7.56

③ 7.50

④ 7.40

⑤ 6.19

해설

$$\sqrt{55} = \sqrt{2.2 \times 25} = 5\sqrt{2.2} = 5 \times 1.48 = 7.40$$

32. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1. \dots}{2. \dots} = 0. \dots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

33. 두 정육면체 A, B의 한 면의 대각선의 길이의 비가 2: 3이고 두 정육면체의 부피의 합이 35 cm^3 이다. A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b - a = 1$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}, b\text{ cm}$ 라 할 때

A, B의 대각선의 길이의 비는 $a\sqrt{2} : b\sqrt{2} = 2 : 3$ 이므로 $2b\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$

b 에 대해 정리하면 $b = \frac{3}{2}a$ ($\because a > 0, b > 0$)

A, B의 부피의 합은

$$a^3 + b^3 = 35, a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 35, a^3 = 8$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

따라서 $b - a = 1$ 이다.

34. 넓이가 7π 인 원을 지면에 수직으로 세워서 네 바퀴 돌렸을 때, 지면과 접하고 있던 원 위의 한 점 A가 다시 지면과 접하고 있었다. 이때 점 A는 원래의 위치에서 얼마나 떨어져 있는지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $8\sqrt{7}\pi$

해설

넓이가 7π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$\pi r^2 = 7\pi \therefore r = \sqrt{7}$$

이때, 원을 네 바퀴 굴렀으므로

(원 위의 한 점 A가 원래의 위치로부터 떨어진 거리)

$$= (\text{원의 둘레의 길이}) \times 4$$

$$= 2\pi \times \sqrt{7} \times 4$$

$$= 8\sqrt{7}\pi$$

35. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는 n 을 모두 고르면?

① 8

② 15

③ 35

④ 50

⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

① $n = 8$ 일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$ 일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$ 일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$ 일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$ 일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

36. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$

37. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - 1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{3}-1} &= \sqrt{3}+1 \\ (\text{준식}) &= \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3} - (\sqrt{3}+1)}} \\ &= \sqrt{3} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} \\ &= \sqrt{3} - (\sqrt{3}-1) \\ &= 1\end{aligned}$$

38. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x , y , z 인 직육면체에 대하여 $x : y : z = (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) : (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) : (\sqrt{5} - \sqrt{2})$ 이고 모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$ 일 때, $xy + yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $xy + yz = \frac{63}{16}$

해설

$$x : y : z = (\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) : (2\sqrt{3} - \sqrt{5}) : (\sqrt{5} - \sqrt{2}) \text{ 이므로}$$

$$\frac{x}{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = k \text{라 하면}$$

$$x = (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})k$$

$$y = (2\sqrt{3} - \sqrt{5})k$$

$$z = (\sqrt{5} - \sqrt{2})k$$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$$4(x + y + z) = 4\sqrt{27}, \quad x + y + z = \sqrt{27}$$

$$(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})k + (2\sqrt{3} - \sqrt{5})k + (\sqrt{5} - \sqrt{2})k = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore xy + yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2} + 2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3} - \sqrt{5}) \times$$

$$\frac{3}{4}(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = \frac{63}{16}$$

39. 상수 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = 2\sqrt{2} + 1$ 에 대하여, 유리수 x, y 가 $ax + by = 2a + b$ 를 만족할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x + y = 3$

해설

주어진 식에 a, b 를 각각 대입하면

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})x + (2\sqrt{2} + 1)y = 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) + 2\sqrt{2} + 1$$

양변을 $\sqrt{3}$ 항과 $\sqrt{2}$ 항으로 각각 정리하면

$$x\sqrt{3} + (2y - x)\sqrt{2} + y = 2\sqrt{3} + 1$$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x + y = 3$$

40. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 91 개

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

따라서 $S(n)$ 이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n \leq 100$ 인 자연수이므로

$$1 < n+1 \leq 101$$

$n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 이 자연수가 되기 위한 n 의 개수는 9개이고,

자연수가 되지 않기 위한 n 의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

41. $x = 3\sqrt{2} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{2} - 1$ 이고 유리수 a , b 에 대하여 $bx + ay = x + 2y$ 를 만족할 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 2$

해설

주어진 식에 x , y 를 각각 대입하면

$$b(3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + a(\sqrt{2} - 1) = (3\sqrt{2} + \sqrt{3}) + 2(\sqrt{2} - 1)$$

양변을 $\sqrt{2}$ 항과 $\sqrt{3}$ 항으로 각각 정리하면

$$(a + 3b)\sqrt{2} + \sqrt{3}b - a = 5\sqrt{2} + \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore ab = 2$$

42. 일차방정식 $(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$ 의 해는 $x = a + b\sqrt{3}$ 이다. 이때, $\sqrt{a+b}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 0

② 1

③ $\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$$(\sqrt{3} + 1)x = (4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{(4 - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 2)}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{(2\sqrt{3} + 5)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

따라서, $\sqrt{a+b} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{3}{2}} = \sqrt{2}$

43. $f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 일 때, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② -2

③ $\sqrt{10} - 2$

④ $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10} + \sqrt{5} - 2$

해설

$f(a) = \sqrt{a+1} + \sqrt{a}$ 에서

$$\frac{1}{f(a)} = \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a}} = \sqrt{a+1} - \sqrt{a}$$

따라서, $\frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(5)} + \cdots + \frac{1}{f(9)} = \sqrt{5} - 2 + \sqrt{6} - \sqrt{5} + \cdots +$

$$\sqrt{10} - \sqrt{9} = \sqrt{10} - 2$$

44. 기호 $\langle x \rangle$ 를 x 에 가장 가까운 정수라고 하자. 이 때, $\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \rangle$
 $+ \langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \rangle$ 의 값을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$\langle x \rangle$ 는 x 에 가장 가까운 정수이다.

$1 < \sqrt{2} < \sqrt{(1.5)^2} < 2$ 이므로 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$
 (주어진 식)

$$= \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \rangle$$

$$+ \langle \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} \rangle$$

$$= \langle 2 - \sqrt{2} \rangle + \langle 2 + \sqrt{2} \rangle$$

$$= 1 + 3 = 4 \quad (\because 1 < \sqrt{2} < 1.5)$$

45. 다음 제곱근표에서 $\sqrt{32.2}$ 의 값을 a , $\sqrt{34.5}$ 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874

▶ 답:

▷ 정답: $b - a = 0.199$

해설

$$a = 5.675, b = 5.874$$

$$\therefore b - a = 5.874 - 5.675 = 0.199$$

46. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$$4 \leq \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} < 5 \text{ 에서}$$

$$16 \leq a^2 + b^2 + c^2 < 25$$

$$(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3) (2, 4, 2) \text{ 이므로}$$

$$\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$$

47. $\sqrt{\frac{2x}{k}}$ 의 정수 부분을 a 라고 할 때, $a = 5$ 를 만족하는 x 의 개수가 11 개이다. 자연수 k 의 값을 구하여라. (단, $\frac{2x}{k}$ 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

해설

$$5 \leq a < 6 \text{ 이므로 } 5 \leq \sqrt{\frac{2x}{k}} < 6$$

$$25 \leq \frac{2x}{k} < 36$$

$$\frac{25}{2}k \leq x < \frac{36}{2}k$$

이를 만족하는 x 의 개수가 11 개이므로,

$$\frac{36}{2}k - \frac{25}{2}k = 11$$

$$(36 - 25)k = 22$$

$$\therefore k = 2$$

48. 양수 x 의 소수 부분을 y 라 할 때, $x^2 + y^2 = 48$ 이다. xy 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy = 6$

해설

y 는 소수이므로 $y^2 < 1$,

$6^2 < 48 < 7^2$ 이므로 $6 < x < 7$

$\therefore x = 6 + y$

$x^2 + y^2 = (6 + y)^2 + y^2 = 48$

$y^2 + 6y - 6 = 0$

$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{15} - 3$

$x = 6 + y = 6 + \sqrt{15} - 3 = \sqrt{15} + 3$

따라서 $xy = (\sqrt{15} + 3)(\sqrt{15} - 3) = 6$ 이다.

49. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(4)} + \frac{1}{f(6)} + \cdots + \frac{1}{f(18)} + \frac{1}{f(20)}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{17}{4}$

해설

$f(1) = 1, f(4) = 2, f(9) = 3, f(16) = 4$ 이므로

$f(2) = 1$

$f(4), f(6), f(8) = 2$

$f(10), f(12), f(14) = 3$

$f(16), f(18), f(20) = 4$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{1}{1} + 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{4} \\ &= 1 + \frac{3}{2} + 1 + \frac{3}{4} = \frac{17}{4} \end{aligned}$$

50. $\sqrt{15}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{60}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2a - 1$

해설

$$a = \sqrt{15} - 3$$

$7 < \sqrt{60} < 8$ 이므로

$\sqrt{60}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{60} - 7$ 이다.

$$\therefore \sqrt{60} - 7 = 2\sqrt{15} - 7 = 2(\sqrt{15} - 3) - 1 = 2a - 1$$