

1. 다음 중 $\sqrt{3}$ 와 $\sqrt{11}$ 사이에 있는 무리수는?

① $\sqrt{3} - 1$

② $2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{11} - 3$

④ $\sqrt{3} + 3$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{11}}{2}$

해설

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}, \sqrt{3} < \frac{\sqrt{3} + \sqrt{11}}{2} < \sqrt{11}$$

2. 다음 중 무리수인 것은?

① $\sqrt{3} + 4$

② $\sqrt{0.49}$

③ $1.42585858\cdots$

④ $-\sqrt{\frac{36}{25}}$

⑤ $\sqrt{9} - 2$

해설

② $\sqrt{0.49} = 0.7$: 유리수

③ $1.42585858\cdots = 1.42\overline{58}$: 유리수

④ $-\sqrt{\frac{36}{25}} = -\frac{6}{5}$: 유리수

⑤ $\sqrt{9} - 2 = 3 - 2 = 1$: 유리수

3. 다음에서 제곱근이 유리수인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 12	㉡ $\frac{9}{25}$	㉢ 0.4
㉤ 0.049	㉥ $\frac{3}{5}$	㉦ 0.01

- ① ㉡, ㉢
- ② ㉢, ㉤
- ③ ㉢, ㉤, ㉥
- ④ ㉡, ㉢, ㉥
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$, $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, $(0.1)^2 = 0.01$

$0.049 = \frac{49}{1000}$ 이므로 제곱근은 $\pm\frac{7}{10\sqrt{10}}$ 이 되어 무리수이다.

따라서 ㉡, ㉢, ㉥이다.

4. 다음 중 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① π

② $\sqrt{1.21}$

③ $\sqrt{0.1}$

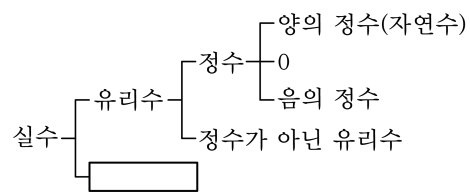
④ 0.01001000100001...

⑤ $0.12i$

해설

- ① π 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)
- ② $\sqrt{1.21} = \frac{11}{10}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.
- ③ $\sqrt{0.1}$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)
- ④ 0.01001000100001... 비순환소수다.(무리수이다.)
- ⑤ $0.12i = \frac{121}{900}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

6. 다음 중 안의 수에 해당하지 않는 것은?



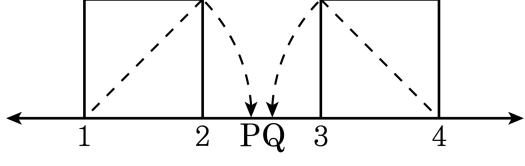
- ① $\sqrt{5} + 1$
- ② $-\frac{\pi}{2}$
- ③ $\sqrt{0.9}$
- ④ $-\sqrt{2.89}$
- ⑤ $0.1234\dots$

해설

빈칸에 들어갈 용어는 무리수이다.
무리수가 아닌 것을 찾는다.

④ $-\sqrt{2.89} = -\sqrt{\frac{289}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{17}{10}\right)^2} = -\frac{17}{10}$

7. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P ,Q 사이의 거리를 구하면?

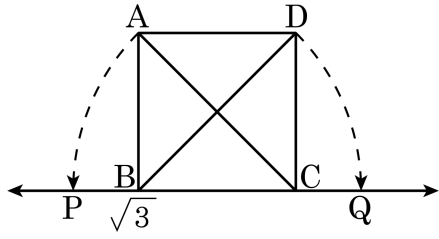


- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $2 - 2\sqrt{2}$
④ $3 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

$P = 1 + \sqrt{2}$, $Q = 4 - \sqrt{2}$ 이므로
두 점 P , Q 사이의 거리는
 $4 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$ 이다.

8. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



- ① $2\sqrt{3}$ ② $-1 + 2\sqrt{2}$ ③ $-1 + 2\sqrt{3}$
 ④ $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{3} - \sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 C($\sqrt{3} + 1$) 이다.
 정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
 따라서 점 P 의 좌표는 P($\sqrt{3} + 1 - \sqrt{2}$) 이다.

9. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

10. 다음은 $a = 3\sqrt{2} + 1$, $b = 2\sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. 결과에 해당하는 것을 찾으면?

$$\begin{aligned} a - b &= (3\sqrt{2} + 1) - (2\sqrt{3}) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{12} + 1 \end{aligned}$$

- ① $a > b$
- ② $a \geq b$
- ③ $a < b$
- ④ $a \leq b$
- ⑤ $a = b$

해설

$\sqrt{18} + 1 > \sqrt{12}$ 이기 때문에 $\sqrt{18} - \sqrt{12} + 1$ 의 값 또한 0 보다 크다.

a 와 b 의 대소 관계를 구할 때, $a - b$ 의 값이 양수이면 $a > b$ 이고, 음수이면 $a < b$ 이므로

정답은 $a > b$ 이다.

11. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $c < a < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로
 $b > c$

$\therefore a < c < b$

12. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235 \dots$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

13. 다음 중 유리수는?

① $\sqrt{3} - 3$

② $-\sqrt{3.61}$

③ $\frac{\pi}{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{6}}{2}$

⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

$$-\sqrt{3.61} = -\sqrt{\frac{361}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2} = -\frac{19}{10}$$

14. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

15. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 유한소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.
- ㉤ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.
- ㉧ a 가 자연수일 때, $\sqrt{a}$ 가 무리수인 경우가 있다.
- ㉨ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉨

해설

- ㉠ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 모든 양수가 2 개의 ‘무리수’ 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근(± 2)을 갖는다.
- ㉣ $\sqrt{4} = 2$
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

16. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉡ 0 이 아닌 모든 유리수는 무한소수 또는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ -100 은 $\sqrt{10000}$ 의 제곱근이다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.
- ㉥ $\sqrt{25} = \pm 5$
- ㉦ 모든 유리수는 유한소수이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ 무한소수는 순환하는 무한소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나뉜다.
- ㉡ $\sqrt{10000} = 100$ 의 제곱근은 ± 10 이다.
- ㉢ 0 의 제곱근은 0 뿐이므로 1 개다.
- ㉤ $\sqrt{25} = 5$
- ㉦ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.

17. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

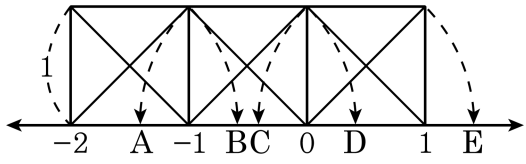
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

18. 다음 그림과 같이 수직선 위에 세 정사각형이 있을 때, $1 - \sqrt{2}$ 에 대응하는 점을 구하여라.



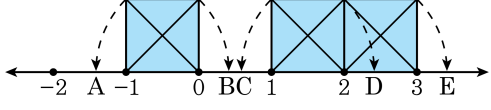
▶ 답 :

▷ 정답 : C

해설

1 을 기준으로 $\sqrt{2}$ 만큼 왼쪽으로 간 점이므로 점 C 이다.

19. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?

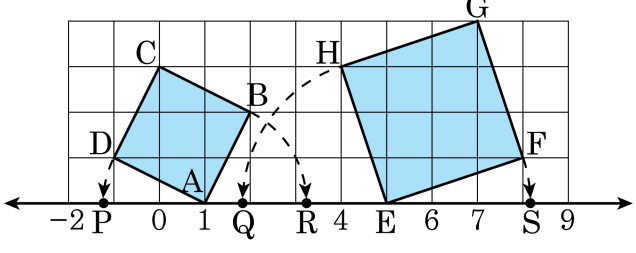


- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2 - \sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

20. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 가 정사각형이고 $\overline{AD} = \overline{AP} = \overline{AR}$, $\overline{EH} = \overline{EQ} = \overline{ES}$ 일 때, 점 P, Q, R, S에 대응하는 수를 바르게 짝지은 것을 모두 고르면?



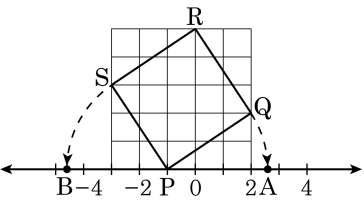
- | | |
|---|--|
| ☐ Ⓐ $P(-\sqrt{2})$ | ☐ Ⓒ $Q(5 - \sqrt{3})$ |
| ☐ Ⓑ $R(1 + \sqrt{5})$ | ☐ Ⓓ $S(5 + \sqrt{10})$ |

- ① Ⓐ, Ⓒ ② Ⓒ, Ⓑ ③ Ⓑ, Ⓓ ④ Ⓐ, Ⓓ ⑤ Ⓐ, Ⓑ

해설

$\square ABCD$ 의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$, $\square EFGH$ 의 넓이는 10이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$
따라서 Ⓐ $P(1 - \sqrt{5})$ Ⓒ $Q(5 - \sqrt{10})$

21. 다음 그림에서 □PQRS는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



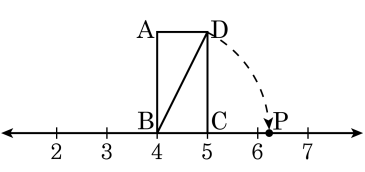
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b = -2$

해설

$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
 $A(-1 + \sqrt{13})$, $B(-1 - \sqrt{13})$ 이므로
 $a = -1 + \sqrt{13}$, $b = -1 - \sqrt{13}$
 $\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 수직선 위에 가로 길이가 1, 세로 길이가 2인 직사각형 ABCD를 그렸다. 수직선 위의 점 P에 대응하는 값을 구하여라.



▶ 답 :

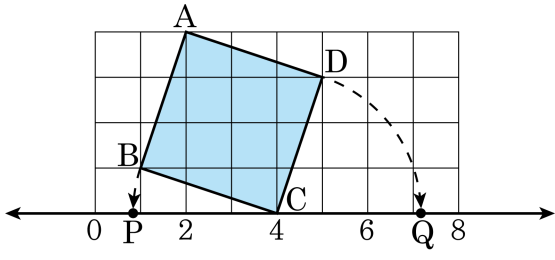
▷ 정답 : $4 + \sqrt{5}$

해설

$$1^2 + 2^2 = (\sqrt{5})^2$$

직사각형 대각선의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 P에 대응하는 값은 $4 + \sqrt{5}$ 이다.

23. □ABCD 는 정사각형이다. 점 P, Q 를 수직선 위에 놓을 때, 좌표 P(a), Q(b) 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 8$

해설

$$P(a) = 4 - \sqrt{10}, Q(b) = 4 + \sqrt{10}$$

$$a + b = 4 - \sqrt{10} + 4 + \sqrt{10} = 8$$

24. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉤ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉥ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉦ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉤. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
- ㉥. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉦. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

25. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
- ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
- ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
- ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
- ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
- ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
- ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

26. 다음 보기의 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
- ㉢ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
- ㉤ 1 과 2 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉣

③ ㉠,㉢,㉣

④ ㉡,㉣,㉤

⑤ ㉠,㉡,㉣,㉤

해설

- ㉡ 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
반례) 1 과 2 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
- ㉣ 서로 다른 무리수의 합은 항상 무리수이다.
반례) $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$ 유리수가 되는 경우도 존재한다.

27. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ $3 > \sqrt{13}$

④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
 $= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$

$\therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면

(좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13$

$\therefore 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면

(좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

28. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|-----------------------------------|--|
| ㉠ $4 - \sqrt{9} < -1$ | ㉡ $4\sqrt{5} + 1 > 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$ |
| ㉢ $-\sqrt{5} > -4$ | ㉣ $\sqrt{28} + 1 > 3 + 2\sqrt{7}$ |
| ㉤ $2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$ | ㉥ $2 - \sqrt{2} > \sqrt{2}$ |

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥ ② ㉡, ㉢, ㉤ ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $4 - \sqrt{9} - (-1) = 5 - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{9} > -1$
- ㉡ $4\sqrt{5} + 1 - (4\sqrt{5} + \sqrt{2})$
 $= 4\sqrt{5} + 1 - 4\sqrt{5} - \sqrt{2}$
 $= 1 - \sqrt{2} < 0$
 $\therefore 4\sqrt{5} + 1 < 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$
- ㉢ $-\sqrt{5} > -\sqrt{16}$
 $\therefore -\sqrt{5} > -4$
- ㉣ $\sqrt{28} + 1 - (3 + 2\sqrt{7})$
 $= \sqrt{28} + 1 - 3 - \sqrt{28}$
 $= -2 < 0$
 $\therefore \sqrt{28} + 1 < 3 + 2\sqrt{7}$
- ㉤ $2\sqrt{3} - 2 - (3\sqrt{2} - 2)$
 $= 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{12} - \sqrt{18} < 0$
 $\therefore 2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$
- ㉥ $2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} < 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{2} < \sqrt{2}$

29. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{15} + 1$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$

해설

① $4 > \sqrt{15} + 1$ 에서

$$4 - \sqrt{15} - 1 = 3 - \sqrt{15} < 0,$$

$$\therefore 4 < \sqrt{15} + 1$$

② $3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$ 에서

$$3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{8} = 3 - \sqrt{8} > 0,$$

$$\therefore 3 + \sqrt{5} > \sqrt{5} + \sqrt{8}$$

③ $\sqrt{2} + 1 > 3$ 에서

$$\sqrt{2} + 1 - 3 = \sqrt{2} - 2 < 0, \therefore \sqrt{2} + 1 < 3$$

④ $3 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{2}$ 에서

$$3 - \sqrt{2} - 4 + \sqrt{2} = -1 < 0,$$

$$\therefore 3 - \sqrt{2} < 4 - \sqrt{2}$$

⑤ $\sqrt{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{6}{7}}$ 에서

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{4}{5}} - \sqrt{\frac{6}{7}} &= \frac{\sqrt{20}}{5} - \frac{\sqrt{42}}{7} \\ &= \frac{7\sqrt{20}}{35} - \frac{5\sqrt{42}}{35} \\ &= \frac{\sqrt{980} - \sqrt{1050}}{35} < 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{6}{7}}$$

30. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ D
- ⑤ E

해설

$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \cdots$
 $B = 5$
 $C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \cdots$
 $D = \sqrt{15} + 1 = 4. \cdots$
 $E = \sqrt{48} - 1 = 5. \cdots$
따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

31. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2}-2$, $b = 2\sqrt{3}-2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b < c < a$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{18}-2, b = \sqrt{12}-2, c = 2 \\ a-c &= \sqrt{18}-2-2 = \sqrt{18}-4 = \sqrt{18}-\sqrt{16} > 0 \\ \therefore a &> c \\ c-b &= 2-(\sqrt{12}-2) = 4-\sqrt{12} > 0 \\ \therefore c &> b \\ \therefore a &> c > b \end{aligned}$$

32. $A = 3\sqrt{2} - 1$, $B = 2\sqrt{3} - 1$, $C = 3$ 일 때, A , B , C 의 대소 관계를 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B < C < A$

해설

$$A = 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1, B = 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1, C = 3 = \sqrt{9}$$

$$A - C = \sqrt{18} - 1 - 3 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$$

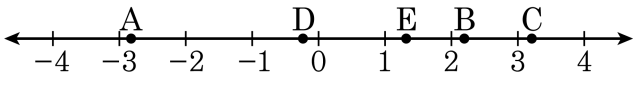
$$\therefore A > C$$

$$C - B = 3 - (2\sqrt{3} - 1) = 4 - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore C > B$$

$$\therefore A > C > B$$

33. 다음은 점 A,B,C,D,E 를 수직선에 표시한 것이다. 잘못 표시한 것은?



보기

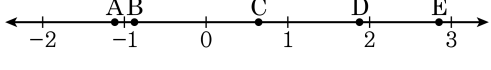
- A: $-\sqrt{8}$
B: $\sqrt{5}$
C: $3\sqrt{2}-1$
D: $-\sqrt{2}$
E: $\frac{\sqrt{7}}{2}$

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

- A : $-\sqrt{8} = -2.\times\times\times$
B : $\sqrt{5} = 2.\times\times\times$
C : $3\sqrt{2}-1 = 3.\times\times\times$
D : $-\sqrt{2} = -1.\times\times\times$
E : $\frac{\sqrt{7}}{2} = 1.\times\times\times$

34. 다음 수직선 위의 점 중에서 $-\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은?

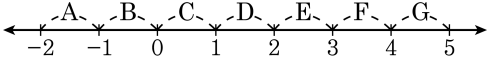


- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$-\sqrt{25} < -\sqrt{17} < -\sqrt{16}$ 에서
 $-5 < -\sqrt{17} < -4$ 이므로 $1 < -\sqrt{17}+6 < 2$ 이다.
 $\therefore -\sqrt{17}+6$ 에 대응하는 점은 점 D 이다.

35. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결된 것은?



- ① $2 + \sqrt{3} : G$
- ② $5 - \sqrt{2} : F$
- ③ $2\sqrt{3} + 1 : E$
- ④ $\sqrt{6} - 3 : A$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2} : B$

해설

- ① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ 에서 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$: 점 F
- ② $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$ 에서 $3 < 5 - \sqrt{2} < 4$: 점 F
- ③ $\sqrt{9} < 2\sqrt{3} < \sqrt{16}$ 에서 $4 < 2\sqrt{3} + 1 < 5$: 점 G
- ④ $\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9}$ 에서 $-1 < \sqrt{6} - 3 < 0$: 점 B
- ⑤ $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$ 에서 $\frac{5}{2} < \frac{\sqrt{3} + 4}{2} < 3$: 점 E

36. 두 실수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

- ① $\sqrt{5} - 0.5$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ② $\sqrt{2} + 0.2$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ④ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 한 개가 있다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 유한개의 유리수가 있다.

해설

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 역시 무수히 많은 유리수가 있다.

37. 다음 중 무리수 $\sqrt{2} + 1$ 과 $2\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은?

① $3\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3} + 2$

해설

$\sqrt{2} \approx 1.414$ 이므로 $\sqrt{2} + 1 \approx 2.414$

$\sqrt{3} \approx 1.732$ 이므로 $2\sqrt{3} \approx 3.464$

⑤ $\sqrt{3} + 2 \approx 3.732$

38. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

39. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

- ② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 - ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

40. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

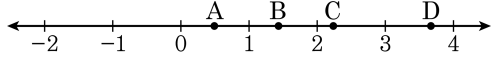
④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

41. 다음 보기의 수 중에서 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수들의 합을 구하여라.



보기

$\sqrt{2}$, $1 - \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{2}$, $\sqrt{3} + 2$, $\sqrt{3} + 4$, $4 - \sqrt{3}$

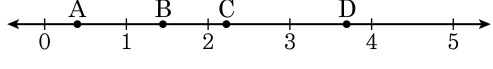
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$: B
 $-1 < 1 - \sqrt{2} < 0$: 대응점 없음
 $0 < 2 - \sqrt{2} < 1$: A
 $3 < \sqrt{3} + 2 < 4$: D
 $5 < \sqrt{3} + 4 < 6$: 대응점 없음
 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3$: C
 $\therefore (2 - \sqrt{2}) + (\sqrt{2}) + (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 8$

42. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?



- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
- ② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
- ④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
- ⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 : B &= \sqrt{2} \\ 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A &= \sqrt{2} - 1 \\ a + b &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1 \\ 3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D &= \sqrt{3} + 2 \\ 2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C &= 4 - \sqrt{3} \\ c + d &= (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6 \end{aligned}$$

43. 유리수 a 와 무리수 b 에 대하여, 다음 보기 중 옳지 않은 것의 개수를 구하여라.

보기

- ㉠ $\sqrt{a} \times b$ 는 항상 무리수이다.
- ㉡ $b = a - \sqrt{3}$ 를 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉢ $\frac{b}{a}$ 는 항상 무리수이다.
- ㉣ $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$ 을 만족시키는 a, b 가 존재한다.
- ㉤ $\sqrt{a} + b$ 는 유리수이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $a = 2, b = \sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{a} \times b = 2$ 가 되어 유리수이므로 옳지 않다.
㉤ $a = 3, b = \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{a} + b = 2\sqrt{3}$ 이 되어 무리수가 되므로 옳지 않다.
따라서 보기 중 옳지 않은 것의 개수는 2 개이다.

44. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

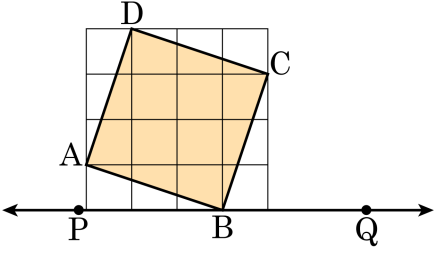
한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

45. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

$\overline{BC}$ 를 대각선으로 하는 직사각형에서 $\overline{BC}$ 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1, 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$$\overline{BC}^2 = 10, \therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

46. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a+b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a+b+2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a+b+\sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

47. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라. (단, n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{26}$

해설

$$\begin{aligned} 6 &= \sqrt{36}, \quad 8 = \sqrt{64}, \\ \sqrt{a} &= \sqrt{63}, \quad a = 63, \\ \sqrt{b} &= \sqrt{37}, \quad b = 37, \\ \sqrt{a-b} &= \sqrt{63-37} = \sqrt{26} \end{aligned}$$

48. 두 수 5 와 9 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

① 98

② 100

③ 102

④ 104

⑤ 106

해설

$$5 = \sqrt{25} ,$$

$$9 = \sqrt{81} ,$$

$$a = 80 ,$$

$$b = 26 ,$$

$$\therefore a + b = 106$$