

1. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 양수의 제곱근은 2 개이다.
- ② 0의 제곱근은 0이다.
- ③ 제곱근 4는 ± 2 이다.
- ④ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ⑤ 2의 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$ 이다.

해설

- ① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$, 즉 2개다.
- ② 0의 제곱근, 즉 제곱해서 0이 되는 수는 0 한 개뿐이다.
- ③ (제곱근 4) = $\sqrt{4} = 2$
- ④ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ 2의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$

2. $\sqrt{25}$, $\sqrt{(-6)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 차례대로 바르게 나타낸 것은?

① 5, 6

② 5, -6

③ 5, 36

④ 25, 36

⑤ 25, -36

해설

$$\sqrt{25} = 5, \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

∴ 5, 6

3. $\sqrt{121} - \sqrt{(-6)^2}$ 을 계산하여라.

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$11 - 6 = 5$$

4. $(-\sqrt{0.9})^2 - (-\sqrt{(0.4)^2})$ 을 계산하면?

- ① 0.1 ② 0.4 ③ 0.5 ④ 1.1 ⑤ 1.3

해설

$$(\text{준식}) = 0.9 + 0.4 = 1.3$$

5. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.4, \frac{4}{25}$$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} 12 \text{의 제곱근} &\pm \sqrt{12} \\ 0.4 \text{의 제곱근} &\pm \sqrt{0.4} \\ \frac{1}{16} \text{의 제곱근} &\pm \frac{1}{4} \\ 0.4 \text{의 제곱근} &\pm \frac{2}{3} \\ \frac{4}{25} \text{의 제곱근} &\pm \frac{2}{5} \end{aligned}$$

6. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{a^2} = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$
④ $(\sqrt{a})^2 = a$ ⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

- $a > 0$ 일 때,
① $\sqrt{a^2} = a$
② $(-\sqrt{a})^2 = a$
③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -a$
④ $(\sqrt{a})^2 = a$
⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-36a^2$

② $-6a$

③ $6a$

④ $6a^2$

⑤ $36a^2$

해설

$-6a > 0$ 이므로 $\sqrt{(-6a)^2} = -6a$

8. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

- ① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$
- ② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$
- ③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$
- ④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,
 $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$

9. 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$
- ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$
- ③ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ④ 0의 제곱근은 0이다.
- ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$
- ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = -(a-b) = b-a$
- ③ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

10. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(2-a)^2} - \sqrt{4(a-1)^2}$ 을 계산하면?

- ① a ② $3a - 2$ ③ $-3a + 4$
④ $-5a + 3$ ⑤ $a - 3$

해설

$$\begin{aligned} 0 < a < 1 \text{ 일 때, } 1 < 2 - a < 2, \quad -1 < a - 1 < 0 \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= |2 - a| - |2(a - 1)| \\ &= (2 - a) - \{-2(a - 1)\} \\ &= 2 - a + 2a - 2 \\ &= a \end{aligned}$$

11. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 12$

② $-2a + 2b$

③ 0

④ $2a - 12$

⑤ $2b - 12$

해설

$$a < b \text{ 에서 } a - b < 0$$

$$5 < a \text{ 에서 } 5 - a < 0$$

$$5 < b \text{ 에서 } b - 5 > 0$$

$$\text{(주어진 식)} = -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5)$$

$$= -a + b + 5 - a + b - 5$$

$$= -2a + 2b$$

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째 오는 수는?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ③ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

제곱해서 크기를 비교하면

① $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$

② $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

③ $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} = \frac{20}{25}$

④ $\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{2}{25}$

⑤ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

①, ②, ③, ④는 분모가 같으므로 분자의 크기를 비교하면 되고

⑤는 ②보다 크고 ③보다 작다.

따라서 큰 수부터 나열하면 ③, ⑤, ②, ①, ④이다.

13. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

14. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5의 제곱근은 1개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25는 5이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2개이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 0이다.

15. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x &= \pm 2, y = \pm 3 \\x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10\end{aligned}$$

16. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$	㉡ 25	㉢ $\sqrt{(-3)^2}$
㉣ 1.6	㉤ $\frac{49}{9}$	㉥ $\frac{81}{6}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

17. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a, b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

18. $\{x|300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

- ① 5개 ② 52개 ③ 100개
④ 101개 ⑤ 301개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고 이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수)이다.

$$300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$$

$$k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$$

$\therefore x$ 의 개수는 5개

19. $\sqrt{x^2+35}=y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2+35} &= y \\ x^2 = 1 \text{ 일 때 } y &= 6 \\ x^2 = 289 \text{ 일 때 } y &= 18\end{aligned}$$

20. $5x+y=15$ 일 때, $\sqrt{2x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$5x+y=15 \Rightarrow y=15-5x$$

$$\sqrt{2x+y} = \sqrt{2x+15-5x} = \sqrt{15-3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15-3x} = \sqrt{9}$$

$$15-3x=9$$

$$\therefore x=2$$

21. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

22. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a^2 ② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ ③ \sqrt{a}
④ $\sqrt{(-a)^2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

23. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{3n} < 4 \\ 4 < 3n < 16 \\ \therefore n = 2, 3, 4, 5 \end{aligned}$$

24. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1 , r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\text{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$$r_1 = \sqrt{256} = 16 \text{ cm} \quad \therefore r_2 = 4 \text{ (cm)}$$

25. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

26. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2+3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$\begin{aligned} a &= -\sqrt{5}, b = \sqrt{2} \\ \sqrt{-a^2+3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2} \\ &\quad - \sqrt{\{(-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2\}^2} \\ &= \sqrt{-5+6} - \sqrt{(5 \times 2)^2} \\ &= 1 - 10 = -9 \end{aligned}$$

27. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

28. $2 < x \leq 3$ 일 때,
 $A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2} \\ &= -(-3x) - 3(x-2) \\ &= 3x - 3x + 6 \\ &= 6 \end{aligned}$$

29. $\sqrt{\frac{14x}{0.63}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 22$

해설

$$\sqrt{\frac{14x}{0.63}} = \sqrt{14x \times \frac{99}{63}} = \sqrt{22x}$$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

31. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a = 49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b = 29$ 이다.

따라서 $10a+b = 490+29 = 519$ 이다.

32. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉣ $-(\sqrt{-y})^2$	㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉥

▷ 정답: ㉠

해설

- ㉠ : $3-x, 4 < 3-x < 5$
- ㉡ : $x-3, -5 < x-3 < -4$
- ㉢ : $-y-1, 0 < -y-1 < 1$
- ㉣ : $y, -2 < y < -1$
- ㉤ : $y-3, -5 < y-3 < -4$
- ㉥ : $-x+1, 2 < -x+1 < 3$
- ㉡, ㉤ 에서 $x < y$ 이므로 $x-3 < y-3$

33. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{b-a} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 12 개

해설

a, b 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a, b \leq 6$
큰 것이 a 이므로 $b - a < 0$
 $\therefore -4 < b - a < 0, b - a = -3, -2, -1$
 $b - a = -3$ 일 때,
 $(a, b) = (4, 1), (5, 2), (6, 3)$
 $b - a = -2$ 일 때,
 $(a, b) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$
 $b - a = -1$ 일 때,
 $(a, b) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$