

1. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 양수의 제곱근은 2 개이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ③ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ④ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ⑤ 2 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$ 이다.

해설

- ① $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$, 즉 2 개다.
- ② 0 의 제곱근, 즉 제곱해서 0 이 되는 수는 0 한 개뿐이다.
- ③ $(\text{제곱근 } 4) = \sqrt{4} = 2$
- ④ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ 2 의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{2}$

2. $\sqrt{25}$, $\sqrt{(-6)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 차례대로 바르게 나타낸 것은?

- ① 5, 6 ② 5, -6 ③ 5, 36
④ 25, 36 ⑤ 25, -36

해설

$$\sqrt{25} = 5, \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

$$\therefore 5, 6$$

3. $\sqrt{121} - \sqrt{(-6)^2}$ 을 계산하여라.

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$11 - 6 = 5$$

4. $(-\sqrt{0.9})^2 - (-\sqrt{(0.4)^2})$ 을 계산하면?

① 0.1

② 0.4

③ 0.5

④ 1.1

⑤ 1.3

해설

$$(\text{준식}) = 0.9 + 0.4 = 1.3$$

5. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것은 모두 몇 개인가?

$$12, 0.4, \frac{1}{16}, 0.\dot{4}, \frac{4}{25}$$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

12 의 제곱근 $\pm \sqrt{12}$

0.4 의 제곱근 $\pm \sqrt{0.4}$

$\frac{1}{16}$ 의 제곱근 $\pm \frac{1}{4}$

$0.\dot{4}$ 의 제곱근 $\pm \frac{2}{3}$

$\frac{4}{25}$ 의 제곱근 $\pm \frac{2}{5}$

6. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

7. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-36a^2$

② $-6a$

③ $6a$

④ $6a^2$

⑤ $36a^2$

해설

$$-6a > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(-6a)^2} = -6a$$

8. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

- ① $a > 0$ 일 때, $\sqrt{9a^2} = 3a$
- ② $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{4a^2} = 2a$
- ③ $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$
- ④ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{2a^2} = \sqrt{2}a$
- ⑤ $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{25a^2} = -5a$

해설

③ $a < 0$ 일 때,
 $-\sqrt{(-5a)^2} = -\sqrt{25a^2} = -|5a| = 5a$

9. 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$
- ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a - b)^2} = a - b$
- ③ 음수의 제곱근은 음수이다.
- ④ 0의 제곱근은 0이다.
- ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = -a$
- ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a - b)^2} = -(a - b) = b - a$
- ③ 음수의 제곱근은 없다.
- ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$

10. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{(2-a)^2} - \sqrt{4(a-1)^2}$ 을 계산하면?

- ① a ② $3a - 2$ ③ $-3a + 4$
④ $-5a + 3$ ⑤ $a - 3$

해설

$0 < a < 1$ 일 때, $1 < 2 - a < 2$, $-1 < a - 1 < 0$ ◻]므로

$$\begin{aligned}\text{(준식)} &= |2 - a| - |2(a - 1)| \\&= (2 - a) - \{-2(a - 1)\} \\&= 2 - a + 2a - 2 \\&= a\end{aligned}$$

11. $5 < a < b$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(5-a)^2} + \sqrt{(b-5)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2a + 12$

② $-2a + 2b$

③ 0

④ $2a - 12$

⑤ $2b - 12$

해설

$$a < b \text{ 에서 } a - b < 0$$

$$5 < a \text{ 에서 } 5 - a < 0$$

$$5 < b \text{ 에서 } b - 5 > 0$$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= -(a-b) - \{-(5-a)\} + (b-5) \\&= -a+b+5-a+b-5 \\&= -2a+2b\end{aligned}$$

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째 오는 수는?

① $\frac{2}{5}$

② $\sqrt{\frac{2}{5}}$

③ $\frac{2}{\sqrt{5}}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

제곱해서 크기를 비교하면

$$\textcircled{1} \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\textcircled{2} \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5} = \frac{10}{25}$$

$$\textcircled{3} \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4}{5} = \frac{20}{25}$$

$$\textcircled{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{2}{25}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

①, ②, ③, ④는 분모가 같으므로 분자의 크기를 비교하면 되고

⑤는 ②보다 크고 ③보다 작다.

따라서 큰 수부터 나열하면 ③, ⑤, ②, ①, ④이다.

13. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로 }$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

14. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm \frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25 는 5 이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.
- ⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

15. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,
 $M - m$ 의 값은?

① -10

② -5

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

16. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉣ 1.6

㉤ $\frac{49}{9}$

㉥ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)

㉥ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

17. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.

$a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a, b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$

$a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$

$b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$

따라서

$$\begin{aligned}\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2} \\= -a + b - (-a) + b \\= 2b\end{aligned}$$

18. $\{x | 300 \leq x \leq 600, x \text{는 정수}\}$ 에 대하여 $\sqrt{3} \times \sqrt{x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 5 개

② 52 개

③ 100 개

④ 101 개

⑤ 301 개

해설

$\sqrt{3} \times \sqrt{x} = \sqrt{3x}$ 가 양의 정수일 때, $3x$ 는 제곱수가 되어야 하고
이 때, $x = 3k^2$ (k 는 자연수) 이다.

$$300 \leq 3k^2 \leq 600 \Leftrightarrow 100 \leq k^2 \leq 200$$

$$k^2 = 10^2, 11^2, 12^2, 13^2, 14^2$$

$\therefore x$ 의 개수는 5 개

19. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

20. $5x + y = 15$ 일 때, $\sqrt{2x + y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1

② 2

③ 4

④ 7

⑤ 9

해설

$$5x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - 5x$$

$$\sqrt{2x + y} = \sqrt{2x + 15 - 5x} = \sqrt{15 - 3x}$$

x 가 가장 작은 자연수가 되려면 근호 안의 수는 15 미만의 가장 큰 제곱수가 되어야 하므로 9가 되어야 한다.

$$\sqrt{15 - 3x} = \sqrt{9}$$

$$15 - 3x = 9$$

$$\therefore x = 2$$

21. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (\times)

② $\frac{1}{2} > 2$ (\times)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (\times)

④ $\sqrt{2} > 4$ (\times)

22. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a^2

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$

③ \sqrt{a}

④ $\sqrt{(-a)^2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

23. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

$$2 < \sqrt{3n} < 4$$

$$4 < 3n < 16$$

$$\therefore n = 2, 3, 4, 5$$

24. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1 , r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi \text{ cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답: 4 cm

해설

$$r_1 = \sqrt{256} = 16 \text{ cm} \quad \therefore r_2 = 4 \text{ (cm)}$$

25. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3 \sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

26. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$a = -\sqrt{5}, b = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{-a^2 + 3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$$

$$= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2}$$

$$- \sqrt{\left\{ (-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2 \right\}^2}$$

$$= \sqrt{-5+6} - \sqrt{(5 \times 2)^2}$$

$$= 1 - 10 = -9$$

27. $a < 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2}$ 일 때, $10A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $10A = 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(-3a)^2} \times (-\sqrt{a})^2 \div \sqrt{4a^2} \div \sqrt{(-5a)^2} \\ &= |-3a| \times |a| \div |2a| \div |-5a| \\ &= (-3a) \times (-a) \div (-2a) \div (-5a) = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

따라서 $10A = 10 \times \frac{3}{10} = 3$ 이다.

28. $2 < x \leq 3$ 일 때,

$A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$2 < x \leq 3$ 에서 $-3x < 0, 2-x < 0$ 이므로

$$A = \sqrt{(-3x)^2} - 3\sqrt{(2-x)^2}$$

$$= -(-3x) - 3(x-2)$$

$$= 3x - 3x + 6$$

$$= 6$$

29. $\sqrt{\frac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}}$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 22$

해설

$$\sqrt{\frac{14x}{0.\dot{6}\dot{3}}} = \sqrt{14x \times \frac{99}{63}} = \sqrt{22x}$$

따라서, 가장 작은 자연수 $x = 22$

30. 10 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{a+b} = n$ (n 은 자연수)를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16개

해설

$a = 1$ 인 경우, $b = 3, 8$

$a = 2$ 인 경우, $b = 2, 7$

$a = 3$ 인 경우, $b = 1, 6$

$a = 4$ 인 경우, $b = 5$

$a = 5$ 인 경우, $b = 4$

$a = 6$ 인 경우, $b = 3, 10$

$a = 7$ 인 경우, $b = 2, 9$

$a = 8$ 인 경우, $b = 1, 8$, $a = 9$ 인 경우, $b = 7$

$a = 10$ 인 경우, $b = 6$

$\therefore 16$ 개

31. 자연수 a , b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 519

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a$, $196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a = 49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b = 29$ 이다.
따라서 $10a+b = 490+29 = 519$ 이다.

32. $-2 < x < y < -1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$	㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$
㉣ $-(\sqrt{-y})^2$	㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3 - x, 4 < 3 - x < 5$

㉡ : $x - 3, -5 < x - 3 < -4$

㉢ : $-y - 1, 0 < -y - 1 < 1$

㉣ : $y, -2 < y < -1$

㉤ : $y - 3, -5 < y - 3 < -4$

㉥ : $-x + 1, 2 < -x + 1 < 3$

㉡, ㉤에서 $x < y$ 이므로 $x - 3 < y - 3$

33. 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중에 큰 것을 a , 작은 것을 b 라고 하자. $0 < \sqrt{|b-a|} < 2$ 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 12 개

해설

a, b 는 주사위 눈의 수이므로 $1 \leq a, b \leq 6$

큰 것이 a 이므로 $b - a < 0$

$\therefore -4 < b - a < 0, b - a = -3, -2, -1$

$b - a = -3$ 일 때,

$(a, b) = (4, 1), (5, 2), (6, 3)$

$b - a = -2$ 일 때,

$(a, b) = (3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)$

$b - a = -1$ 일 때,

$(a, b) = (2, 1), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$