1. 어떤 야구팀에 투수가 2명, 포수가 3명이 있다. 감독이 선발 투수와 포수를 각각 한 명씩 선발하는 방법의 수는?

① 2가지 ② 5가지 ③ 6가지
④ 8가지 ⑤ 9가지

해설

$2 \times 3 = 6$ (가지)

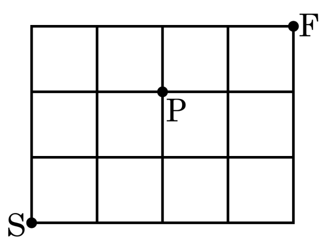
2. $a = 1,\ 2,\ 3$이고, $b = 4,\ 5,\ 6,\ 7$일 때, a의 값을 x좌표, b의 값을 y좌표로 하는 순서쌍은 모두 몇 개인가?

① 4개　② 8개　③ 12개　④ 16개　⑤ 20개

해설

$a = 1$인 경우 만들 수 있는 순서쌍은 4개이다.
a의 값은 3개이므로, 모든 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$(가지)
$\therefore$ 12개

3. 점 S에서 점 F까지 최단 거리로 이동할 때, 점 P를 거쳐 갈 경우의 수는?



① 6가지　② 9가지　③ 12가지
④ 15가지　⑤ 18가지

해설

S $\to$ P : 6 가지
P $\to$ F : 3 가지
따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 3 = 18$(가지) 이다.

4. 원 위에 7 개의 점이 있다. 이 점 중 4 개의 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 35 개

해설

원 위의 점을 각각 A, B, C, D, E, F, G 라 할 때, □ABCD, □ABDC, □ACBD, □ACDB, □ADBC, □ADCB 는 모두 같은 사각형이다.

따라서 7 개의 점 중에서 순서에 관계없이 4 개의 점을 택한다.

$\therefore \frac{7\times6\times5\times4}{4\times3\times2\times1}=35$(개)이다.

5. a, b, c, d 의 문자를 사전식으로 배열할 때, $cadb$ 는 몇 번째인가?

① 14 번째　② 15 번째　③ 16 번째
④ 17 번째　⑤ 18 번째

해설

a 또는 b 가 맨 앞에 오면 어떤 다른 문자가 와도 $cadb$ 보다 사전식 배열은 앞선다.
$a\times\times\times$ 인 경우는 $3\times2\times1 = 6$ (가지), $b\times\times\times$ 인 경우는 $3\times2\times1 = 6$ (가지)
또한, c 가 앞에 오는 경우는 사전식으로 배열하면 $cabd$, $cadb$, $\cdots$
따라서 $cadb$ 는 사전식으로 배열할 때, $6 + 6 + 2 = 14$ (번째) 에 온다.

6. 다음 그림과 같이 생긴 자물쇠가 있다. 이 자물쇠 앞면의 여섯 개의 알파벳 중에서 순서대로 알파벳 네 개를 누르면 열리도록 설계하려고 한다. 자물쇠의 비밀번호로 만들 수 있는 총 경우의 수는?

① 30 ② 42 ③ 120 ④ 360 ⑤ 720

해설

여섯 개의 알파벳 중에 네 개를 선택하여 일렬로 세우는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (가지)이다.

7. A, B, C, D, E, F, G의 7명을 일렬로 세우는데 C가 맨 앞에 오고 B가 D보다 앞에 오는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 360 가지

해설

C를 맨 앞에 세우고 난 후, 나머지 6명을 일렬로 세우는 경우의 수는 720가지이다.
이 가운데 B가 D보다 앞에 오는 경우와 D가 B보다 앞에 오는 경우는 각각 $\frac{1}{2}$이다.
따라서 360가지이다.

8. A, B, C, D 네 사람을 일렬로 세울 때, A를 B보다 앞에 세우는 경우의 수는?

① 6　　② 12　　③ 18　　④ 20　　⑤ 24

해설

A가 맨 앞에 서는 경우는 $A\times\times\times$: $3\times2\times1=6$(가지)

A가 두 번째에 서는 경우는 $\underline{\times}A\times\times$: $2\times2\times1=4$(가지)(밑줄 친 부분에 B는 올 수 없다.)

A가 세 번째에 서는 경우는 $\times\times A\underline{\times}$: $2\times1=2$(가지)(밑줄 친 부분이 B의 위치이다.)

따라서 구하는 경우의 수는 $6+4+2=12$

9. 남학생 3 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 어느 남학생끼리도 이웃하지 않고, 어느 여학생끼리도 서로 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수는?

① 12 가지　② 24 가지　③ 48 가지
④ 60 가지　⑤ 72 가지

해설

남학생끼리 이웃하지 않고, 여학생끼리도 서로 이웃하지 않도록 세우는 경우는 남학생과 여학생을 번갈아 가며 세우는 것이다. (남, 여, 남, 여, 남, 여), (여, 남, 여, 남, 여, 남) 의 두 경우에서 각각 남학생과 여학생을 세우는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다. 따라서 (남, 여, 남, 여, 남, 여) 로 세우는 경우는 $6 \times 6 = 36$ (가지) 이고 (여, 남, 여, 남, 여, 남) 의 경우도 36 가지이므로 구하는 경우의 수는 72 가지이다.

10. 1, 2, 3, 4 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드가 들어있는 주머니에서 3 장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 작은 것부터 크기순으로 20 번째 수는?

① 413 ② 421 ③ 423 ④ 431 ⑤ 432

해설

네 장의 카드에서 세 장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지) 이다. 이 때, 20 번째 수는 뒤에서 다섯 번째 수이므로 413 이다.

11. 0 에서부터 5 까지의 숫자가 적힌 6 장의 카드 중 3 장의 카드로 세 자리의 정수를 만들 때, 5 의 배수가 되는 경우의 수를 구하면?

① 12 가지　② 27 가지　③ 30 가지
④ 36 가지　⑤ 42 가지

해설

5 의 배수는 일의 자리가 0 또는 5 인 경우이므로
일의 자리가 0 일 때, 남은 카드가 1, 2, 3, 4, 5 이므로 백의 자리에 놓일 수 있는 수의 경우의 수는 5 가지, 십의 자리에 놓일 수 있는 수의 경우의 수는 4 가지이므로 $5 \times 4 = 20$ (가지) 가 나오고, 일의 자리가 5 일 때, 남은 카드가 0, 1, 2, 3, 4 이므로 백의 자리에는 0 을 제외한 4 가지, 십의 자리에 백의 자리에 사용한 카드를 뺀 4 가지이므로 $4 \times 4 = 16$ (가지) 가 나온다.
따라서 5 의 배수가 되는 경우의 수는 $20 + 16 = 36$ (가지) 이다.

12. 남학생 4명, 여학생 5명의 후보가 있는 가운데 남녀 각각 회장과 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수를 구하면?

① 48 ② 120 ③ 240 ④ 360 ⑤ 720

해설

남학생 중에서 회장을 뽑는 경우 4가지, 부회장을 뽑는 경우 3가지이므로 $4 \times 3 = 12$(가지) 이고, 여학생 중에서 회장을 뽑는 경우 5가지, 부회장을 뽑는 경우 4가지이므로 $5 \times 4 = 20$가지가 된다. 따라서 남녀 각각 회장와 부회장을 1명씩 뽑는 경우의 수는 $12 \times 20 = 240$(가지) 이다.

13. 어느 중학교 총학생회 임원 선거에서 학생회장 후보 4명, 부회장 후보 4명, 선도부장 후보 5명이 출마했다. 이 중 회장 1명, 부회장 2명, 선도부장 3명을 뽑는 경우의 수를 고르면?

① 120 ② 180 ③ 240 ④ 360 ⑤ 720

해설

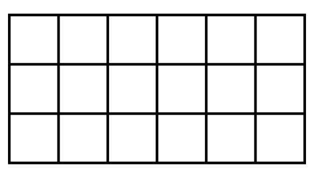
회장을 뽑을 경우의 수 : 4(가지)

부회장을 뽑을 경우의 수 : $\frac{4\times 3}{2} = 6$(가지)

선도부장을 뽑을 경우의 수 : $\frac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1} = 10$(가지)

따라서 회장 1명, 부회장 2명, 선도부장 3명을 뽑는 경우의 수는 $4\times\frac{4\times 3}{2\times 1}\times\frac{5\times 4\times 3}{3\times 2\times 1} = 240$(가지) 이다.

14. 다음 그림에서 직사각형은 모두 몇 개를 만들 수 있는가?



① 18개　　② 48개　　③ 60개

④ 126개　　⑤ 240개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 7개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{7\times6}{2\times1}=126$(개)이다.

15. 크기가 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나온 두 눈의 곱이 짝수가 되는 경우의 수를 a 라 하고, 나온 두 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

해설

a : 짝× 짝 : 9 가지, 홀× 짝 : 9 가지, 짝× 홀 : 9 가지
b : 짝+ 짝 : 9 가지, 홀+ 홀 : 9 가지
$\therefore 9+9+9+9+9=45$

16. A, B, C, D, E, F 의 6 명 중에서 네 명을 선발할 때, A, B 두 사람이 반드시 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A, B 두 사람을 먼저 뽑아 놓고 C, D, E, F 중에서 두 명을 뽑아서 나머지 두 자리를 채우는 경우의 수이므로

$\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지) 이다.

17. 영어 단어 *appetite* 에 사용된 문자 8 개를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 5040 가지

해설

총 8 개의 문자 중 p 가 2 개, e 가 2 개, t 가 2 개이므로 구하는 경우의 수는

$\frac{8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times2\times2} = 5040$ (가지) 이다.

18. 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3 의 숫자가 각각 적힌 카드 중에서 3 개를 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 25 개

해설

$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times (n-1) \times n$ 이다.
세 수를 다음과 같이 뽑은 후
(1, 1, 1), (1, 1, 2)(1, 1, 3) (1, 2, 2)(1, 3, 3)
(1, 2, 3)(2, 2, 3)(2, 3, 3)
각각의 괄호 안에서 세 수를 나열하는 경우의 수는 다음과 같다.
$\therefore\ 1+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!}+3!+\frac{3!}{2!}+\frac{3!}{2!} = 1+3+3+3+3+6+3+3 =$
25(개)

19. $a,\ b,\ b,\ c,\ c,\ d$ 를 일렬로 나열할 때, d 가 b 사이에 오도록 배열하는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 60 가지

해설

d 를 b 로 바꾸어 $a,\ b,\ b,\ b,\ c,\ c$ 를 일렬로 배열한 다음 가운데 b 를 d 로 바꾸면 되므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{(3\times2\times1)\times(2\times1)}=60$ (가지) 이다.

20. 2, 3, 4, 5 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드에서 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 정수 중 짝수의 가짓수는?

① 3 가지 ② 4 가지 ③ 5 가지
④ 6 가지 ⑤ 7 가지

해설

짝수는 일의 자리가 2 또는 4 인 경우이다. 일의 자리가 2 인 경우에 만들 수 있는 정수는 32, 42, 52 의 3 개이고, 일의 자리가 4 인 경우에 만들 수 있는 정수는 24, 34, 54 의 3 개다. 따라서 구하는 경우의 수는 $3 + 3 = 6$ (가지)이다.

21. 다음 조건을 만족하는 여섯 자리의 자연수 N 의 개수를 구하여라.

> ㉠ 각 자리의 숫자에서 높은 자리의 숫자는 낮은 자리의 숫자보다 작지 않다.
> ㉡ 양 끝 자리의 숫자의 합은 9 이다.
> ㉢ 여섯 자리 자연수 876543 와 N 의 각 자리의 숫자를 비교해 보면, 백의 자리의 숫자가 같고, 나머지 자리의 숫자는 N 이 항상 작다.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 4 가지

해설

여섯 자리의 자연수 $N = abcdef$ 라고 하면 조건 ㉡로부터 $a + f = 9$ 를 만족하는 순서쌍 $(a,\ f)$ 는 $(1,\ 8)$, $(2,\ 7)$, $(3,\ 6)$, $(4,\ 5)$, $(5,\ 4)$, $(6,\ 3)$, $(7,\ 2)$, $(8,\ 1)$, $(9,\ 0)$ 이고
조건 ㉢로부터 $d = 5$,
$a < 8,\ b < 7,\ c < 6,\ e < 4,\ f < 3$ 이다.
조건 ㉡, ㉢를 만족하는 $(a,\ f)$ 의 순서쌍은 $(7,\ 2)$ 이므로 $a = 7,\ d = 5,\ f = 2$
따라서 $N = 7bc5e2$ 에서 조건 ㉠
$a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f$ 를 만족하는 순서쌍 $(b,\ c,\ e)$ 는
(i) $b = 6$ 일 때,
$(6,\ 6,\ 3)$, $(6,\ 6,\ 2)$ 의
2 (가지)
(ii) $b = 5$ 일 때,
$(5,\ 5,\ 3)$, $(5,\ 5,\ 2)$ 의
2 가지
따라서 구하는 경우의 수는 4 (가지) 이다.

22. 갑, 을, 병, 정 네 명의 학생 중에서 2 명의 대표를 뽑는 경우의 수를 a, 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$a = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

$b = 4 \times 3 = 12$

$\therefore a + b = 6 + 12 = 18$

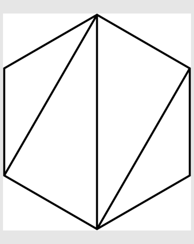
23. 정육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어 4 개의 삼각형을 만들려고 한다. 이러한 방법 중 2 쌍의 삼각형이 합동인 경우의 수를 구하여라

▶ 답 : ______ 가지

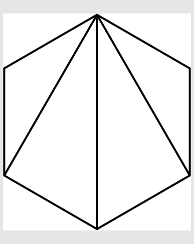
▷ 정답 : 12 가지

해설

육각형의 내부에 3 개의 대각선을 그어서 2 쌍의 삼각형이 합동인 4 개의 삼각형으로 나누는 방법은 두 가지가 있다.



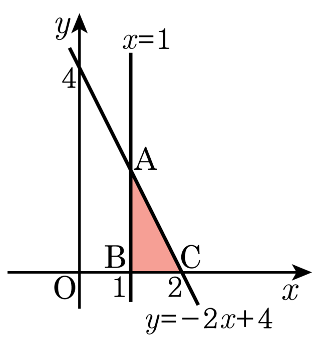
위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지



위의 그림과 같이 나누는 방법이 6 개의 각 꼭짓점에 대하여 존재하므로 6 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$ (가지) 이다.

24. 다음 그림의 색칠한 부분의 삼각형 ABC는 $y = -2x + 4$, $x = 1$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형이다. 이때, 주사위를 두 번 던져서 처음에 나온 눈의 수를 p, 두 번째에 나온 눈의 수를 q로 하여 만든 일차함수 $y = \frac{p}{q}x$가 $\triangle$ABC와 만나기 위한 경우의 수를 구하여라.



▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 30 가지

해설

점 A의 좌표는 (1, 2)

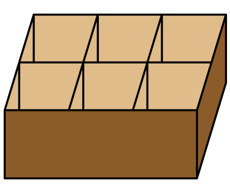
$y = \frac{p}{q}x$가 점 A를 지날 때 $\frac{p}{q} = 2$이므로

$0 \le \frac{p}{q} \le 2$

$p > 2q$인 경우는 (5, 2), (6, 2), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1)의 6가지이므로

조건을 만족하는 (p, q)의 개수는 $36 - 6 = 30$(가지)

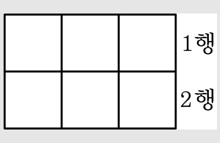
25. 다음 그림과 같은 6 칸짜리 과자 상자에 과자 4 개를 담으려고 한다. 가로줄과 세로줄 각각에 최소 1 개 이상의 과자가 있도록 담는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설



1 행과 2 행 각각에 최소 1 개 이상의 과자를 담는 경우를 순서쌍으로 나타내면 (1, 3), (2, 2), (3, 1) 이다.
1 행과 2 행에 (1, 3) 의 방법으로 과자를 담는 경우의 수는 3 가지
1 행과 2 행에 (2, 2) 의 방법으로 과자를 담는 경우의 수는, 1 행과 2 행에서 과자를 담을 두 칸을 고르고 2 행에서 1 행과 같은 세로줄에만 담아 나머지 한 개의 세로줄이 비어있는 경우를 제외해야 하므로
$\frac{3\times 2}{2}\times(\frac{3\times 2}{2}-1)=6$(가지)
1 행과 2 행에 (3, 1) 의 방법으로 과자를 담는 경우의 수는 3 가지
따라서 구하고자 하는 방법의 수는 $3+6+3=12$ (가지) 이다.

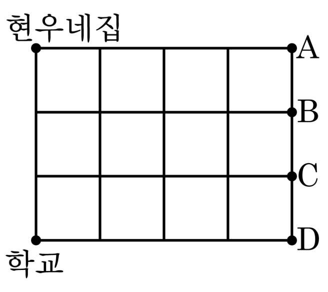
26. 어른 4 명과 어린이 6 명이 원탁에 앉을 때, 어른과 어른 사이에 각각 적어도 한 명의 어린이가 앉는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 43200 가지

해설
어린이 6 명을 먼저 앉힌 후 그 사이에 어른 4 명을 앉히는 경우의 수이다.
어린이 6 명을 앉히는 경우의 수는 원탁이므로
한 명을 고정시키고 나머지 5 명을 일렬로 세울 때 경우의 수와 같다.
$\therefore (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (6 \times 5 \times 4 \times 3) = 43200$(가지)

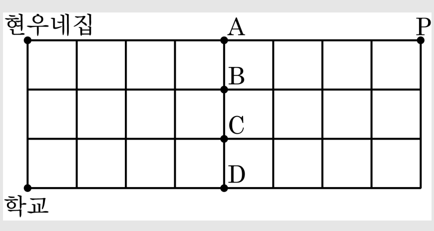
27. 현우는 집에서 출발하여 상점에 들렀다가 학교에 가려고 한다. 현우가 들릴 수 있는 상점은 A, B, C, D 네 군데 중의 하나이고, 길은 다음 그림과 같을 때, 학교까지의 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 165 가지

해설



구하는 방법의 수는 위의 그림의 학교에서 점 P 까지 가는 경우의 수와 같으므로

$\frac{11!}{8!3!} = 165$ (가지) 이다.

(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

28. 6명의 친구가 서로 2명씩 짝을 지어 3개조로 나누어 게임을 한다면 나누는 방법은 모두 몇 가지가 있는가?

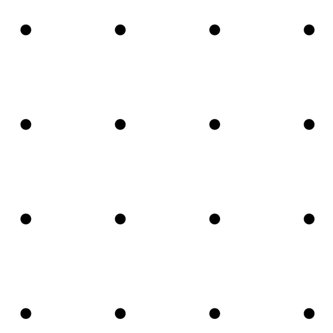
▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 15가지

해설

(6명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×(4명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×(2명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×$\frac{1}{3\times2\times1}$ $=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{2\times1}{2\times1}\times\frac{1}{3\times2\times1}=15$ (가지)

29. 다음 그림과 같이 일정한 간격으로 16 개의 점이 있다. 이 점 중 임의의 세 점을 연결하여 만든 서로 다른 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 516 개

해설

서로 다른 세 점이 한 개의 삼각형을 결정하므로 16개의 점에서 세 점을 고르는 경우의 수는 $\frac{16\times15\times14}{3\times2\times1}=560$(가지) 이다.
이 중 동일한 직선 위의 세 점을 이은 경우는 삼각형을 만들 수 없으므로 한 직선 위에 세 점이 있는 경우의 수는 세 점을 이은 4 가지 직선 위의 세 점을 고른 경우와 네 점을 이은 10 가지 직선 위의 세 점을 고른 경우의 합은 $4\times1+10\times\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=44$(가지) 이다.
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $560-44=516$(개) 이다.