

1. 다음은 A , B 두 명의 학생의 탁걸이 횟수의 기록을 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 큰 학생을 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	9	8	7	9
B	7	9	8	10	6

▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

A , B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 큰 학생은 B 이다.

2. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수
Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수
Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

- ① $x = y = z$

② $x = y < z$

③ $x < y = z$

④ $x = y > z$

⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

3. 다음 도수분포표는 정십이네 반 학생들의 탁걸이 기록을 나타낸 것이다. 탁걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

평균 : $\frac{1 + 2 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 9}{40}$
+ $\frac{7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 + 10}{40} = 5$
편차 : -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5
분산 : $\frac{16 + 9 \times 3 + 4 \times 7 + 5}{40}$
+ $\frac{9 \times 2 + 16 + 25}{40} = 4$
표준편차 : 2

4. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{48}, x_{49}, x_{50}$ 의 분산을 구하여라.

㉠ $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$

㉡ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로 평균은

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \frac{100}{50} = 2$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2, x_2 - 2, x_3 - 2, \dots, x_{48} - 2, x_{49} - 2, x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{1}{50} \{ (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \dots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2 \}$$

$$= \frac{1}{50} \{ (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50 \}$$

$$= \frac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.}$$

5. 세 수 a, b, c 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147}{3} = 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

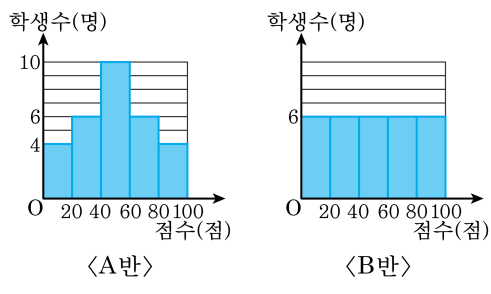
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\therefore \frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47$$

6. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.
- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.
- ㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.
- ㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.
- ㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B반 보다 더 작다.

7. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x, 3y, 3z$ 의 분산은?

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54$$

한편, $3x, 3y, 3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3} = \frac{3(x+y+z)}{3} = \frac{3 \times 12}{3} = 12$$

따라서 분산은

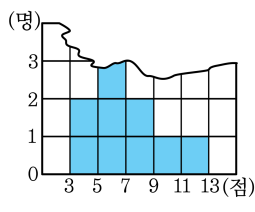
$$\frac{(3x-12)^2 + (3y-12)^2 + (3z-12)^2}{3}$$

$$= \frac{9x^2 + 9y^2 + 9z^2 - 72(x+y+z) + 144 \times 3}{3}$$

$$= \frac{9 \times 54 - 72 \times 12 + 432}{3} = \frac{54}{3}$$

$$= 18$$

8. 다음 그림은 가람이네 반 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5.8

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 명이므로

$$10 - (2 + 2 + 1 + 1) = 4 \quad \therefore x = 4$$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{4 \times 2 + 6 \times 4 + 8 \times 2 + 10 \times 1 + 12 \times 1}{10}$$

$$= \frac{8 + 24 + 16 + 10 + 12}{10} = 7$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10} \{ (4 - 7)^2 \times 2 + (6 - 7)^2 \times 4 + (8 - 7)^2 \times 2 + (10 - 7)^2 \times 1 + (12 - 7)^2 \times 1 \}$$

$$= \frac{1}{10} (18 + 4 + 2 + 9 + 25) = 5.8$$

이다.