1. 다음은 A, B 두 명의 학생의 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 큰 학생을 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	9	8	7	9
B	7	9	8	10	6

▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

A, B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 큰 학생은 B 이다.

2. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

3. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$$\frac{1+2\times 3+3\times 7+4\times 5+5\times 7+6\times 9}{40}$$

$$+\frac{7\times 4+8\times 2+9+10}{40}=5$$

편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\frac{16+9\times 3+4\times 7+5}{40}$

$$+\frac{9\times 2+16+25}{40}=4$$

표준편차: 2

4. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_{48}, x_{49}, x_{50} 의 분산을 구하여라.

㉠ $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$

㉡ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로 평균은

$\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \dfrac{100}{50} = 2$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2$, $x_2 - 2$, $x_3 - 2$, $\cdots$, $x_{48} - 2$, $x_{49} - 2$, $x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \cdots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2\}$

$= \dfrac{1}{50}\{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50\}$

$= \dfrac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12$ 이다.

5. 세 수 a, b, c 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 7$

$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3} = 4$

$\frac{a^2-14a+49+b^2-14b+49+c^2-14c+49}{3} = 4$

$\frac{a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147}{3} = 4$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+135 = 0$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 14(a+b+c)-135 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 14\times 21-135 = 159 \quad \cdots\cdots ㉢$

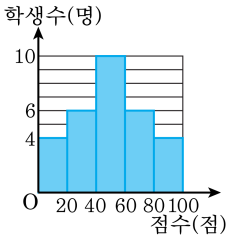
$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$ab+bc+ca = 141$

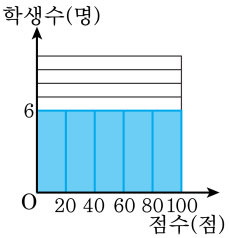
따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$\therefore\ \frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47$

6. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



〈A반〉



〈B반〉

보기

㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.

㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.

㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.

㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B반 보다 더 작다.

7. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12\ \cdots\cdots$㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=6$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times12}{3}=12$$

따라서 분산은

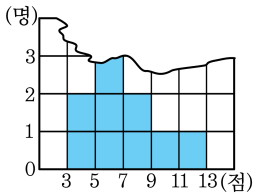
$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times3}{3}$$

$$=\frac{9\times54-72\times12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$=18$

8. 다음 그림은 가람이네 반 10 명의 수학 쪽지 시험의 성적을 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5.8

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 10 명이므로

$10-(2+2+1+1)=4 \quad \therefore \ x=4$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{4\times2+6\times4+8\times2+10\times1+12\times1}{10}$$

$$=\frac{8+24+16+10+12}{10}=7$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2\times2+(6-7)^2\times4+(8-7)^2\times2+(10-7)^2\times1+(12-7)^2\times1\}$$

$$=\frac{1}{10}(18+4+2+9+25)=5.8$$

이다.