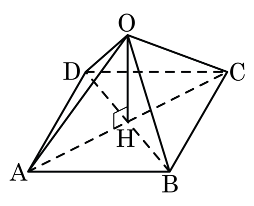
1. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ ② $486\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$ ③ $162\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$
④ $486\mathrm{cm}^2$ ⑤ $162\mathrm{cm}^2$

해설
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면
$\sqrt{3}a = 9$이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}$cm이다.
정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로
$6 \times \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 162(\mathrm{cm}^2)$

2. 다음 그림과 같은 정사각뿔에서 $\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{29}$, $\overline{\mathrm{OA}} = 8\sqrt{2}$일 때, 밑넓이는 ?



① $3\sqrt{22}$　② $3\sqrt{11}$　③ 99　④ 121　⑤ 198

해설

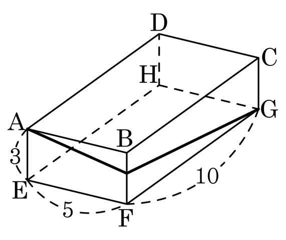
직각삼각형 OAH 에서

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{\left(8\sqrt{2}\right)^2 - \left(\sqrt{29}\right)^2} = 3\sqrt{11}$

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{1}{2} \times \overline{AC}$에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 6\sqrt{11}$이고 $\overline{\mathrm{AC}} = \mathrm{BD}$ 이므로

밑넓이는 $\frac{1}{2} \times 6\sqrt{11} \times 6\sqrt{11} = 198$

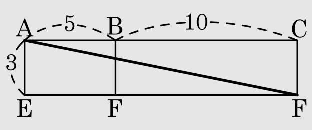
3. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A 에서 모서리 BF 를 거쳐 점 G 에 이르는 최단거리를 구하면?



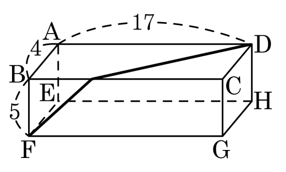
① $\sqrt{243}$ ② $3\sqrt{26}$ ③ $2\sqrt{89}$ ④ $2\sqrt{41}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$\overline{AG} = \sqrt{3^2 + (5+10)^2} = \sqrt{9+225} = \sqrt{234} = 3\sqrt{26}$



4. 다음 직육면체의 꼭짓점 D 에서 모서리 $\overline{BC}$ 를 거쳐 점 F 에 이르는 최단거리를 구하여라.

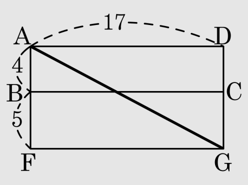


① $\sqrt{130}\,\mathrm{cm}$　　② $\sqrt{370}\,\mathrm{cm}$　　③ $37\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$

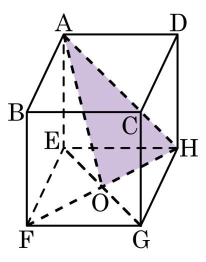
④ $\dfrac{37\sqrt{10}}{2}\,\mathrm{cm}$　　⑤ $130\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{FD} = \sqrt{17^2 + (4+5)^2} = \sqrt{370}(\mathrm{cm})$



5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, △AOH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$\overline{\mathrm{OH}} = 4\sqrt{2},\ \overline{\mathrm{AH}} = 8\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{32+64}$

$= \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$

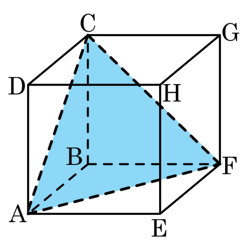
$\overline{\mathrm{AH}}^2 = \overline{\mathrm{OH}}^2 + \overline{\mathrm{AO}}^2$

즉,

$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{6})^2$ 이므로 △AOH 는 직각삼각형이다.

(△AOH 의 넓이)$=4\sqrt{2}\times 4\sqrt{6}\times \dfrac{1}{2} = 16\sqrt{3}$

6. 다음 그림과 같은 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$ 일 때, 색칠한 삼각형의 넓이는?

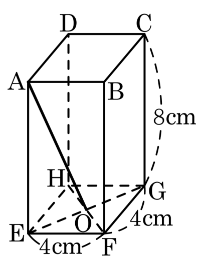


① $28\sqrt{3}$　② $29\sqrt{3}$　③ $30\sqrt{3}$
④ $31\sqrt{3}$　⑤ $32\sqrt{3}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a = 8\sqrt{3}$ $\therefore$ $a = 8$
정육면체의 한 모서리의 길이가 8 이므로
$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 8\sqrt{2}$
$\triangle$AFC 는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로 넓이는
$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3}$

7. 세 모서리의 길이가 4cm, 4cm, 8cm 인 직육면체에서 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



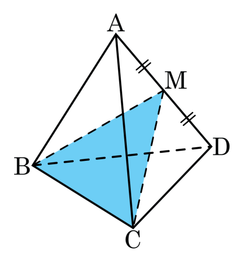
▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{AE} = 8,\ \overline{EG} = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$,
$\overline{EO} = 2\sqrt{2}$,
$\therefore \overline{AO} = \sqrt{64+(2\sqrt{2})^2} = \sqrt{64+8} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정사면체에서 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle BCM$ 의 넓이는?



① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$　② $7\sqrt{2}\text{cm}^2$　③ $8\sqrt{2}\text{cm}^2$

④ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $10\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 은 정삼각형의 높이이므로

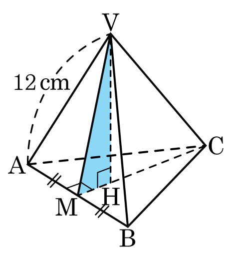
$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BC}$ 의 중점을 P 라 하면,

$\overline{MP} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle BCM = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 V – ABC 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, △VMH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

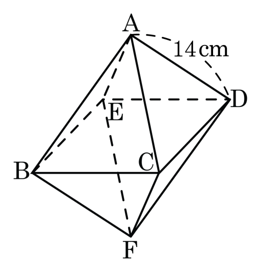
$\overline{VH}$ 는 정사면체 높이 $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\overline{MC}$ 는 정삼각형의 높이 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{MH}$ 는 $\overline{MC}$ 의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

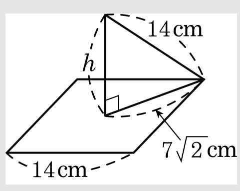
$\therefore \triangle VMH = \frac{1}{2} \times \overline{MH} \times \overline{VH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림은 한 변의 길이가 14 cm 인 정삼각형을 붙여 만든 정팔면체이다. 부피를 구하면?



① $\frac{2740\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
② $\frac{2741\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
③ $\frac{2743\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
④ $\frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
⑤ $\frac{2746\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

해설

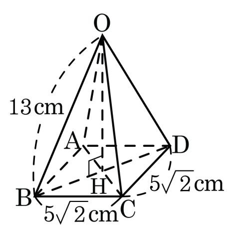


높이를 h, 부피를 V 라 하면

$h = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}(\text{cm})$

$V = 14 \times 14 \times 7\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

11. 밑면의 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$, 옆면의 모서리의 길이가 13 인 정사각뿔 $\mathrm{O-ABCD}$ 에서 $\triangle\mathrm{OBH}$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\square\mathrm{ABCD}$ 가 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2} = 10$

$\overline{\mathrm{BH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}} = 5$

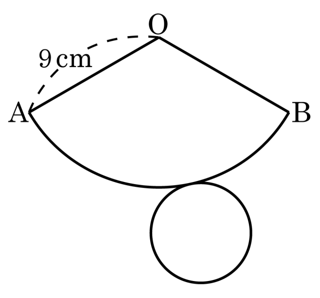
$\triangle\mathrm{OBH}$ 에서

$\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$

$\triangle\mathrm{OBH}$의 둘레의 길이는

$\overline{\mathrm{OH}} + \overline{\mathrm{BH}} + \overline{\mathrm{OB}} = 12 + 5 + 13 = 30$ 이다.

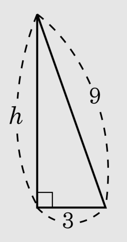
12. 다음 그림에서 호 AB 의 길이는 6πcm , $\overline{\mathrm{OA}} = 9$cm 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?



① $10\sqrt{2}$ cm　② $8\sqrt{2}$ cm　③ $6\sqrt{2}$ cm　④ $5\sqrt{3}$ cm　⑤ $4\sqrt{2}$ cm

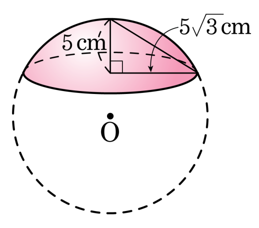
해설

호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같다.
$2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름은 3cm 이다.



위의 그림에서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 구를 중심 O 에서 평면으로 잘라 단면이 생겼을 때 구의 반지름은?



① 8 cm　② 9 cm　③ 10 cm
④ 11 cm　⑤ 12 cm

해설

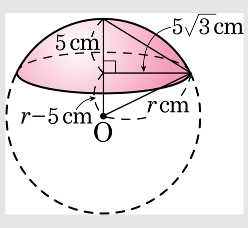
$5\sqrt{3} = \sqrt{r^2 - (r-5)^2}$

$= \sqrt{r^2 - (r^2 - 10r + 25)}$

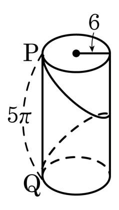
$= \sqrt{10r - 25} = \sqrt{75}$

이므로 $10r - 25 = 75$

$\therefore r = 10(\text{cm})$

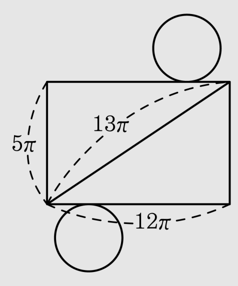


14. 원기둥에서 그림과 같은 경로를 따라 점 P 에서 점 Q 에 이르는 최단 거리를 구하면?



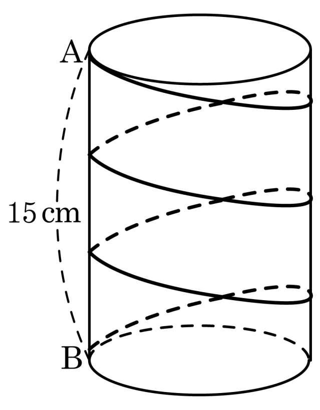
① 13π ② 15π ③ 61π
④ 125π ⑤ $\sqrt{150}\pi$

해설



원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.
따라서, 최단 거리는 직사각형 (옆면) 의 대각선의 길이와 같다.
직사각형의 가로의 길이는 밑면 (원) 의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 6 = 12\pi$ 이다.
따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi$ 이다.

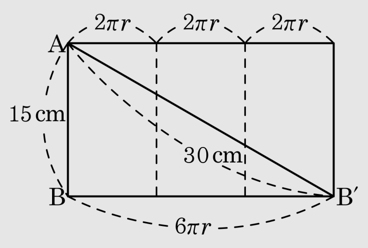
15. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① $\dfrac{5\sqrt{3}}{6\pi}$cm　② $\dfrac{10\sqrt{3}}{6\pi}$cm　③ $\dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$cm
④ $\dfrac{20\sqrt{3}}{6\pi}$cm　⑤ $\dfrac{25\sqrt{3}}{6\pi}$cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



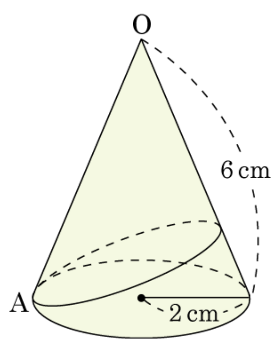
최단거리는$\overline{\mathrm{AB'}}$ 의 길이와 같다.

$\overline{\mathrm{AB'}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{BB'}}^2$, $\overline{\mathrm{BB'}} = 15\sqrt{3}$

$3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$

$\therefore\ r = \dfrac{5\sqrt{3}}{2\pi}$(cm)

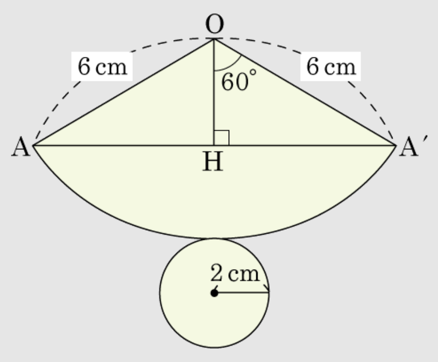
16. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답: ____________ cm

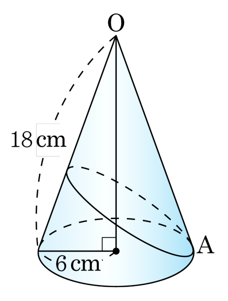
▷ 정답: $6\sqrt{3}$ cm

해설



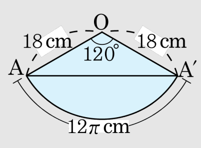
$\overline{AH} = 3\sqrt{3}$ cm, $\overline{AA'} = 6\sqrt{3}$ cm

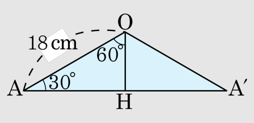
17. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리는 몇 cm 인가?



① $18\sqrt{3}$　② $19\sqrt{3}$　③ $20\sqrt{3}$
④ $21\sqrt{3}$　⑤ $22\sqrt{3}$

해설





$\angle AOA' = x$라하면

$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360°} = 2\pi \times 6$

$x = 120°$

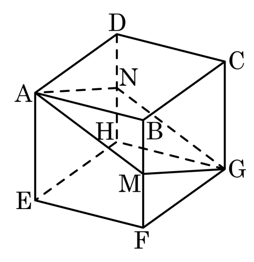
$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\overline{AH} = a$라하면

$2 : \sqrt{3} = 18 : a,\ a = 9\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 18\sqrt{3}(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $10\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{DH}}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $100\,\mathrm{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

(마름모의 넓이) = (대각선) × (대각선) × $\frac{1}{2}$

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{MN}} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

따라서 $10\sqrt{3}\times 10\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

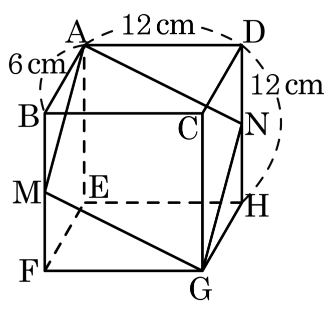
19. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2+(2k)^2+(3k)^2}=4\sqrt{14}$
$14k^2=224$, $k^2=16$
$k>0$ 이므로 $k=4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4\times(4+8+12)=96$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : 108 cm^2

해설

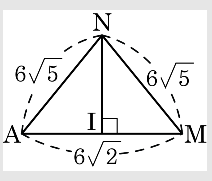
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN = 2△AMN

$\overline{AM} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(cm)$

$\overline{AN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}(cm)$

△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$

$= \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 9\sqrt{2}(cm)$

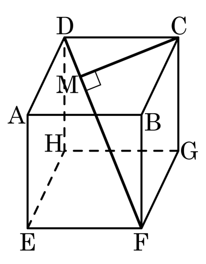
(□AMGN의 넓이) $= 2 \times$ (△AMN의 넓이)

$= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI}$

$= 6\sqrt{2} \times 9\sqrt{2}$

$= 108(cm^2)$

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{\mathrm{CM}}$ 의 길이는?



① 2　　② $\sqrt{5}$　　③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$　　⑤ $2\sqrt{2}$

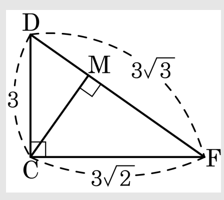
해설

$\overline{\mathrm{DF}} = 3\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{CF}} = 3\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{DC}} = 3$

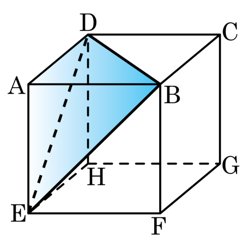
$\triangle$DCF 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다. $\overline{\mathrm{DC}} \times \overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{DF}} \times \overline{\mathrm{CM}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{CM}} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$

$\therefore \overline{\mathrm{CM}} = \sqrt{6}$



22. 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 $\mathrm{A-DEB}$ 의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48+16\sqrt{3}$

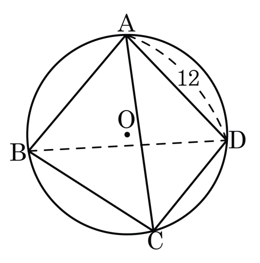
해설

$\triangle\mathrm{DEB}$ 는 한 변의 길이가 8 인 정삼각형이므로

$$(\triangle\mathrm{DEB}\text{의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2 = 16\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ (\mathrm{A-DEB}\text{의 겉넓이}) &= 3\triangle\mathrm{ABE}+16\sqrt{3} \\ &= 48+16\sqrt{3} \end{aligned}$$

23. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

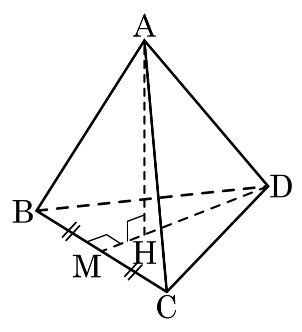
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$

따라서 $\mathrm{R} = 3\sqrt{6}$ 이다.

24. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이고 $\overline{\mathrm{AH}}$는 정사면체의 높이일 때, $\triangle\mathrm{AMH}$ 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$　② $13\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$　③ $14\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$
④ $15\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$　⑤ $16\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$

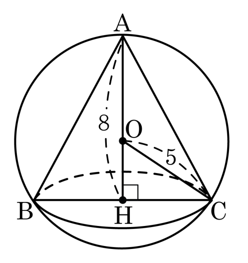
해설

$\overline{\mathrm{AH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{MH}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \dfrac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$(\therefore\ \triangle\mathrm{AMH}$의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구에 내접해 있는 원뿔의 부피를 구하면?



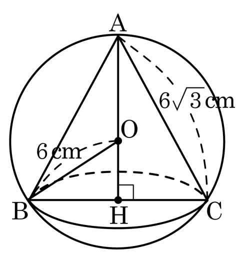
① $\frac{74}{3}\pi$　② $\frac{86}{3}\pi$　③ $\frac{92}{3}\pi$
④ $\frac{112}{3}\pi$　⑤ $\frac{128}{3}\pi$

해설

구의 반지름이 5 이므로 $\overline{OH} = 3$ 이고 $\overline{CH} = 4$ 이다.

따라서 원뿔의 부피는 $\pi \times 4^2 \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{128}{3}\pi$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?

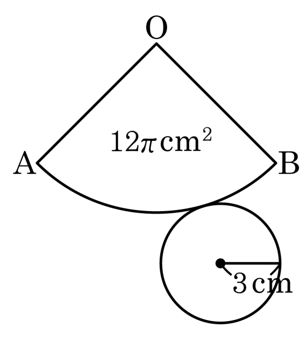


① $81\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $84\pi\,\mathrm{cm}^3$
③ $87\pi\,\mathrm{cm}^3$　④ $90\pi\,\mathrm{cm}^3$
⑤ $93\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

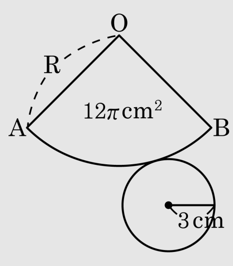
$\triangle$OBH 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 \cdots$ ㉠
$\triangle$ABH 에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{\mathrm{OH}})^2 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $6^2 - \overline{\mathrm{OH}}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6+\overline{\mathrm{OH}})^2$
$12\overline{\mathrm{OH}} = 36 \quad \therefore \overline{\mathrm{OH}} = 3\,(\mathrm{cm})$
㉠에서 $\overline{\mathrm{BH}}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$
$\therefore \ \overline{\mathrm{BH}} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6+3) = 81\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$ 이다.

27. 다음 그림은 넓이가 $12\pi \mathrm{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



① $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　② $\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$　③ $\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$
④ $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$

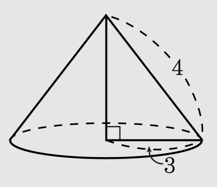
해설



밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\mathrm{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\mathrm{cm})$ 이다.

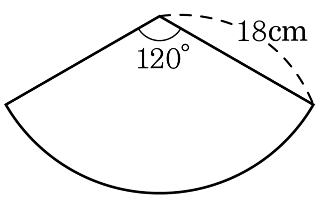
부채꼴 넓이이 $S = \frac{1}{2}\mathrm{Rl} = \frac{1}{2} \times \mathrm{R} \times 6\pi = 3\pi\mathrm{R} = 12\pi$ 이므로 $\mathrm{R} = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\mathrm{cm})$ 이다.

28. 다음 그림은 어떤 원뿔의 옆면의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : $144\sqrt{2}\pi$ cm^3

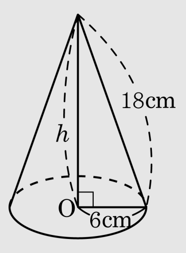
해설

부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi(\text{cm})$

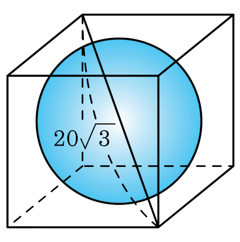
밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi$ $\therefore$ $r = 6(\text{cm})$

원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.



29. 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4000}{3}\pi$

해설

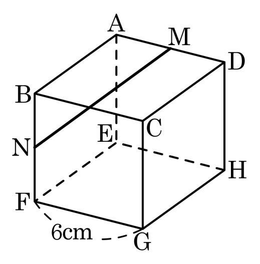
정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3} \qquad \therefore\ a = 20$

(구의 반지름의 길이) $= 10$

(구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi$

30. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

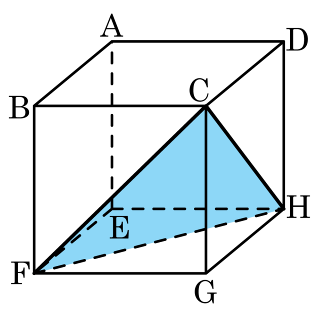
해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90°$ 인 직각삼각형

$$\overline{MN}^2 = \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2$$
$$= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2$$
$$= 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54$$

$\therefore\ \overline{MN} = 3\sqrt{6}\ (\text{cm})$

31. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 인 정육면체의 한 꼭짓점 A 에서 삼각형 CFH 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

해설

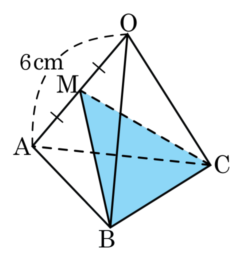
입체도형 A – CFH 는 한 모서리의 길이가 $12\sqrt{2}$ 인 정사면체이고 꼭짓점 A 에서 밑면 CFH 에 내린 수선의 발을 P 라 하면 점 P 는 △CFH 의 무게중심이다.

즉, $\overline{CP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{6}$

따라서 △ACP 에서

$\overline{AP} = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3}$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정사면체에서 $\overline{\mathrm{OA}}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle\mathrm{MBC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

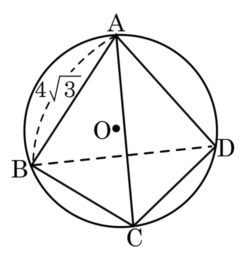
해설

$\triangle\mathrm{MBC}$ 는 $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}} = 3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 인 이등변삼각형

$(\text{높이}) = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

$$\therefore\ (\triangle\mathrm{MBC}\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$$

33. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정사면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.

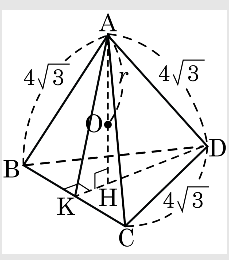


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

그림과 같이 구의 중심 O 는 점 A 에서 $\triangle$BCD 에 내린 수선 AH 위에 있다.



또, 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이므로

$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DK} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 4$

$\triangle$ADH 는 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \overline{DH}^2} \\ &= \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

정사면체가 구에 내접하려면 $\overline{OA} = \overline{OD} = r$ 이어야 한다.
그런데 $\triangle$OHD 는 직각삼각형이므로

$\overline{OH}^2 + \overline{DH}^2 = \overline{OD}^2$, $\left(\overline{AH} - r\right)^2 + \overline{DH}^2 = r^2$

$\left(4\sqrt{2} - r\right)^2 + 4^2 = r^2$,

$32 - 8\sqrt{2}r + r^2 + 16 = r^2$, $8\sqrt{2}r = 48$

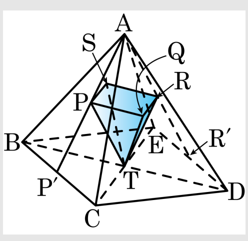
$\therefore\ r = 3\sqrt{2}$

34. 밑면이 정사각형이고 4 개의 옆면이 모두 정삼각형인 사각뿔의 부피를 V_1 이라 하고, 그 사각뿔의 각 옆면의 외심과 밑면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 사각뿔의 부피를 V_2 라 할 때, $\frac{V_1}{V_2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설



정삼각형은 무게중심, 외심이 일치한다. 주어진 입체도형의 한 모서리의 길이를 a 라 하고,

점 A 에서 두 점 P, R 을 지나면서 $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{DE}}$ 와 만나는 점을 각각 P′, R′ 이라 하자.

$\triangle\mathrm{APR} \backsim \triangle\mathrm{AP'R'}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{AP'}} = \overline{\mathrm{PR}} : \overline{\mathrm{P'R'}} = 2 : 3$

$2 : 3 = \overline{\mathrm{PR}} : a$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PR}} = \frac{2}{3}a,\ \overline{\mathrm{QS}} = \overline{\mathrm{PR}} = \frac{2}{3}a$

$\therefore\ \square\mathrm{PQRS} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}a\right)^2 = \frac{2}{9}a^2$

점 A 에서 $\overline{\mathrm{PR}}$, $\overline{\mathrm{P'R'}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, T 라 하면

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AP'}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로

$\overline{\mathrm{AT}} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

$\overline{\mathrm{TH}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{AT}} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{6}a$

따라서

$V_2 = \frac{1}{3} \times \square\mathrm{PQRS} \times \overline{\mathrm{TH}} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{9}a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{6}a = \frac{\sqrt{2}}{81}a^3$,

$V_1 = \frac{1}{3} \times \square\mathrm{ABCD} \times \overline{\mathrm{AT}} = \frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$ 이다.

따라서 $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3 \times \frac{81}{\sqrt{2}a^3} = \frac{27}{2}$ 이다.

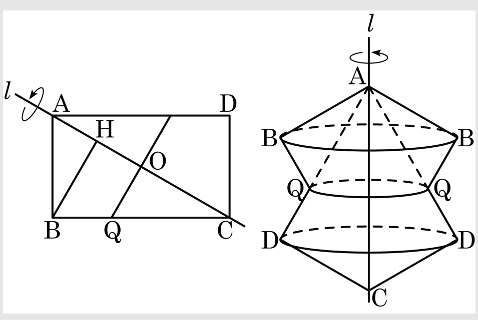
35. $\overline{AB}=5$, $\angle ACB=30^\circ$ 인 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 를 회전축으로 하여 1 회전시킨 회전체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{875}{9}\pi$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점을 O 라 하고, $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 Q 라 하면 구하는 회전체의 부피는 □ABQO 를 $\overline{AO}$ 를 축으로 하여 1 회전시킨 것의 2 배이다.



$\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+5^2}=10$

점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ADC \backsim \triangle BHA$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{HA}=\frac{5}{2}$, $\overline{BH}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

또, $\triangle ADC \backsim \triangle COQ$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{OQ}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$

$\overline{AH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_1 은

$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2\times\frac{5}{2}=\frac{125}{8}\pi$,

$\overline{CH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_2 는

$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2\times\frac{15}{2}=\frac{375}{8}\pi$,

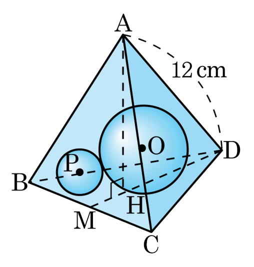
$\overline{CO}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_3 는

$\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2\times 5=\frac{125}{9}\pi$ 이다.

따라서 구하는 회전체의 부피는

$2(V_1+V_2-V_3)=\frac{875}{9}\pi$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.

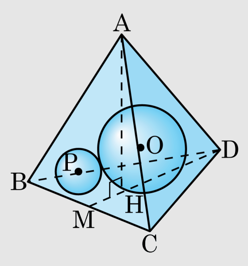


▶ 답 : ____________ cm^3

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi$ cm^3

해설

구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게 중심이므로



$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ (cm)

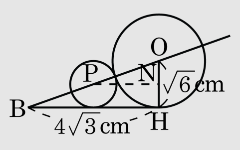
따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

(정사면체 A – BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)



$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle OPN \backsim \triangle OBH$ 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

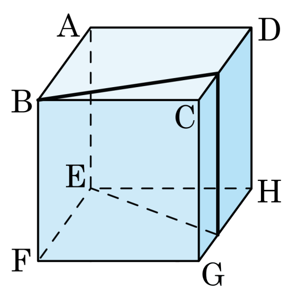
$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi$ (cm^3)

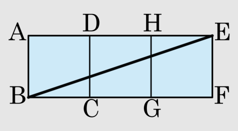
37. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 인 정육면체의 한 점 B 에서 두 모서리 CD, GH 를 거쳐 E 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

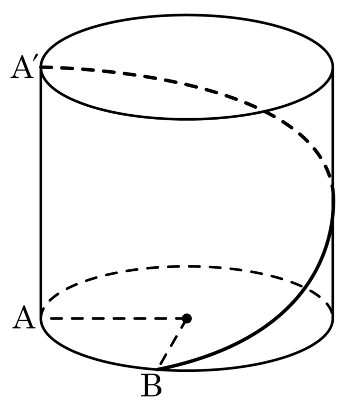
해설



$\overline{BF} = 2 + 2 + 2 = 6,\ \overline{EF} = 2$

$\therefore\ \overline{BE} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$

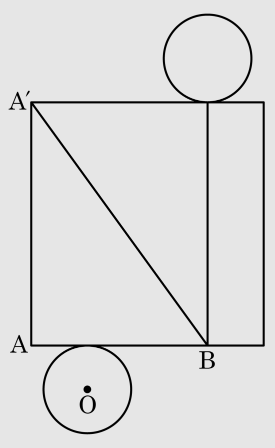
38. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 이고, 높이가 6π 인 직원기둥의 밑면의 중심을 O, 밑면 위에 있는 $\angle AOB = 60°$ 인 두 점을 A, B 라 하자. 점 B 에서 겉면을 따라 윗면의 점 A′ 까지 실을 감을 때, 필요한 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{61}\pi$

해설



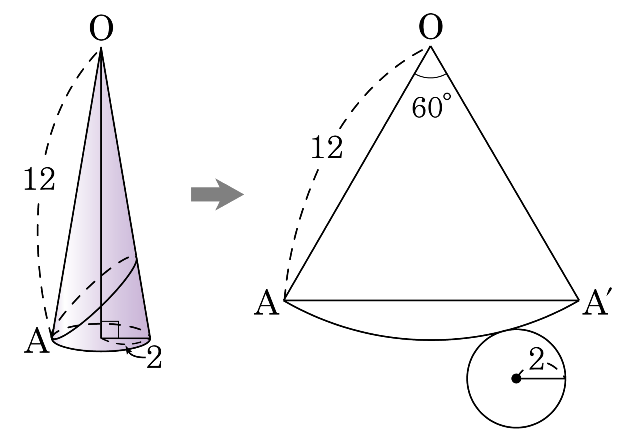
전개도를 그리면 위의 그림과 같다.

$\overline{AB} = 2\pi \times 3 \times \frac{300}{360} = 5\pi$

따라서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{A'B} = \sqrt{(5\pi)^2 + (6\pi)^2} = \sqrt{61}\pi$ 이다.

39. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{AA'}$ 의 길이를 구하면?



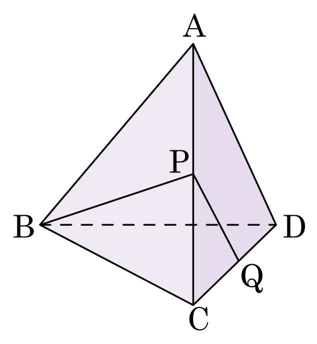
정삼각형 ABC에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 60

해설

$\overline{AO}=\overline{OA'}=12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle AOA'$ 가 $60°$ 이므로 삼각형 OAA′ 은 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AO}=\overline{OA'}=\overline{AA'}$ 이므로 $\overline{AA'}$ 의 길이는 12 이다.

40. 다음과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 겉면을 따라 점 B 에서 모서리 CD 를 2 : 1 로 내분하는 점 Q 에 이르는 최단거리를 구하여라.

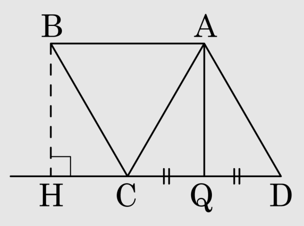


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{19}$

해설

전개도를 그리고 $\triangle BCQ$ 의 점 B 에서 $\overline{CQ}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면,



점 Q 는 모서리 CD 를 2 : 1 로 내분하는 점이므로 $\overline{CQ} = 4$, $\overline{BH} = 3\sqrt{3}$

따라서 $\triangle BHQ$ 에서

$\overline{BQ} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 7^2} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$ 이다.