

1. 어떤 정육면체의 대각선의 길이가 9cm 일 때, 이 정육면체의 겉넓이를 구하여라.

① $81\sqrt{3}\text{cm}^2$

② $486\sqrt{3}\text{cm}^2$

③ $162\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ 486cm^2

⑤ 162cm^2

해설

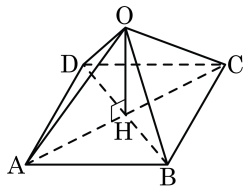
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 9$ 이므로 한 모서리의 길이가 $3\sqrt{3}\text{cm}$ 이다.

정육면체의 겉넓이는 $6a^2$ 이므로

$$6 \times (3\sqrt{3})^2 = 162(\text{cm}^2)$$

2. 다음 그림과 같은 정사각뿔에서 $\overline{OH} = \sqrt{29}$,
 $\overline{OA} = 8\sqrt{2}$ 일 때, 밑넓이는 ?



① $3\sqrt{22}$

② $3\sqrt{11}$

③ 99

④ 121

⑤ 198

해설

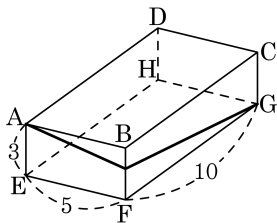
직각삼각형 OAH 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (\sqrt{29})^2} = 3\sqrt{11}$$

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \text{ 에서 } \overline{AC} = 6\sqrt{11} \text{ 이고 } \overline{AC} = \overline{BD} \text{ 이므로}$$

$$\text{밑넓이는 } \frac{1}{2} \times 6\sqrt{11} \times 6\sqrt{11} = 198$$

3. 다음 직육면체에서 꼭짓점 A에서 모서리 BF를 거쳐 점 G에 이르는 최단거리를 구하면?



① $\sqrt{243}$

② $3\sqrt{26}$

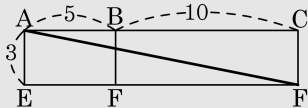
③ $2\sqrt{89}$

④ $2\sqrt{41}$

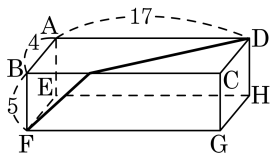
⑤ $5\sqrt{10}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AG} &= \sqrt{3^2 + (5 + 10)^2} = \\ \sqrt{9 + 225} &= \sqrt{234} = 3\sqrt{26}\end{aligned}$$



4. 다음 직육면체의 꼭짓점 D 에서 모서리 $\overline{BC}$ 를 거쳐 점 F 에 이르는 최단거리를 구하여라.



① $\sqrt{130}$ cm

② $\sqrt{370}$ cm

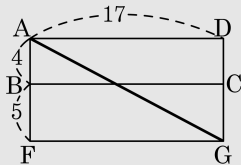
③ $37\sqrt{10}$ cm

④ $\frac{37\sqrt{10}}{2}$ cm

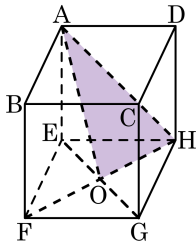
⑤ $130\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{FD} = \sqrt{17^2 + (4 + 5)^2} = \sqrt{370}(\text{cm})$$



5. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle AOH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $16\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OH} = 4\sqrt{2}, \overline{AH} = 8\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\overline{AO} &= \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = \sqrt{32 + 64} \\ &= \sqrt{96} = 4\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2$$

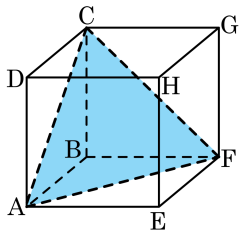
즉,

$(8\sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{6})^2$ 이므로 $\triangle AOH$ 는 직각삼각형이다.

$$(\triangle AOH \text{ 의 넓이}) = 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = 16\sqrt{3}$$

6. 다음 그림과 같은 정육면체의 대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$ 일 때, 색칠한 삼각형의 넓이는?

- ① $28\sqrt{3}$ ② $29\sqrt{3}$ ③ $30\sqrt{3}$
 ④ $31\sqrt{3}$ ⑤ $32\sqrt{3}$



해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a = 8\sqrt{3} \therefore a = 8$

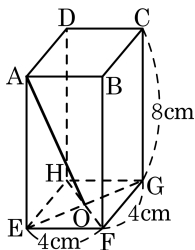
정육면체의 한 모서리의 길이가 8 이므로

$$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 8\sqrt{2}$$

$\triangle AFC$ 는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ 인 정삼각형이므로 넓이는

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3}$$

7. 세 모서리의 길이가 4cm, 4cm, 8cm 인 직육면체에서 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{2}$

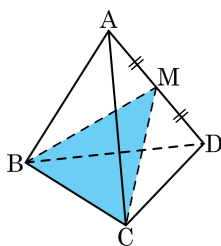
해설

$$\overline{AE} = 8, \overline{EG} = \sqrt{16 + 16} = 4\sqrt{2},$$

$$\overline{EO} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \overline{AO} = \sqrt{64 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{64 + 8} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

8. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm인 정사면체에서 $\overline{AD}$ 의 중점을 M이라 할 때, $\triangle BCM$ 의 넓이는?



- ① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $7\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $8\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ④ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 은 정삼각형의 높이이므로

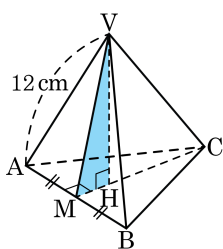
$$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$\overline{BC}$ 의 중점을 P라 하면,

$$\overline{MP} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle BCM = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 $V-ABC$ 의 꼭짓점 V 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H , $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle VMH$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $12\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

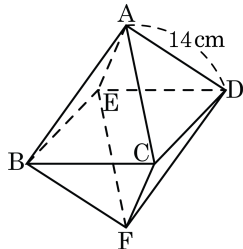
$$\overline{VH} \text{ 는 정사면체 높이 } h = \frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MC} \text{ 는 정삼각형의 높이 } h = \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} \text{ 는 } \overline{MC} \text{ 의 } \frac{1}{3} \text{ 이므로 } 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

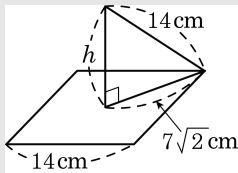
$$\therefore \triangle VMH = \frac{1}{2} \times \overline{MH} \times \overline{VH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림은 한 변의 길이가 14 cm 인 정삼각형을 붙여 만든 정팔면체이다. 부피를 구하면?



- ① $\frac{2740\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
 ② $\frac{2741\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
 ③ $\frac{2743\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
 ④ $\frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$
 ⑤ $\frac{2746\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

해설

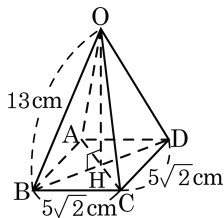


높이를 h , 부피를 V 라 하면

$$h = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$V = 14 \times 14 \times 7\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2744\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$$

11. 밑면의 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$, 옆면의 모서리의 길이가 13 인 정사각뿔 O-ABCD 에서 $\triangle OBH$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

$$\overline{BD} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2} = 10$$

$$\overline{BH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 5$$

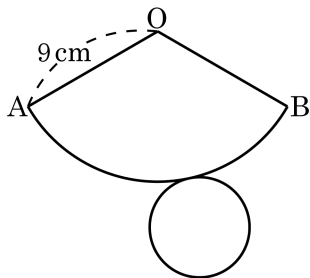
$\triangle OBH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12$$

$\triangle OBH$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OH} + \overline{BH} + \overline{OB} = 12 + 5 + 13 = 30 \text{ 이다.}$$

12. 다음 그림에서 호 AB의 길이는 $6\pi\text{cm}$, $\overline{OA} = 9\text{cm}$ 이다. 이 전개도로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?

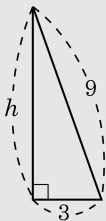


- ① $10\sqrt{2}\text{cm}$ ② $8\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $5\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같다.

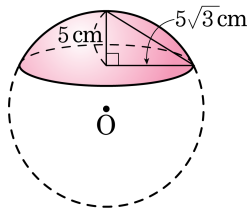
$2\pi r = 6\pi$ 이므로 밑면의 반지름은 3cm 이다.



위의 그림에서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 구를 중심 O에서 평면으로 잘라 단면이 생겼을 때 구의 반지름은?

- ① 8 cm ② 9 cm ③ 10 cm
④ 11 cm ⑤ 12 cm

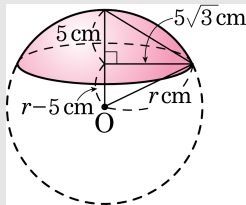


해설

$$\begin{aligned} 5\sqrt{3} &= \sqrt{r^2 - (r-5)^2} \\ &= \sqrt{r^2 - (r^2 - 10r + 25)} \\ &= \sqrt{10r - 25} = \sqrt{75} \end{aligned}$$

이므로 $10r - 25 = 75$

$\therefore r = 10(\text{cm})$



14. 원기둥에서 그림과 같은 경로를 따라 점 P에서 점 Q에 이르는 최단 거리를 구하면?

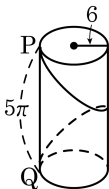
① 13π

② 15π

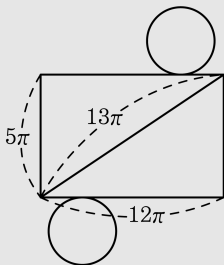
③ 61π

④ 125π

⑤ $\sqrt{150}\pi$



해설



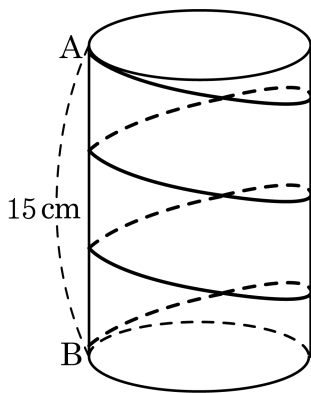
원기둥의 전개도를 그리면 다음과 같다.

따라서, 최단 거리는 직사각형 (옆면)의 대각선의 길이와 같다.

직사각형의 가로 길이는 밑면 (원)의 둘레의 길이이므로 $2\pi \times 6 = 12\pi$ 이다.

따라서, 최단 거리는 $\sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 높이가 15cm 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 세 번 감았더니 실의 길이가 30cm 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



① $\frac{5\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

② $\frac{10\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

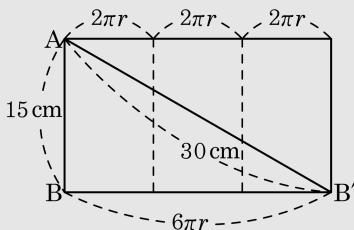
③ $\frac{5\sqrt{3}}{2\pi}$ cm

④ $\frac{20\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

⑤ $\frac{25\sqrt{3}}{6\pi}$ cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면



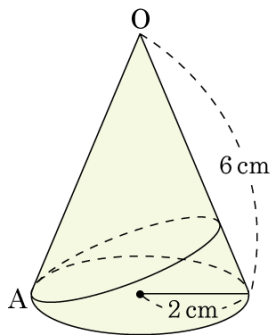
최단거리는 $\overline{AB'}$ 의 길이와 같다.

$$\overline{AB'}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BB'}^2, \overline{BB'} = 15\sqrt{3}$$

$$3 \times 2\pi r = 15\sqrt{3}$$

$$\therefore r = \frac{5\sqrt{3}}{2\pi} (\text{cm})$$

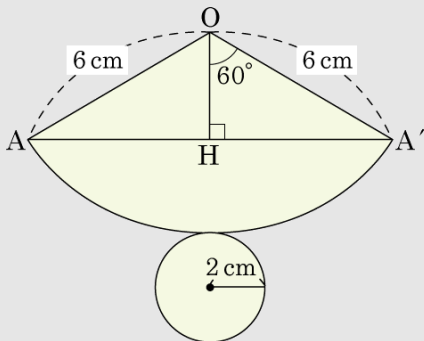
16. 다음 그림과 같은 원뿔에서 점 A를 출발하여 겉면을 따라 다시 점 A로 돌아오는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : cm

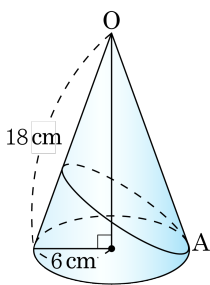
▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



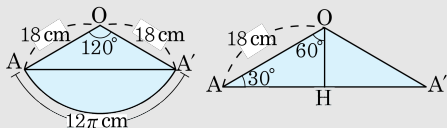
$$\overline{AH} = 3\sqrt{3} \text{ cm}, \overline{AA'} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

17. 다음은 모선의 길이가 18 cm 이고, 밑변의 반지름의 길이가 6 cm 인 원뿔을 그린 것이다. 점 A 를 출발하여 원뿔의 옆면을 지나 다시 점 A 로 돌아오는 최단 거리는 몇 cm 인가?



- ① $18\sqrt{3}$ ② $19\sqrt{3}$ ③ $20\sqrt{3}$
 ④ $21\sqrt{3}$ ⑤ $22\sqrt{3}$

해설



$\angle AOA' = x$ 라하면

$$2\pi \times 18 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 6$$

$$x = 120^\circ$$

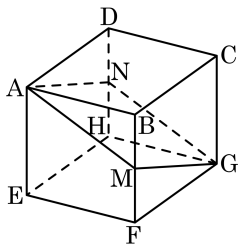
$$\overline{OA} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$$

$\overline{AH} = a$ 라하면

$$2 : \sqrt{3} = 18 : a, a = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AA'} = 2\overline{AH} = 18\sqrt{3}(\text{cm})$$

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



- ① $50\sqrt{2}\text{ cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ 100 cm^2 ④ $50\sqrt{5}\text{ cm}^2$
 ⑤ $50\sqrt{6}\text{ cm}^2$

해설

$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6} \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$$

19. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12

② 24

③ 36

④ 72

⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 $k, 2k, 3k$ (k 는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.

대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로

$$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$$

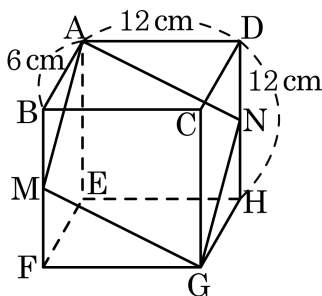
$$14k^2 = 224, k^2 = 16$$

$$k > 0 \text{ 이므로 } k = 4$$

따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.

따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M, $\overline{DH}$ 의 중점을 N이라 할 때, $\square AMGN$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 108 cm²

해설

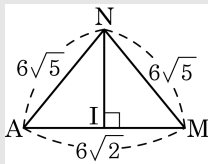
$\square AMGN$ 은 평행사변형이므로

$$\square AMGN = 2\triangle AMN$$

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AN} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$$

$\triangle AMN$ 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\begin{aligned}\overline{NI} &= \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2} \\ &= \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 9\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\square AMGN \text{의 넓이}) &= 2 \times (\triangle AMN \text{의 넓이}) \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI} \\ &= 6\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} \\ &= 108(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 3 인 정육면체의 꼭짓점 C 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발을 M 이라 할 때, $\overline{CM}$ 의 길이는?

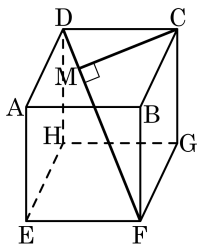
① 2

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{6}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{2}$



해설

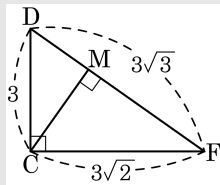
$$\overline{DF} = 3\sqrt{3}, \overline{CF} = 3\sqrt{2}, \overline{DC} = 3$$

$\triangle DCF$ 를 평면에 나타내 보면 다음과 같다.

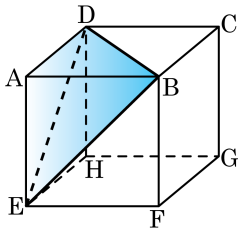
$$\overline{DC} \times \overline{CF} = \overline{DF} \times \overline{CM} \text{ 이므로}$$

$$\overline{CM} \times 3\sqrt{3} = 3\sqrt{2} \times 3$$

$$\therefore \overline{CM} = \sqrt{6}$$



22. 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 정육면체를 다음 그림과 같이 잘랐을 때, 사면체 A-DEB의 겹넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $48 + 16\sqrt{3}$

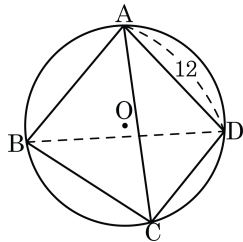
해설

$\triangle DEB$ 는 한 변의 길이가 8 인 정삼각형이므로

$$(\triangle DEB \text{의 넓이}) = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \therefore (A-DEB \text{의 겹넓이}) &= 3\triangle ABE + 16\sqrt{3} \\ &= 48 + 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

23. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$

② $3\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{6}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R 이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

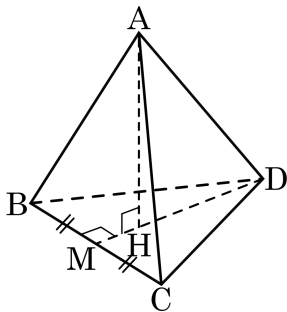
$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times \sqrt{R^2 - 48} \times \frac{1}{3} \times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $R = 3\sqrt{6}$ 이다.

24. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm인 정사면체이다. 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, $\triangle AMH$ 의 넓이를 구하여라.



- ① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{MH} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$(\therefore \triangle AMH \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구에
내접해 있는 원뿔의 부피를 구하면?

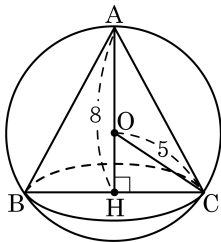
① $\frac{74}{3}\pi$

② $\frac{86}{3}\pi$

③ $\frac{92}{3}\pi$

④ $\frac{112}{3}\pi$

⑤ $\frac{128}{3}\pi$

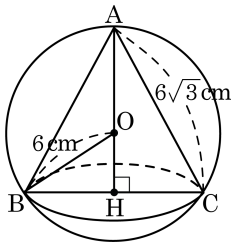


해설

구의 반지름이 5 이므로 $\overline{OH} = 3$ 이고 $\overline{CH} = 4$ 이다.

따라서 원뿔의 부피는 $\pi \times 4^2 \times 8 \times \frac{1}{3} = \frac{128}{3}\pi$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 구에 모선의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm 인 원뿔이 내접할 때, 이 원뿔의 부피는?



- ① $81\pi \text{ cm}^3$ ② $84\pi \text{ cm}^3$
 ③ $87\pi \text{ cm}^3$ ④ $90\pi \text{ cm}^3$
 ⑤ $93\pi \text{ cm}^3$

해설

$$\triangle OBH \text{ 에서 } \overline{BH}^2 = 6^2 - \overline{OH}^2 \dots \text{㉠}$$

$$\triangle ABH \text{ 에서 } \overline{BH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{OH})^2 \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } 6^2 - \overline{OH}^2 = (6\sqrt{3})^2 - (6 + \overline{OH})^2$$

$$12\overline{OH} = 36 \therefore \overline{OH} = 3 \text{ (cm)}$$

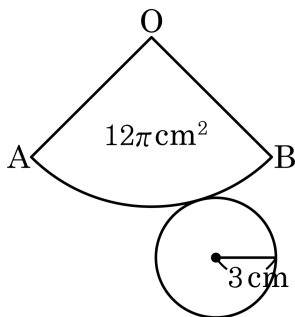
$$\text{㉠에서 } \overline{BH}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

$$\therefore \overline{BH} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원뿔의 부피는

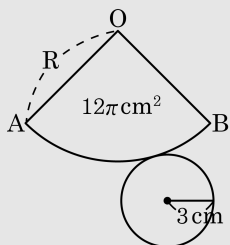
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times (6 + 3) = 81\pi \text{ (cm}^3\text{)} \text{ 이다.}$$

27. 다음 그림은 넓이가 $12\pi\text{cm}^2$ 인 부채꼴과 반지름이 3cm 인 원으로 만들어지는 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 높이는?



- ① $\sqrt{3}\text{cm}$ ② $\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $\sqrt{7}\text{cm}$
 ④ $2\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{13}\text{cm}$

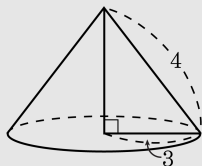
해설



밑면의 반지름의 길이 $r = 3(\text{cm})$ 이므로 부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi r = 6\pi(\text{cm})$ 이다.

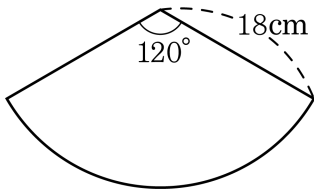
부채꼴 넓이가 $S = \frac{1}{2}Rl = \frac{1}{2} \times R \times 6\pi = 3\pi R = 12\pi$ 이므로 $R = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



원뿔의 높이 $h = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

28. 다음 그림은 어떤 원뿔의 옆면의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

cm³

▷ 정답 : $144\sqrt{2}\pi$ cm³

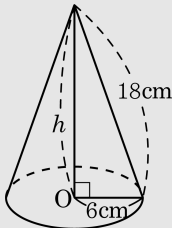
해설

부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi$ (cm)

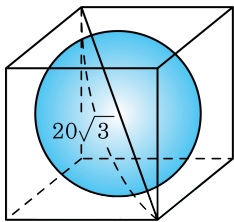
밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi \therefore r = 6$ (cm)

원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$ (cm)

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi$ (cm³) 이다.



29. 대각선 길이가 $20\sqrt{3}$ 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{4000}{3}\pi$

해설

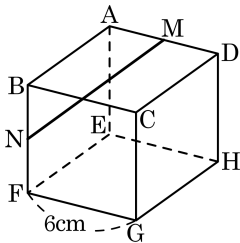
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라고 하면

$$\sqrt{3}a = 20\sqrt{3} \quad \therefore a = 20$$

(구의 반지름의 길이) = 10

$$(\text{구의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times 10^3 = \frac{4000}{3}\pi$$

30. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

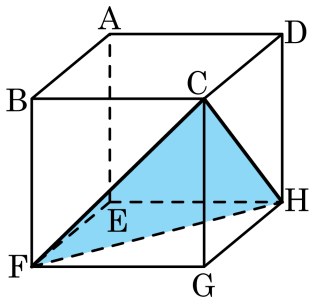
해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90^\circ$ 인 직각삼각형

$$\begin{aligned}\overline{MN}^2 &= \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2 \\ &= 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{MN} = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

31. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 인 정육면체의 한 꼭짓점 A에서 삼각형 CFH 에 내린 수선의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$

해설

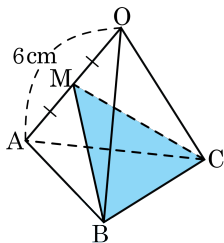
입체도형 A - CFH 는 한 모서리의 길이가 $12\sqrt{2}$ 인 정사면체이고 꼭짓점 A 에서 밑면 CFH 에 내린 수선의 발을 P 라 하면 점 P 는 $\triangle CFH$ 의 무게중심이다.

$$\text{즉, } \overline{CP} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12\sqrt{2} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{6}$$

따라서 $\triangle ACP$ 에서

$$\overline{AP} = \sqrt{(12\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \text{ 이다.}$$

32. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정사면체에서 $\overline{OA}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle MBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

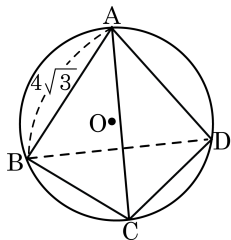
해설

$\triangle MBC$ 는 $\overline{BM} = \overline{CM} = 3\sqrt{3}$ (cm) 인 이등변삼각형

(높이) = $\sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$ (cm)

$$\begin{aligned}\therefore (\triangle MBC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} \\ &= 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

33. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정사면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.

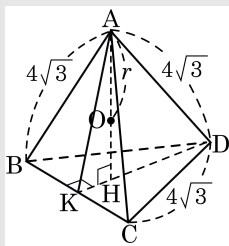


▶ 답:

▶ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

그림과 같이 구의 중심 O 는 점 A 에서 $\triangle BCD$ 에 내린 수선 AH 위에 있다.



또, 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{\text{DH}} = \frac{2}{3}\overline{\text{DK}} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 4$$

$\triangle ADH$ 는 직각삼각형이므로

$$\begin{aligned}\overline{\text{AH}} &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - \overline{\text{DH}}^2} \\ &= \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}\end{aligned}$$

정사면체가 구에 내접하려면 $\overline{OA} = \overline{OD} = r$ 이어야 한다.

그런데 $\triangle OHD$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{OH}^2 + \overline{DH}^2 = \overline{OD}^2, (\overline{AH} - r)^2 + \overline{DH}^2 = r^2$$

$$(4\sqrt{2} - r)^2 + 4^2 = r^2,$$

$$32 - 8\sqrt{2}r + r^2 + 16 = r^2, \quad 8\sqrt{2}r = 48$$

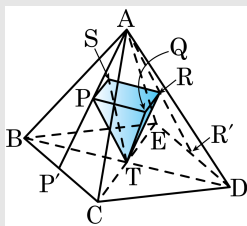
$$\therefore r = 3\sqrt{2}$$

34. 밑면이 정사각형이고 4 개의 옆면이 모두 정삼각형인 사각뿔의 부피를 V_1 이라 하고, 그 사각뿔의 각 옆면의 외심과 밑면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 사각뿔의 부피를 V_2 라 할 때, $\frac{V_1}{V_2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설



정삼각형은 무게중심, 외심이 일치한다. 주어진 입체도형의 한 모서리의 길이를 a 라 하고,

점 A 에서 두 점 P, R 을 지나면서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 각각 P' , R' 이라 하자.

$\triangle APR \sim \triangle AP'R'$ 이므로

$$\overline{AP} : \overline{AP'} = \overline{PR} : \overline{P'R'} = 2 : 3$$

$$2 : 3 = \overline{PR} : a$$

$$\therefore \overline{PR} = \frac{2}{3}a, \overline{QS} = \overline{PR} = \frac{2}{3}a$$

$$\therefore \square PQRS = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}a\right)^2 = \frac{2}{9}a^2$$

점 A 에서 $\overline{PR}$, $\overline{P'R'}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, T 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AP'} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로

$$\overline{AT} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\overline{TH} = \frac{1}{3}\overline{AT} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{6}a$$

따라서

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \square PQRS \times \overline{TH} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{9}a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{6}a = \frac{\sqrt{2}}{81}a^3,$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \square ABCD \times \overline{AT} = \frac{1}{3} \times a^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3 \times \frac{81}{\sqrt{2}a^3} = \frac{27}{2} \text{ 이다.}$$

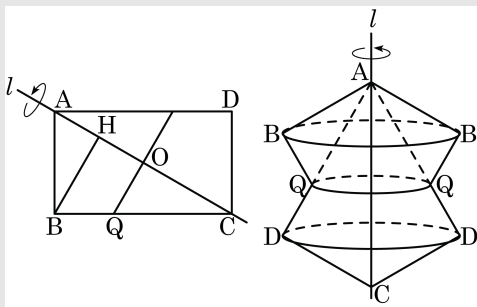
35. $\overline{AB} = 5$, $\angle ACB = 30^\circ$ 인 직사각형 ABCD 의 대각선 AC 를 회전축으로 하여 1 회전시킨 회전체의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{875}{9}\pi$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점을 O 라 하고, $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 Q 라 하면 구하는 회전체의 부피는 $\square ABQO$ 를 $\overline{AO}$ 를 축으로 하여 1 회전시킨 것의 2 배이다.



$$\overline{AC} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$$

점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\triangle ADC \sim \triangle BHA$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{HA} = \frac{5}{2}, \overline{BH} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

또, $\triangle ADC \sim \triangle COQ$ (AA 닮음)이므로

$$\overline{OQ} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$\overline{AH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_1 은

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{5}{2} = \frac{125}{8}\pi,$$

$\overline{CH}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_2 는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \frac{15}{2} = \frac{375}{8}\pi,$$

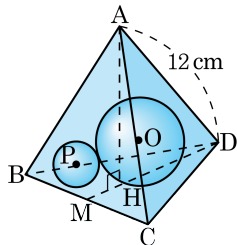
$\overline{CO}$ 를 높이로 하는 원뿔의 부피 V_3 는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times 5 = \frac{125}{9}\pi \text{ 이다.}$$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$$2(V_1 + V_2 - V_3) = \frac{875}{9}\pi \text{ 이다.}$$

36. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.



▶ 답 : cm³

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi\text{cm}^3$

해설

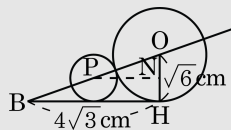
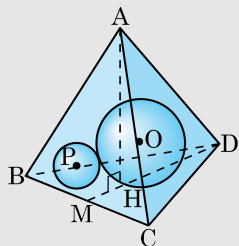
구 O 의 반지름을 r , 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게 중심이므로

$$\begin{aligned}\overline{DH} &= \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

$$\text{따라서, } \overline{AH} = \sqrt{12^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

(정사면체 A - BCD 의 부피)

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6} \\ &= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r \\ \therefore r &= \sqrt{6} \text{ (cm)}\end{aligned}$$



$$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$\triangle OPN \sim \triangle OBH$ 이므로

$$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$$

$$(r' + \sqrt{6}) : 3\sqrt{6} = (\sqrt{6} - r') : \sqrt{6}$$

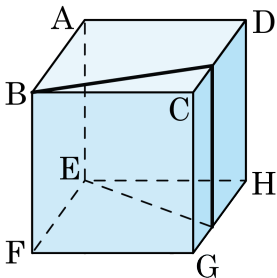
$$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$$

$$4\sqrt{6}r' = 12$$

$$\therefore r' = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore (\text{구 P의 부피}) = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

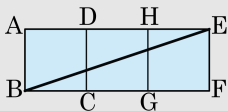
37. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 인 정육면체의 한 점 B 에서 두 모서리 CD, GH 를 거쳐 E 에 이르는 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $2\sqrt{10}$

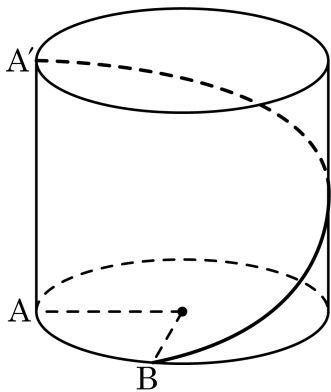
해설



$$\overline{BF} = 2 + 2 + 2 = 6, \quad \overline{EF} = 2$$

$$\therefore \overline{BE} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$$

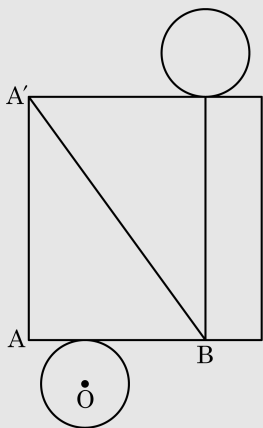
38. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 이고, 높이가 6π 인 직 원기둥의 밑면의 중심을 O, 밑면 위에 있는 $\angle AOB = 60^\circ$ 인 두 점을 A, B 라 하자. 점 B 에서 겹면을 따라 윗면의 점 A' 까지 실을 감을 때, 필요한 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{61}\pi$

해설



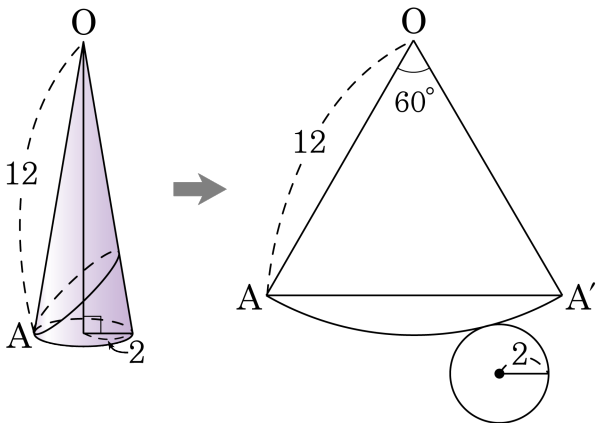
전개도를 그리면 위의 그림과 같다.

$$\overline{AB} = 2\pi \times 3 \times \frac{300}{360} = 5\pi$$

따라서 피타고라스 정리에 의해

$$\overline{A'B} = \sqrt{(5\pi)^2 + (6\pi)^2} = \sqrt{61}\pi \text{ 이다.}$$

39. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{AA'}$ 의 길이를 구하면?



정삼각형 ABC에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2

② 10

③ 12

④ 14

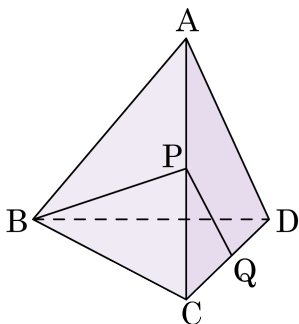
⑤ 60

해설

$\overline{AO} = \overline{OA'} = 12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle AOA'$ 가 60° 이므로 삼각형 OAA' 은 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AO} = \overline{OA'} = \overline{AA'}$ 이므로 $\overline{AA'}$ 의 길이는 12 이다.

40. 다음과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 겉면을 따라 점 B 에서 모서리 CD 를 2 : 1 로 내분하는 점 Q 에 이르는 최단거리를 구하여라.

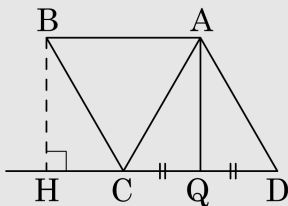


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{19}$

해설

전개도를 그리고 $\triangle BCQ$ 의 점 B 에서 $\overline{CQ}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면,



점 Q 는 모서리 CD 를 2 : 1 로 내분하는 점이므로 $\overline{CQ} = 4$, $\overline{BH} = 3\sqrt{3}$

따라서 $\triangle BHQ$ 에서

$$\overline{BQ} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 7^2} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19} \text{ 이다.}$$