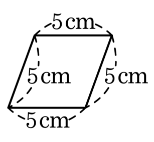
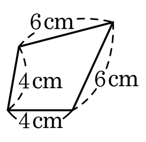
1. 다음 사각형 중에서 평행사변형을 모두 고르면?

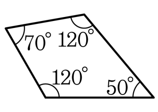
①



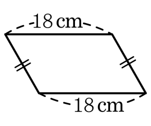
②



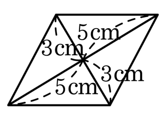
③



④



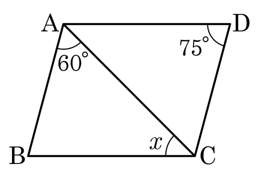
⑤



해설

①, ④두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?

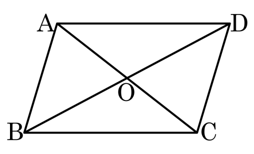


① $30\,°$　② $35\,°$　③ $40\,°$　④ $45\,°$　⑤ $50\,°$

해설

$\angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{CAD}$ 이고,
$\angle \mathrm{BAD} + \angle \mathrm{ADC} = 180\,°$,
$60\,° + \angle \mathrm{ACB} + 75\,° = 180\,°$,
$\angle \mathrm{ACB} = 180\,° - 60\,° - 75\,° = 45\,°$
$\therefore\ \angle x = 45\,°$

3. 다음 그림의 □ABCD가 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle A = 130°$, $\angle B = 50°$, $\angle C = 130°$

㉡ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

㉢ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = 7\,\text{cm}$

㉣ $\angle A = 70°$, $\angle B = 110°$, $\angle D = 70°$

㉤ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
(단, O는 두 대각선의 교점이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

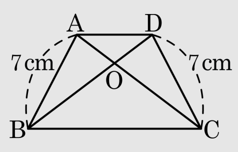
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

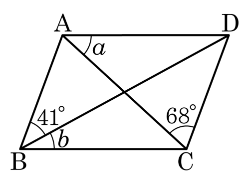
해설

㉠ 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle D = 50°$
따라서 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
㉡ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
㉢ (반례) 등변사다리꼴



㉣ 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C = 110°$이다.
두 쌍의 대각의 크기가 같지 않으므로 평행사변형이 되지 않는다.
㉤ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

4. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle \mathrm{ABD} = 41°$, $\angle \mathrm{ACD} = 68°$ 일 때, $\angle a + \angle b$ 의 값은? (단, $\angle \mathrm{DAC} = \angle a$, $\angle \mathrm{DBC} = \angle b$)



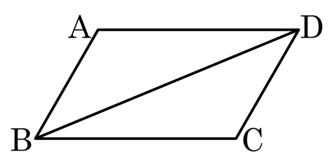
① 60° ② 71° ③ 80°

④ 109° ⑤ 100°

해설

$\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ACD} = 68°$ (엇각)
$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{DAC} = \angle a$(엇각)
$\angle \mathrm{ADB} = \angle \mathrm{DBC} = \angle b$(엇각)
따라서 $\triangle \mathrm{ABD}$ 의 세 내각의 합은 180° 이므로 $\angle a + 68° + 41° + \angle b = 180°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 180° - 109° = 71°$

5. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



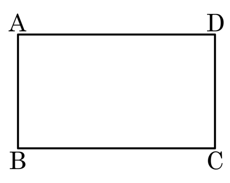
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠,
$\overline{AD} = \boxed{\quad} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① $\overline{CB}$ ② $\overline{AB}$ ③ $\overline{CD}$ ④ $\overline{AD}$ ⑤ $\overline{BD}$

해설

$\triangle ABD$ $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{CB}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동) 이다.

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질인 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

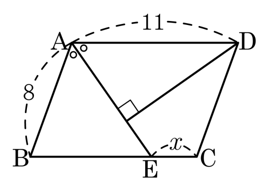
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다.
마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 쌍의 대변이 각각 평행하며, 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 x 의 값을 구하여라.



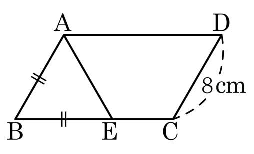
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 11$
$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{AEB}$ (엇각)
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}} = 8$
$\therefore\ x = 11 - 8 = 3$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이다. $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

$\angle A = 180° \times \frac{2}{3} = 120°$

$\angle B = 180° \times \frac{1}{3} = 60°$

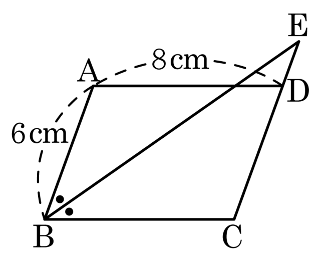
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로

$\angle BAE = \angle BEA = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

$\therefore$ $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$\therefore$ $\overline{AE} = \overline{AB} = 8$ (cm)

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 6cm$, $\overline{AD} = 8cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의길이는?



▶ 답： ______ cm

▷ 정답： 2 cm

해설

$\angle ABE = \angle EBC = \angle BEC$ 이므로$\overline{BC} = \overline{CD} + \overline{DE}$ 이다.
$8 = 6 + \overline{DE}$
$\therefore \overline{DE} = 2(cm)$

10. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO}=\overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

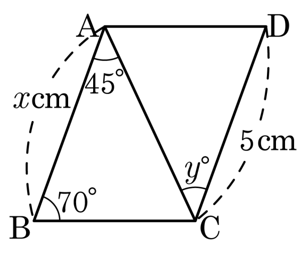
> [가정] $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
> [결론] $\overline{PO}=\overline{QO}$
> [증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
> $\angle POA = \angle QOC$, $\overline{AO} = \boxed{}$,
> $\angle PAO = \angle QOC$
> $\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
> $\therefore$ $\overline{PO}=\overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{OC}$이다.

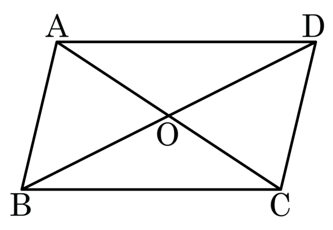
11. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=40$
② $x=4,\ y=45$
③ $x=5,\ y=40$
④ $x=5,\ y=45$
⑤ $x=10,\ y=45$

해설
$x=\overline{\mathrm{CD}}=5(\mathrm{cm})$이므로 $x=5$
$\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$이므로 $\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{DCA}$
$\therefore y=45$

12. 다음 중 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형이 될 수 없는 것은?



① $\angle A = \angle C$ $\angle B = \angle D$

② $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

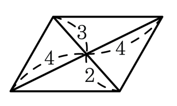
⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\triangle AOD \equiv \triangle COB$

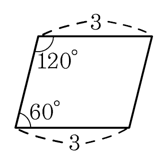
해설

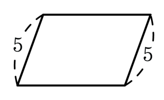
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

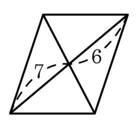
⑤ $\triangle AOD \equiv \triangle COB$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CB}$

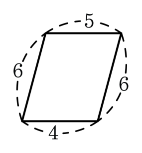
13. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

① 

② 

③ 

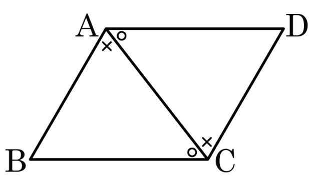
④ 

⑤ 

해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

14. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



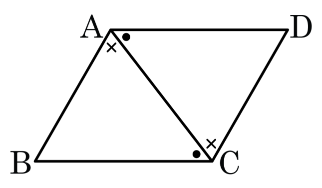
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} \,/\!/\, \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$　② ㄴ : $\overline{AC}$　③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$　⑤ ㅁ : SAS

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

15. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$ ㉠
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$ ㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

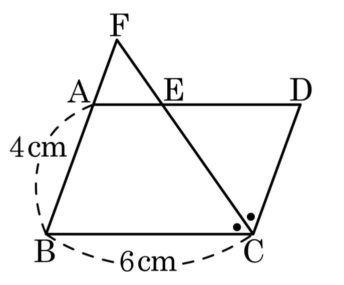
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

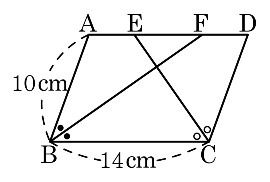
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$

$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$

$\therefore\ \overline{AF} = 2(\text{cm})$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



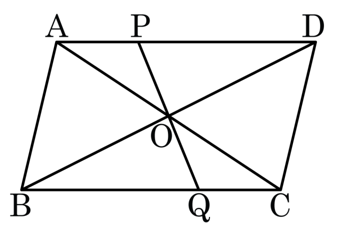
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AB} = 10\ (\text{cm})$
$\overline{CD} = \overline{DE} = 10\ (\text{cm})$
$\overline{AF} + \overline{ED} - \overline{EF} = 14\ (\text{cm})$ 이므로
$\overline{EF} = 10 + 10 - 14 = 6\ (\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{OA}=\overline{OC}$　　② $\overline{OB}=\overline{OC}$

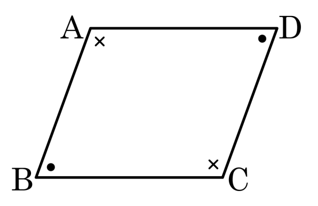
③ $\overline{OP}=\overline{OQ}$　　④ $\overline{OD}=\overline{OB}$

⑤ $\triangle AOP\equiv\triangle COQ$

해설

$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\angle AOP=\angle COQ$, $\angle OAP=\angle OCQ$이므로 $\triangle AOP\equiv\triangle COQ$이다.
또한, 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OB}\neq\overline{OC}$이다.

19. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



□ABCD에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{㉠}$

$\angle A = \angle C = a$

$\boxed{㉠} = b$라 하면

$2a + 2b = \boxed{㉡}$

$\therefore a + b = \boxed{㉢}$

$\boxed{㉣}$의 합이 $180°$이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\boxed{㉤}$

① ㉠ : $\angle B = \angle D$ ② ㉡ : $360°$ ③ ㉢ : $180°$

④ ㉣ : 엇각 ⑤ ㉤ : $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

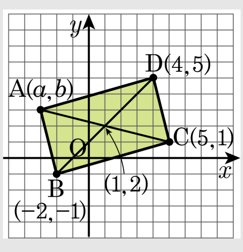
동측내각의 합이 $180°$이다.

20. 좌표평면 위의 점 A, B$(-2,\ -1)$, C$(5,\ 1)$, D$(4,\ 5)$ 로 이루어지는 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 점 A 의 좌표는? (단, 점 A 는 제 2 사분면 위에 있다.)

① $(-1,\ 3)$ ② $(-1,\ 2)$ ③ $(-3,\ 3)$
④ $(-3,\ 2)$ ⑤ $(-3,\ 4)$

해설

점 A$(a,\ b)$ 라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점과 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 중점의 좌표가 같아야 한다.



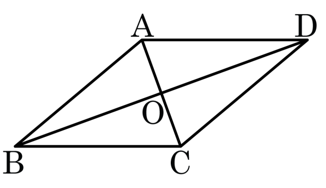
$$\left(\frac{a+5}{2},\ \frac{b+1}{2}\right) = \left(\frac{-2+4}{2},\ \frac{-1+5}{2}\right),$$

$$\left(\frac{a+5}{2},\ \frac{b+1}{2}\right) = (1,\ 2)$$

$\therefore\ a=-3,\ b=3$

$\therefore\ A(-3,3)$

21. 다음 중 □ABCD가 항상 평행사변형이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?



① $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,\text{cm}$

② $\angle A=110°$, $\angle B=70°$, $\angle D=70°$

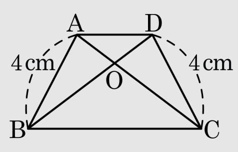
③ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

④ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$

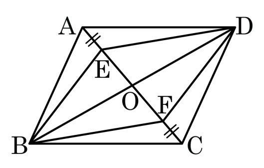
해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C=110°$이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 일 때, □EBFD 가 평행사변형이 될 조건으로 적당한 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle EBF = \angle FDE$	㉡ $\overline{EB} \,//\, \overline{DF}$
㉢ $\overline{OE} = \overline{OF}$	㉣ $\angle BED = \angle BFD$
㉤ $\overline{ED} \,//\, \overline{BF}$	㉥ $\overline{OB} = \overline{OD}$

▶ 답 :

▶ 답 :

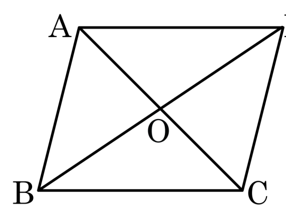
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉥

해설

$\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 가 된다. ($\because$ □ABCD 는 평행사변형이다.)
평행사변형이 되려면 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분해야 하므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이다.

23. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\triangle AOD \equiv \triangle COB$

② $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\mathrm{cm}$

④ $\angle A = 130°, \angle B = 50°, \angle C = 130°$

⑤ $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$

해설

⑤ $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 일 때, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이다.

24. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 두 대각선의 길이가 같다.

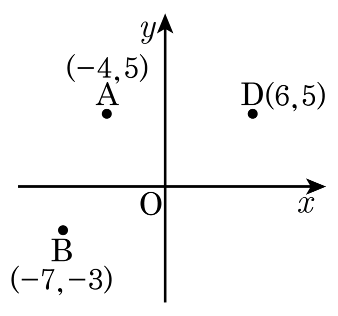
④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

25. 다음 그림과 같은 좌표평면 위의 세 점 $A(-4, 5), B(-7, -3), D(6, 5)$ 가 있다. 제 4사분면 위의 점 C 에 대하여 □ABCD 가 평행사변형이 되기 위한 점 C 의 좌표는?

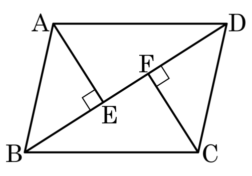


① $(2, -1)$ ② $(2, -3)$ ③ $(3, -2)$
④ $(3, -3)$ ⑤ $(4, -3)$

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 점 C 의 y 좌표는 -3 이다.
$A(-4, 5), D(6, 5)$ 이므로 $\overline{AD} = 10$
점 C 의 x 좌표는 $x - (-7) = 10, x = 3$
$\therefore C(3, -3)$

26. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?

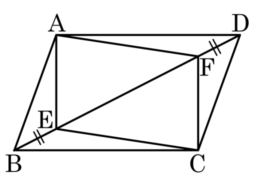


① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$
② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$
③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$
④ $\overline{AE}//\overline{CF}$
⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

27. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?

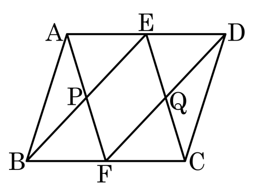


① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CDF$, $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$
$\rightarrow \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$
따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

28. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\square$ABCD 의 넓이가 80cm^2 일 때, $\square$EPFQ 의 넓이는?



① 18cm^2 ② 20cm^2 ③ 40cm^2

④ 50cm^2 ⑤ 60cm^2

해설

$\overline{EF}$ 를 그으면 $\overline{AE} // \overline{BF}$, $\overline{AE} = \overline{BF}$ 이므로 $\square$ABFE 는 평행사변형이다.

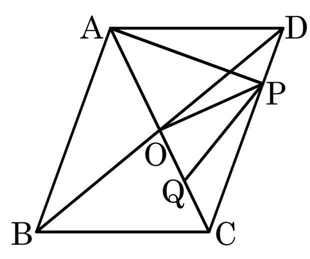
$\triangle PFE = \frac{1}{4}\square ABFE$

마찬가지로 $\triangle EFQ = \frac{1}{4}\square EFCD$

$\square$EPFQ 의 넓이는 $\square$ABCD 의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$\therefore\ 80 \times \frac{1}{4} = 20\ (\text{cm}^2)$

29. 다음 그림의 평행사변형 $\square$ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DP}} : \overline{\mathrm{PC}} = 3 : 8$ 이고 $\triangle \mathrm{APC} = 90°$ 라고 한다. $\overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{QC}}$ 일 때, $\triangle$OQP 의 넓이는 $\square$ABCD 의 넓이의 몇 배인가?

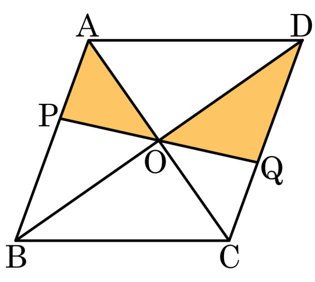


① $\dfrac{1}{11}$ 배 ② $\dfrac{1}{12}$ 배 ③ $\dfrac{1}{13}$ 배
④ $\dfrac{1}{14}$ 배 ⑤ $\dfrac{1}{15}$ 배

해설

$$\triangle \mathrm{OQP} = \square \mathrm{ABCD} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{8}{11} \times \frac{1}{2}$$
$$= \square \mathrm{ABCD} \times \frac{1}{11}$$
$$\therefore \frac{1}{11} \text{ (배)}$$

30. 넓이가 $80\,\mathrm{cm}^2$ 인 다음 평행사변형 ABCD 에서 어두운 부분의 넓이는?



① $8\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $15\,\mathrm{cm}^2$

④ $18\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

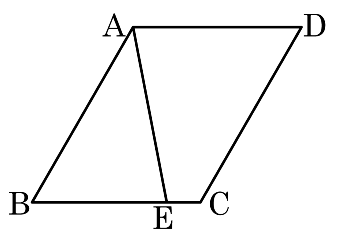
해설

$\triangle\mathrm{APO} \equiv \triangle\mathrm{CQO}$ (ASA 합동)

$\triangle\mathrm{APO} + \triangle\mathrm{DQO} = \triangle\mathrm{OCD}$

$\triangle\mathrm{OCD} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{4} \times 80 = 20(\,\mathrm{cm}^2)$

31. 다음 그림과 같은 평행사변형ABCD 에서 $\overline{BE} : \overline{EC} = 4 : 1$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는 $\triangle ABE$ 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{2}{5}$ 배 ② $\frac{5}{4}$ 배 ③ $\frac{5}{2}$ 배 ④ 5 배 ⑤ 10 배

해설

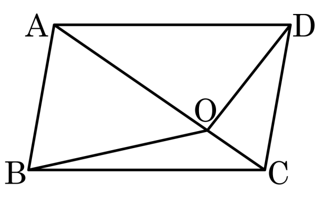
$\square ABCD = 2\triangle ABC$ 이고 $\triangle ABE = \frac{4}{5}\triangle ABC$,

즉, $\triangle ABC = \frac{5}{4}\triangle ABE$ 이므로

$\square ABCD = 2\triangle ABC = 2\left(\frac{5}{4}\triangle ABE\right) = \frac{5}{2}\triangle ABE$

따라서 $\frac{5}{2}$ 배

32. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 O 에 대하여 $\triangle OAD = 8cm^2$, $\triangle OCD = 3cm^2$ 일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하면?

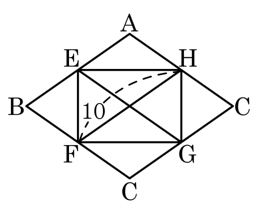


① $4cm^2$ ② $5cm^2$ ③ $6cm^2$ ④ $7cm^2$ ⑤ $8cm^2$

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle OCD = 11(cm^2)$ 이다.
$\triangle OAB = x$ 라고 하면
$\triangle OBC = 11 - x$
또, $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC$ 에서
$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$
$\therefore\ x = 8(cm^2)$

33. 다음은 마름모 ABCD 의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\angle \mathrm{FEH} = x°$, $\overline{\mathrm{EG}} = y$ 라고 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.



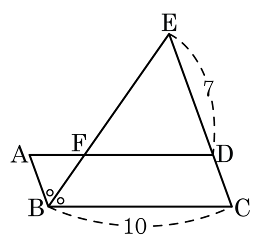
▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

마름모의 각 변의 중점을 연결하면 직사각형이다.
따라서 $\angle \mathrm{FEH} = x° = 90°$ 이다.
직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로 $y = 10$ 이다.
따라서 $x - y = 90 - 10 = 80$ 이다.

34. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E , F 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

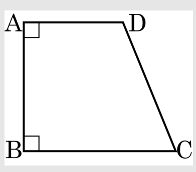
$\overline{CE} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로 $\angle ABF = \angle CEB$ 이므로 $\triangle EBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{EC}$ 이고 $\overline{EC} = 7 + \overline{CD}$, $\overline{CD} = 3$ 이다.

35. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

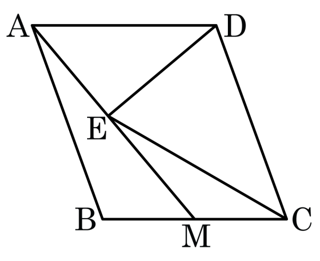
① $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$
② $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\angle A=\angle B=90°$
③ $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$
④ $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$
⑤ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

②


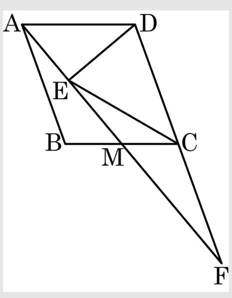
36. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20°$, $\angle B = 110°$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $30°$

해설

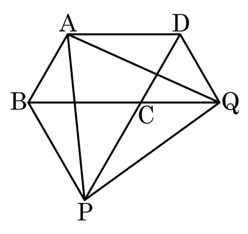


위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.
또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로
$\therefore\ \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$
따라서 점 C 는 직각삼각형 DEF 의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF 의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40°\end{aligned}$$

$\angle DCM = 180° - \angle B = 180° - 110° = 70°$
$\therefore\ \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70° - 40° = 30°$

37. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 BPC 와 CQD 를 그렸다. $\angle APQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 60°

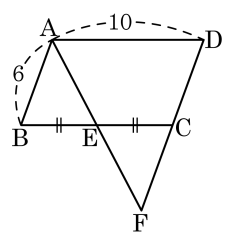
해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle QDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QD}$, $\overline{BP} = \overline{DA}$
$\angle QDA = \angle ABP$
$\therefore$ $\triangle ABP \equiv \triangle QDA$ (SAS 합동) $\cdots$ ①
$\triangle ABP$ 와 $\triangle QCP$ 에서
$\overline{AB} = \overline{QC}$, $\overline{BP} = \overline{CP}$

$$\begin{aligned}\angle QCP &= 360° - 60° - 60° - \angle DCB \\ &= 240° - (180° - \angle ABC) \\ &= 60° + \angle ABC \\ &= \angle ABP\end{aligned}$$

$\therefore$ $\triangle ABP \equiv \triangle QCP$ (SAS 합동) $\cdots$ ②
①, ② 에서 $\overline{AP} = \overline{AQ} = \overline{PQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 정삼각형이다.
$\therefore$ $\angle APQ = 60°$

38. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?



① 8　　② 10　　③ 12

④ 14　　⑤ 16

해설

$\triangle \mathrm{ABE}$ 와 $\triangle \mathrm{FCE}$ 에서

$\angle \mathrm{AEB} = \angle \mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)

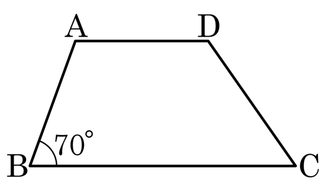
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$

$\angle \mathrm{ABE} = \angle \mathrm{FCE}$ (엇각)

$\therefore\ \triangle \mathrm{ABE} \equiv \triangle \mathrm{FCE}$ (ASA 합동)

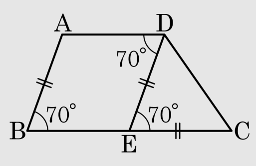
$\therefore\ \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 6 + 6 = 12$

39. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.



① 105° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 125°

해설

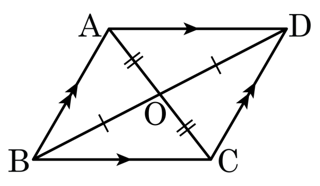


$\overline{AB} // \overline{DE}$인 $\overline{DE}$를 그으면 □ABED는 평행사변형이고 $\overline{AB} = \overline{DE} = \overline{EC}$이다.

$\angle EDC = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

$\therefore \angle D = 70° + 55° = 125°$

40. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다' 를 증명하는 과정이다. ㉠~㉤ 중 <u>틀린</u> 것은?



[가정] $\overline{AB}//\overline{DC}, \overline{AD}//\overline{BC}$
[결론] $\overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=\overline{OD}$
[증명]
$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{AB}=$ (㉠$\overline{DC}$)
(평행사변형의 성질 [1] 에 의함) $\cdots$ ①
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
$\angle OAB=$ (㉡ $\angle OCD$) (엇각) $\cdots$ ②
$\angle OBA=$ (㉢$\angle ODC$) (엇각) $\cdots$ ③
①, ②, ③ 에 의하여
$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ ((㉣ASA) 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=$ (㉤$\overline{OA}$)

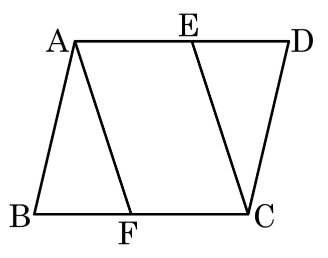
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

$\triangle OAB$ 와 $\triangle OCD$ 에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$
(평행사변형의 성질 [1] 에 의함) $\cdots$ ①
$\overline{AB}//\overline{DC}$ 이므로
$\angle OAB=\angle OCD$ (엇각) $\cdots$ ②
$\angle OBA=\angle ODC$ (엇각) $\cdots$ ③
①, ②, ③ 에 의하여
$\triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OB}=\overline{OD}$

41. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, 변 BC 의 중점을 점 E, F 라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$

[결론] □AFCE는 평행사변형

[증명] □ABCD 에서

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\boxed{} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$

즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로

$\overline{AE} \,/\!/\, \overline{FC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AFCE 는 평행사변형이다.

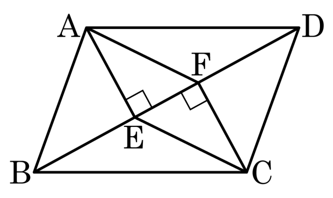
① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

□ABCD 에서 $\overline{AE} = \frac{1}{2}\,\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$

즉, $\overline{AE} = \overline{FC}$와 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{FC}$ 에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

42. 다음은 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

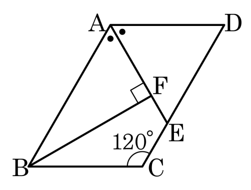


[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF 는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \boxed{㉠}$(엇각)
$\overline{AE} // \boxed{㉡} \cdots$ ⓐ
$\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \boxed{㉢}$, $\boxed{㉣} = \angle CBF$
따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
$\boxed{㉤} = \overline{CF} \cdots$ ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 □AECF 는 평행사변형이다.

① ㉠ : $\angle CFB$　② ㉡ : $\overline{CF}$　③ ㉢ : $\overline{BC}$
④ ㉣ : $\angle CDB$　⑤ ㉤ : $\overline{AE}$

해설
④ $\angle CBF = \angle ADB$ 이다.

43. 다음 그림과 같은 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 E , 꼭짓점 B 에서 $\overline{AE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자. $\angle C = 120°$ 일 때, $\angle FBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 30°

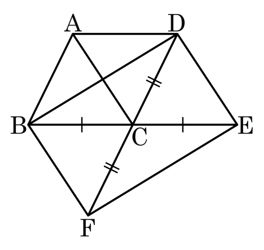
해설

$\angle BAD = \angle C = 120°$ 이므로, $\angle BAF = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

$\triangle ABF$ 에서 $\angle ABF = 180° - (90° + 60°) = 30°$ 이고

$\angle ABC + \angle C = 180°$ 에서 $\angle ABC = 60°$ 이므로 $\angle FBC = 60° - 30° = 30°$

44. □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 일 때, □ABFC 도 평행사변형이 된다. 무슨 조건에 의하여 평행사변형이 되는가?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행한다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같다.

해설

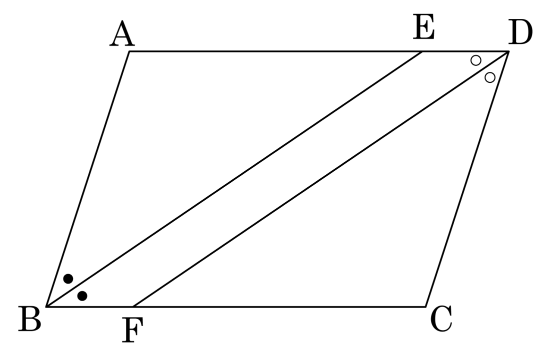
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$ 이므로

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CF}$

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CF}$

따라서 □ABCD 는 평행사변형이다.

45. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



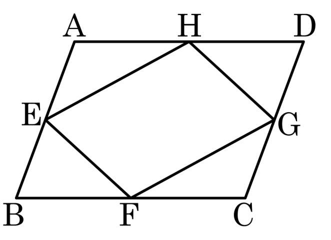
□ABCD 는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉
$\angle EBF = \angle EDF \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \angle EBF$, $\boxed{} = \angle CFD$ ($\because$ 엇각)
$\angle AEB = \angle CFD$
$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \angle DFB \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD 는 평행사변형이다.

① $\angle EDF$ ② $\angle CDF$ ③ $\angle EAB$
④ $\angle DCF$ ⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle EDF$ 는 엇각으로 같다.

46. 다음은 평행사변형 ABCD의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H라 할 때, □EFGH가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



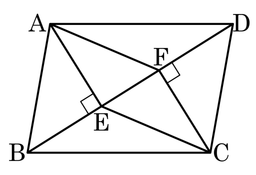
$\triangle$AEH와 $\triangle$CGF에서
$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \boxed{\text{ㄱ}}$ $\cdots$ ㉠
$\boxed{\text{ㄴ}} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \overline{CG}$ $\cdots$ ㉡
□ABCD는 평행사변형이므로
$\angle HAE = \boxed{\text{ㄷ}}$ $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\therefore \overline{EH} = \overline{FG}$ $\cdots$ ㉣
$\triangle$EBF와 $\triangle$GDH에서도 같은 방법으로하면
$\triangle EBF \equiv \triangle GDH$이므로
$\therefore \overline{EF} = \boxed{\text{ㅁ}}$ $\cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의하여 □EFGH는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{CF}$　② ㄴ : $\overline{AE}$　③ ㄷ : $\angle FCG$
④ ㄹ : SSS　⑤ ㅁ : $\overline{HG}$

해설

$\overline{AE} = \overline{CG}$, $\angle HAE = \angle FCG$, $\overline{AH} = \overline{CF}$이므로 $\triangle$AEH와 $\triangle$CGF는 SAS 합동이다.

47. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$ ② $\angle ABE = \angle CDF$

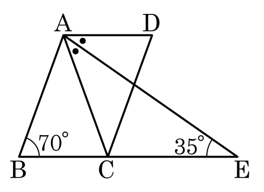
③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ ④ $\overline{AE} /\!/ \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90°$
$\overline{AB} = \overline{CD}$
$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{AE} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

48. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{DAC}$ 의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 할 때, $\angle\mathrm{B} = 70°$, $\angle\mathrm{E} = 35°$ 이다. $\angle\mathrm{ACD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}°$

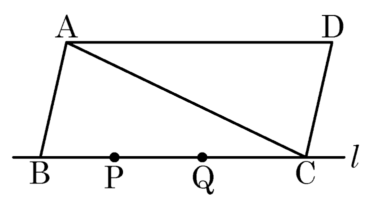
▷ 정답 : $\underline{40°}$

해설

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{AEC} = 35°$(엇각)
$\angle\mathrm{DAC} = \angle\mathrm{ACB} = 70°$(엇각)

$\angle\mathrm{DCB} = 180° - 70° = 110°$
$\therefore \angle\mathrm{ACD} = 110° - 70° = 40°$

49. 다음과 같이 직선 l 위에 변 BC 를 가지고, $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=\overline{AD}=9$ 인 평행사변형 ABCD 가 있다. 변 BC 위에 한 점 P 가 점 B 에서 C 까지 움직일 때, $\angle PAD$ 의 이등분선이 직선 l 과 만나는 점 Q 가 움직이는 거리를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\angle PAQ = \angle DAQ$ 이고 변 AD 와 BC 는 평행하므로 $\angle DAQ = \angle AQP$

따라서 삼각형 APQ 는 이등변삼각형이다.

(1) 점 P 가 점 B 에 있을 때

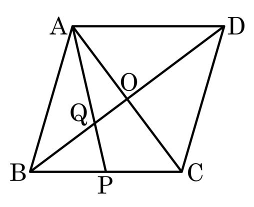
점 Q 는 점 B 로부터 $\overline{AB}=4$ 만큼 떨어진 위치에 있게 된다.

(2) 점 P 가 점 C 에 있을 때

점 Q 는 점 C 로부터 $\overline{AC}=9$ 만큼 떨어진 위치에 있게 된다.

따라서 (1), (2) 에서 점 Q 가 움직인 거리는 $(9-4)+9=14$ 이다.

50. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $120\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 점 P, $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 2 : 1$ 일 때, □QPCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{APC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 120 = 30(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{PCO} = \triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC}$

$= \frac{1}{2} \times 30 = 15(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle\mathrm{QPO} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square\mathrm{QPCO} = \triangle\mathrm{PCO} + \triangle\mathrm{QPO} = 15 + 5$

$= 20(\mathrm{cm}^2)$