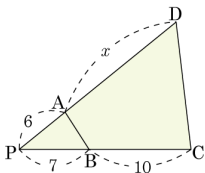


1. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{83}{6}$

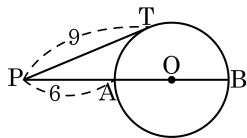
해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\overline{PC}$, $\overline{PD}$ 는 할선

$$6(6 + x) = 7(7 + 10)$$

$$36 + 6x = 119, 6x = 83 \therefore x = \frac{83}{6}$$

2. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, T 는 접점이다. 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{15}{4}$

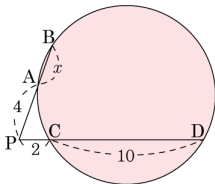
해설

반지름의 길이를 r 라 하면

$$6(6 + 2r) = 9^2, 36 + 12r = 81$$

$$\therefore r = \frac{15}{4}$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 1

② 2

③ 3

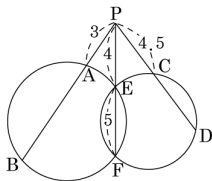
④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \text{ 이므로 } 4 \times (4 + x) = 2 \times (2 + 10), \therefore x = 2$$

4. 다음의 그림에서 $\overline{EF}$ 는 공통현이고, $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$ $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



① 7.5

② 9.5

③ 11.5

④ 12.5

⑤ 13.5

해설

$$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}, \quad 3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PB} = \frac{36}{3} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

$$\text{또, } \overline{PC} \cdot \overline{PD} = \overline{PE} \cdot \overline{PF} \text{ 에서 } \frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

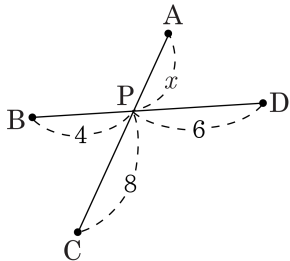
5. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

① 2

② 3

③ 4

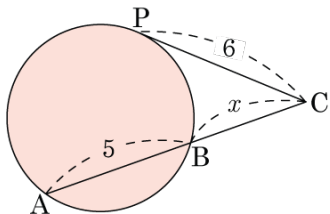
④ 5



해설

$$4 \times 6 = x \times 8, \therefore x = 3,$$

6. 그림에서 x 의 값은? (단, $\overline{PC}$ 는 접선이다.)



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\overline{PC}^2 = \overline{BC} \times \overline{AC}$$

$$36 = \overline{BC}(\overline{BC} + 5)$$

$$\overline{BC}^2 + 5\overline{BC} - 36 = 0$$

$$(\overline{BC} + 9)(\overline{BC} - 4) = 0$$

$$\therefore \overline{BC} = 4$$

7. 다음 그림에서 x 의 값은?

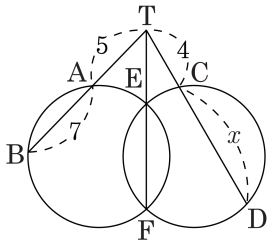
① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12



해설

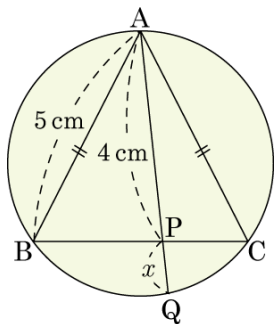
$$4 \times (4 + x) = 5(5 + 7)$$

$$16 + 4x = 60$$

$$4x = 44$$

$$\therefore x = 11$$

8. 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나
는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고
외접원과 점 Q에서 만난다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$,
 $\overline{AP} = 4\text{cm}$ 일 때, 변 PQ의 길이를 구하
면?



① 2cm

② $\frac{9}{4}\text{cm}$

③ $\frac{5}{2}\text{cm}$

④ $\frac{11}{4}\text{cm}$

⑤ 3cm

해설

보조선 $\overline{BQ}$ 를 작도하면

$\angle ABC = \angle C$ ($\because$ 이등변삼각형)

$\angle AQB = \angle C$ ($\because$ 원주각)

$\therefore \angle ABC = \angle AQB$ 이므로

점 B, P, Q는 한 원 위에 있고 $\overleftrightarrow{AB}$ 는 접선,

$\overleftrightarrow{AQ}$ 는 할선이다.

$$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{AQ}$$

$$25 = 4(4 + x)$$

$$4x = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{4}$$

9. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB와 현 CD의 교점을 P라 할 때, $\overline{OP}$ 의 길이는?

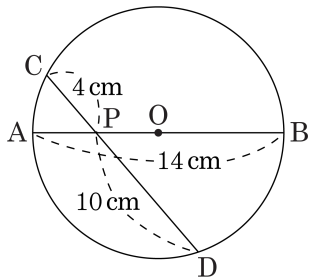
① 2.5cm

② 3cm

③ 3.5cm

④ 4cm

⑤ 4.5cm



해설

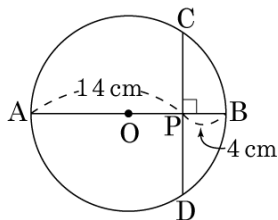
$\overline{OP} = x$ 라고 하면

$\overline{AP} = 7 - x, \overline{PB} = 7 + x$

$\therefore 4 \times 10 = (7 - x)(7 + x)$

$40 = 49 - x^2, x^2 = 9, x = 3 \text{ (cm)} (\because x > 0)$

10. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이고 $\overline{AP} = 14\text{cm}$, $\overline{PB} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



답:

cm



정답: $4\sqrt{14}$ cm

해설

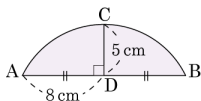
$\overline{AB}$ 가 지름이고 $\overline{CD}$ 가 현이므로

$$\overline{CP} = \overline{DP}, \overline{CP}^2 = 14 \times 4$$

$$\overline{CP}^2 = 56, \overline{CP} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 4\sqrt{14}(\text{cm})$$

11. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 원의 일부분이다. $\overline{CD}$ 가 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하고, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$, $\overline{CD} = 5\text{ cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이를 구하여라.



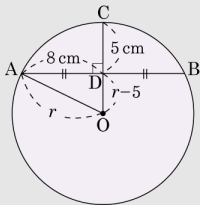
▶ 답 :

cm

▶ 정답 : 8.9 cm

해설

반지름의 길이를 r 이라 하면



$$\triangle AOD \text{ 에서}$$

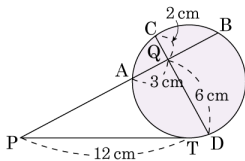
$$\overline{AD}^2 = \overline{AO}^2 - \overline{DO}^2$$

$$64 = r^2 - (r - 5)^2$$

$$10r = 89$$

$$\therefore r = 8.9(\text{cm})$$

12. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 점 T 는 접점일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?



① 5cm

② 9cm

③ 10cm

④ 10.5cm

⑤ 12cm

해설

$$\overline{BQ} \times 3 = 2 \times 6 \quad \therefore \overline{BQ} = 4$$

$\overline{PA} = x$ 라 하면

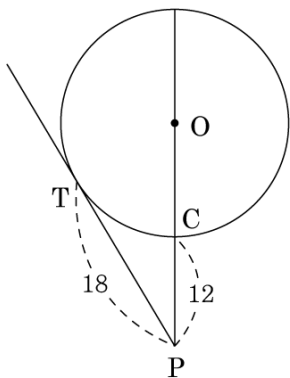
$$12^2 = x \times (x + 7)$$

$$(x - 9)(x + 16) = 0$$

$$\therefore \overline{PA} = 9$$

13. 다음 그림과 같이 $\overrightarrow{PT}$ 가 원 O의 접선이고 $\overline{PT} = 18$, $\overline{CP} = 12$ 일 때, 원 O의 지름의 길이는?

- ① 12 ② 13 ③ 14
 ④ 15 ⑤ 16



해설

지름의 길이를 x 라고 하면,
 원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라
 $18^2 = 12 \times (12 + x)$ 이므로
 $x = 15$ 이다.

14. 다음 그림에서 PT는 원 O의 접선이다. x 의 값은?

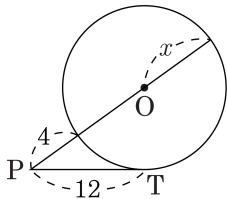
① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19



해설

$$12^2 = 4(4 + 2x), 144 = 16 + 8x, 128 = 8x \therefore x = 16$$

15. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

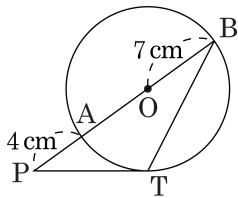
① $2\sqrt{2}$

② $3\sqrt{2}$

③ $4\sqrt{2}$

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $6\sqrt{2}$

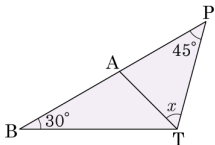


해설

$$\overline{PT}^2 = 4 \times 18 = 72$$

$$\therefore \overline{PT} = 6\sqrt{2} (\because \overline{PT} > 0)$$

16. 다음 그림에서 $\overline{BT}^2 = \overline{BA} \times \overline{BP}$ 가 성립할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 55°

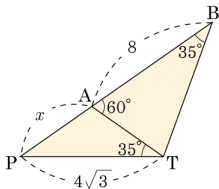
⑤ 60°

해설

$\overline{BT}$ 가 세 점 A, P, T 를 지나는 원의 접선이므로 $\angle ATB = \angle APT = 45^\circ$

$\triangle PTB$ 의 삼각형의 세 내각의 크기의 합 $\angle x + 45^\circ + 30^\circ + 45^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 60^\circ$

17. 다음 그림에서 $\overline{PA} = x$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{PT} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이다. 이 때, x 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\angle ATP = \angle ABT = 35^\circ$ 이므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, 세 점 A, T, B 는 한 원 위에 있다.

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x \times (x + 8)$$

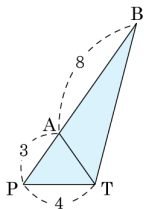
$$x^2 + 8x - 48 = 0$$

$$(x - 4)(x + 12) = 0$$

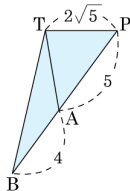
$$\therefore x = 4$$

18. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?

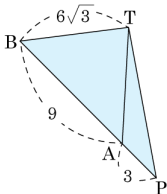
①



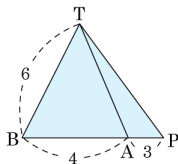
②



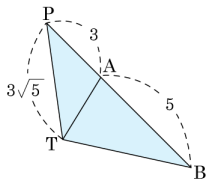
③



④



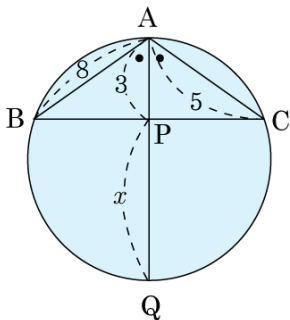
⑤



해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

19. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 9

② 10

③ $\frac{10}{3}$

④ $\frac{25}{3}$

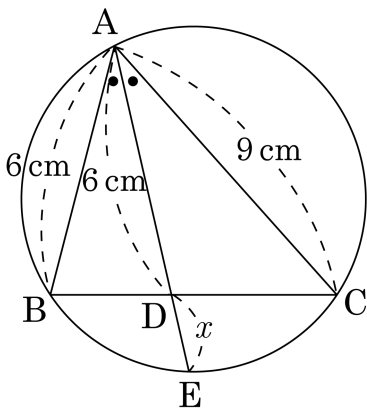
⑤ $\frac{31}{3}$

해설

$$3(3 + x) = 5 \times 8$$

$$\therefore x = \frac{31}{3}$$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선 $\overline{AD}$ 의 연장선이 원과 만나는 점을 E 라 할 때, x 의 값은?



① 1

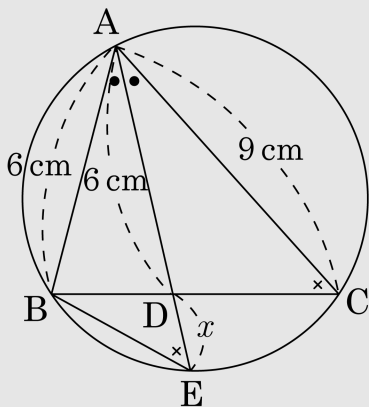
② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설



$\triangle ABE \sim \triangle ADC (\because \text{AA 대응})$

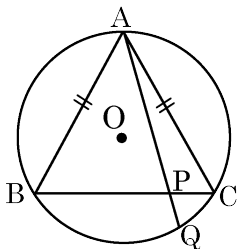
$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$$

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$$

$$6 \times 9 = 6 \times (6 + x)$$

$$\therefore x = 3$$

21. 다음 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A를 지나는 직선이 밑변 BC와 점 P에서 만나고, 이 삼각형의 외접원과 점 Q에서 만날 때, $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 임을 설명하려고 한다. 이때 사용되는 정리를 고르면?



- ① $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이면 $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이다.
- ② $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
- ③ $\angle ABP = \angle AQB$ 이면 $\overline{AB}$ 가 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.
- ④ $\overline{AC}$ 가 점 P, Q, C를 지나는 원의 접선이면 $\angle ABP = \angle AQB$ 이다.
- ⑤ $\overline{AP} \cdot \overline{AQ} = \overline{AB}^2$ 이면 $\overline{AB}$ 는 세 점 P, Q, B를 지나는 원의 접선이다.

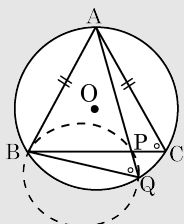
해설

$\angle ABC = \angle ACB$ (이등변삼각형)

$\angle ACB = \angle AQB$ (호 AB의 원주각)

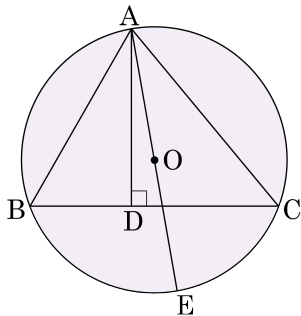
$\therefore \angle ABC = \angle AQB$

따라서 그림처럼 $\overline{AB}$ 가 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 된다.



또, $\overline{AB}$ 가 접선일 때 $\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$ 이다.

22. 다음 그림을 보고 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ABD = \angle AEC$

② $\triangle ABD \sim \triangle ACD$

③ $\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$

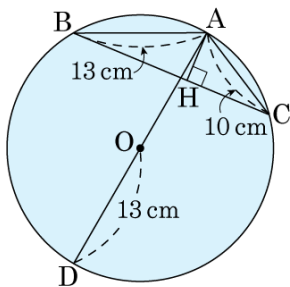
④ $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$

⑤ $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{AE}$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle AEC$ 에서
 $\angle ABD = \angle AEC$ (원주각),
 $\angle ADB = \angle ACE = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (AA닮음)
 $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AC}$ 이므로
 $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AD} \cdot \overline{AE}$

23. 다음 그림에서 반지름의 길이가 13cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{AD}$ 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b$ 에서 $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 69

해설

점 B와 D를 연결하면 $\triangle ABD$ 와 $\triangle AHC$ 에서 $13 : 26 = \overline{AH} : 10$, $\overline{AH} = 5\text{cm}$ 이다.

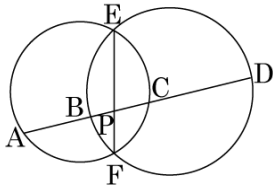
$\triangle ABH$ 가 직각삼각형이므로

$$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm} \text{ 이고,}$$

$$\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{cm} \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{BH} : \overline{CH} = a : b = 12 : 5\sqrt{3}$, $a = 12$, $b = 5\sqrt{3}$ 이고,
 $a^2 - b^2 = 144 - 75 = 69$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\overline{EF}$ 는 두 원의 공통현 이고, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BP} = 2$, $\overline{PC} = 3$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

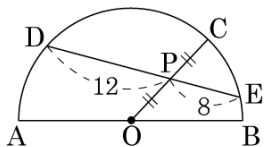
해설

$\overline{CD} = x$ 라 하면

$\overline{AP} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PF} = \overline{BP} \times \overline{PD}$ 에서

$$(6 + 2) \times 3 = 2 \times (3 + x) \quad \therefore x = 9$$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 는 반원 O의 지름이고, 점 P는 반지름 OC를 이등분하는 현 ED 위의 점이다. $\overline{DP} = 12$, $\overline{EP} = 8$ 일 때, 반원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{2}$

해설

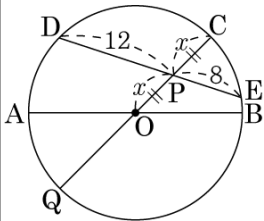
$$\overline{PD} \times \overline{PE} = \overline{PQ} \times \overline{PC}$$

$\overline{OP} = \overline{PC} = x$ 라고 하면

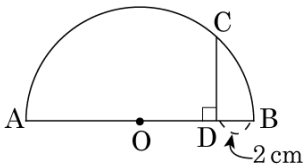
$$12 \times 8 = 3x \times x, x^2 = 32$$

$$\therefore x = 4\sqrt{2}$$

따라서, 원의 반지름은 $2x = 8\sqrt{2}$ 이다.



26. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 반지름의 길이가 6 cm 인 반원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{BD} = 2\text{ cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

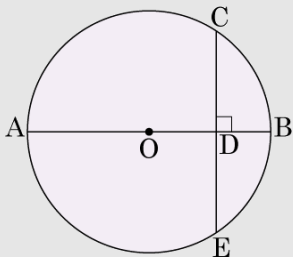
▷ 정답: $2\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

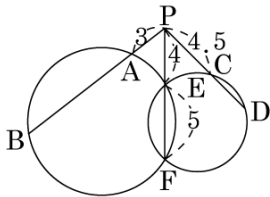
$\overline{CD} = \overline{ED} = x$ 라 하면

$$x^2 = \overline{AD} \times \overline{BD} = 10 \times 2 = 20$$

$$\therefore x = 2\sqrt{5} \text{ (cm)} \quad (\because x > 0)$$



27. 다음 그림에서 $\overline{EF}$ 는 두 원의 공통현이고,
 $\overline{PA} = 3$, $\overline{PC} = 4.5$, $\overline{PE} = 4$, $\overline{EF} = 5$ 일
 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 12.5

해설

원에서의 비례 관계에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF}$

$$3 \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5) \quad \therefore \overline{PB} = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 12 - 3 = 9$$

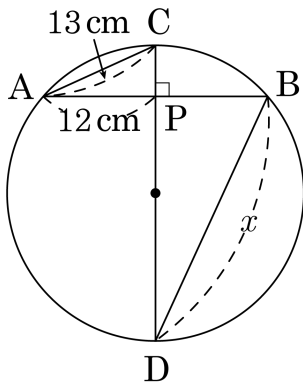
$$\text{또, } \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF} \text{ 에서 } \frac{9}{2} \times \overline{PD} = 4 \times (4 + 5)$$

$$\therefore \overline{PD} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = 8 - 4.5 = 3.5$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 9 + 3.5 = 12.5$$

28. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AP} = 12\text{ cm}$, $\overline{AC} = 13\text{ cm}$, $\angle CPB = 90^\circ$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{156}{5}$ cm

해설

$\overline{BC}$ 를 그으면

$$\triangle CAP \cong \triangle CBP$$

$\angle CBD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle CAP = \angle CBP = \angle BDP \text{ 이므로}$$

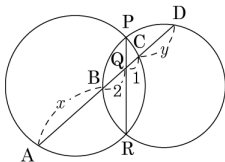
$\triangle CAP \sim \triangle BDP$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{DB} = \overline{CP} : \overline{BP}$$

$$13 : x = 5 : 12$$

$$\therefore x = \frac{156}{5} (\text{cm})$$

29. 다음 그림에서 $\overline{BQ} = 2$, $\overline{CQ} = 1$ 이고, $\overline{AB} = x$, $\overline{CD} = y$ 라 할 때,
 $\frac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

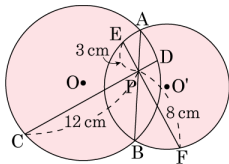
$$\overline{QP} \times \overline{QR} = \overline{QA} \times \overline{QC} = \overline{QB} \times \overline{QD} \text{ 에서}$$

$$(x + 2) \times 1 = 2 \times (1 + y)$$

$$x + 2 = 2 + 2y$$

$$\therefore x = 2y \frac{3x^2 + 4y^2}{xy} \text{ 에 대입하면 } \frac{12y^2 + 4y^2}{2y^2} = \frac{16y^2}{2y^2} = 8$$

30. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통현이고, 점 P 는 원 O 의 현 CD 와 원 O' 의 현 EF 의 교점이다. $\overline{PE} = 3\text{ cm}$, $\overline{PF} = 8\text{ cm}$, $\overline{PC} = 12\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

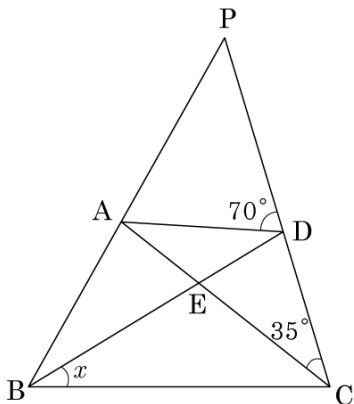
$$\text{원 O 에서 } \overline{AP} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD} \dots \textcircled{A}$$

$$\text{원 O' 에서 } \overline{AP} \times \overline{PB} = \overline{PE} \times \overline{PF} \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{ 에서 } \overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PE} \times \overline{PF}$$

$$12 \times \overline{PD} = 3 \times 8 \quad \therefore \overline{PD} = 2(\text{cm})$$

31. 다음 그림에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이고 $\angle ADP = 70^\circ$, $\angle ACD = 35^\circ$ 일 때, x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



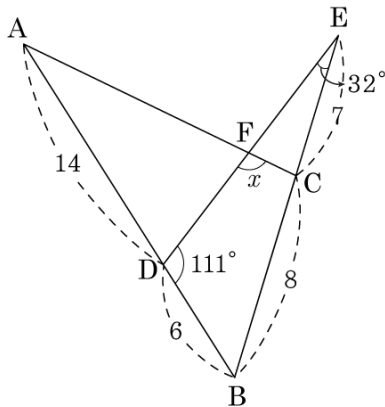
▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PD} \cdot \overline{PC}$ 이므로
 점 A, B, C, D 는 원 위의 점이다.
 $\square ABCD$ 는 원에 내접하므로
 $\angle ADC = 110^\circ$
 $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ$
 $\angle ABC = 70^\circ$
 또 $\angle ACD = \angle ABD = 35^\circ$ 이므로
 $x = 35^\circ$

32. 다음 그림에서 x 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

°

▶ 정답 : 101°

해설

$\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로

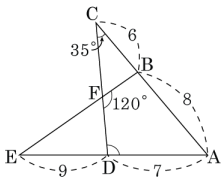
점 A, C, D, E는 한 원 위의 점이다.

$$\angle FEC = \angle FAD = 32^\circ$$

$$\angle ADF = 180^\circ - 111^\circ = 69^\circ$$

$$\therefore x = 69^\circ + 32^\circ = 101^\circ$$

33. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 7\text{cm}$, $\overline{DE} = 9\text{cm}$ 이고, $\angle BFD = 120^\circ$, $\angle FCB = 35^\circ$ 일 때, $\angle ADF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

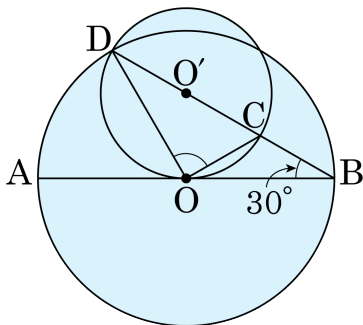
▶ 정답 : 95°

해설

$8 \times (8 + 6) = 7 \times (7 + 9)$ 이므로 네 점 B, C, E, D 는 한 원 위에 있다.

$\angle BCF = \angle DEF = 35^\circ$ 이고 $\angle EFD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\angle ADF = 35^\circ + 60^\circ = 95^\circ (\because \text{외각})$ 이다.

34. 다음 그림과 같이 원 O' 은 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 O 의 중심에서 접하고 5.0pt $\widehat{AB}$ 위의 점 D 와 만난다. $\overline{BD}$ 와 원 O' 과의 교점이 C 이고, $\angle CBO = 30^\circ$ 일 때, $\angle DCO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 60°

해설

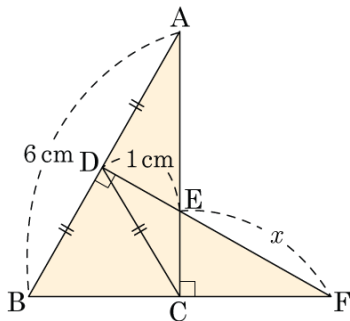
$\overline{OB} = \overline{OD}$ 이므로

$$\angle ODC = \angle OBC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ODC = \angle COB = 30^\circ$$

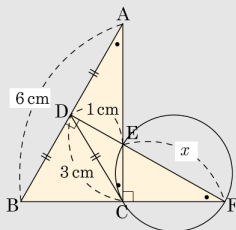
$$\therefore \angle DCO = 60^\circ$$

35. 다음 그림에서 $\angle ACF = \angle FDB = 90^\circ$ 이고 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이다.
 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{DE} = 1\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하면?



- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설



$\triangle BAC \sim \triangle BFD$ ($\because$ AA닮음)

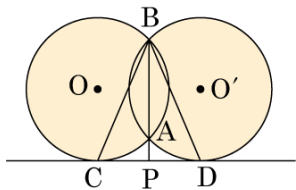
$\therefore \angle A = \angle F$, $\angle A = \angle DCA$

$\therefore \angle F = \angle DCA$ 따라서, $\triangle CEF$ 의 외접원에 대해 $\overline{DC}$ 는 접선

$$\Rightarrow \overline{DC}^2 = \overline{DE} \cdot \overline{DF}$$

$3^2 = 1(1 + x)$ 따라서 $x = 8$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 두 원 O, O'의 공통외접선 CD와 공통현 AB의 연장선이 점 P에서 만난다. $\overline{PA} = 1\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BD} = \sqrt{30}\text{cm}$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이는?



① 10cm^2

② $5\sqrt{3}\text{cm}^2$

③ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$

④ $5\sqrt{5}\text{cm}^2$

⑤ $2\sqrt{6}\text{cm}^2$

해설

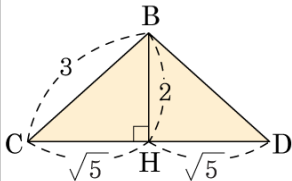
$$\overline{CP}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 5$$

$$\overline{CP} = \sqrt{5}\text{cm}$$

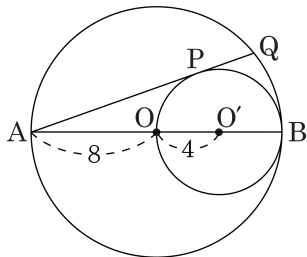
$$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CP} = 2\sqrt{5}\text{cm}$$

$$\therefore \triangle CBD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 =$$

$$5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$$



37. 다음 그림과 같이 점 A 에서 원 O' 에
그은 접선 AP 와 원 O 와의 교점을 Q
라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



- ① $\frac{5}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{17}{3}\sqrt{2}$
 ③ $\frac{25}{3}\sqrt{2}$ ④ $\frac{32}{3}\sqrt{2}$
 ⑤ $\frac{40}{3}\sqrt{2}$

해설

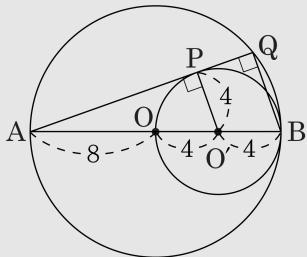
$$\overline{AP} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$\triangle AO'P \sim \triangle ABQ$ 에서

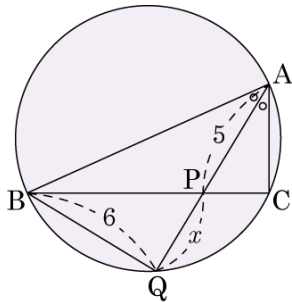
$$12 : 16 = 8\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$12\overline{AQ} = 128\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AQ} = \frac{32}{3}\sqrt{2}$$



38. 다음 그림에서 $\overline{AQ}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AP} = 5$, $\overline{BQ} = 6$, $\overline{PQ} = x$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\overline{PQ} = 4$

해설

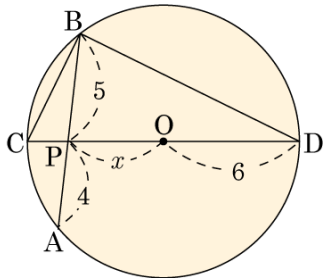
$\angle PBQ = \angle PAC$, $\angle PBQ = \angle BAQ$ 이므로

세 점 B, Q, P 는 한 원 위에 있고 $\overline{BQ}$ 는 접선이므로

$$\overline{BQ}^2 = \overline{QP} \times \overline{QA}$$

$$6^2 = x(x + 5), \quad x = 4, -9, \quad \therefore x = 4 (\because x > 0)$$

39. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원 O의 지름이다. 원 O의 반지름의 길이가 6이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{BD} = b$, $\overline{PO} = x$, $x = b - a$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 를 구하면?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$20 = (6-x)(6+x) \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 = b-a, \angle CBD = 90^\circ$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 12^2$$

$b - a = 4$ 의 양변을 제곱하면

$$(b - a)^2 = 4^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 16$$

$$144 - 2ab = 16 \quad (\because a^2 + b^2 = 144)$$

$$-2ab = -128$$

$$\therefore \sqrt{ab} = 8 \quad (\because ab > 0)$$

40. 다음 그림에서 x 의 값은?

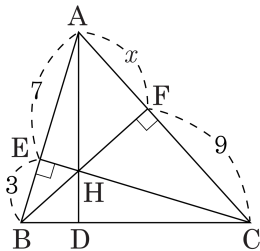
① 4

② 4.5

③ 5

④ 5.5

⑤ 6



해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

$$7 \times 10 = x(x + 9)$$

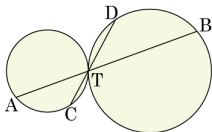
$$70 = x^2 + 9x$$

$$x^2 + 9x - 70 = 0$$

$$(x + 14)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 5 (\because x > 0)$$

41. 다음 그림과 같이 점 T에서 두 원이 접하고, $\overline{AT} = 4$, $\overline{BT} = 6$, $\overline{CT} = 2$ 일 때, 선분 DT의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원의 공통외접선 PQ를 그으면

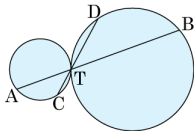
$\angle ATP = \angle ACT$, $\angle QTB = \angle BDT$ 이므로

$\angle ACT = \angle BDT$

또, $\angle ATC = \angle BTD$ 이므로 $\triangle TAC \sim \triangle TBD$

따라서 $\overline{DT} = \frac{\overline{BT} \cdot \overline{CT}}{\overline{AT}} = 3$

42. 다음 그림과 같이 점 T 에서 두 원이 접하고, $\overline{AT} = 3$, $\overline{BT} = 5$ 일 때,
 $\frac{\overline{CT}}{\overline{DT}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

두 원의 공통외접선 PQ 를 그으면 $\angle ATP = \angle ACT$, $\angle QTB = \angle BDT$ 이므로 $\angle ACT = \angle BDT$

또, $\angle ATC = \angle BTD$ 이므로 $\triangle TAC \sim \triangle TBD$

따라서 $\frac{\overline{CT}}{\overline{DT}} = \frac{\overline{AT}}{\overline{BT}} = \frac{3}{5}$

43. 다음 그림에서 네 점 B, C, D, F 는 한 원 위에 있을 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

44. 한 변의 길이가 r 인 정사각형 ABCD 의 외접원에서 호 AB 위에 임의의 한 점 P 를 잡을 때, $\frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}}$ 의 값을 r 을 사용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

대각선 BD 의 길이는 $\sqrt{2}r$

사각형 BCDP 도 정사각형의 외접원에 외접하므로

$$\overline{PB} \cdot \overline{CD} + \overline{PD} \cdot \overline{BC} = \overline{PC} \cdot \overline{BD}$$

$$r\overline{PB} + r\overline{PD} = \sqrt{2}r\overline{PC}, \overline{PB} + \overline{PD} = \sqrt{2}\overline{PC}$$

$$\therefore \frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}} = \sqrt{2}$$

45. 넓이가 8π 인 원에 내접하는 정사각형 ABCD 에서 호 AB 위에 임의의 한 점 P 를 잡을 때, $\frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

넓이가 8π 인 원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이므로 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 4

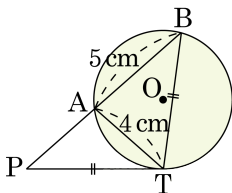
사각형 BCDP 도 정사각형의 외접원에 외접하므로
톨레미의 정리에 의해

$$\overline{PB} \cdot \overline{CD} + \overline{PD} \cdot \overline{BC} = \overline{PC} \cdot \overline{BD}$$

$$4\overline{PB} + 4\overline{PD} = 4\sqrt{2}\overline{PC}, \overline{PB} + \overline{PD} = \sqrt{2}\overline{PC}$$

$$\therefore \frac{\overline{PB} + \overline{PD}}{\overline{PC}} = \sqrt{2}$$

46. 다음 그림과 같이 원 O 밖의 한 점 P에서 원에 그은 접선의 접점을 T라 하고, 점 P에서 그은 할선의 교점을 A, B라 하자. $\overline{PT} = \overline{BT}$, $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\overline{AT} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① 4 cm

② 4.5 cm

③ 5 cm

④ 5.5 cm

⑤ 6 cm

해설

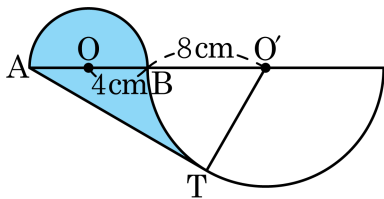
$$\angle ATP = \angle PBT = \angle BPT$$

$\triangle APT$ 가 이등변삼각형이므로 $\overline{PA} = 4$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times (4 + 5) = 36$$

$$\therefore \overline{PT} = 6 (\because \overline{PT} > 0)$$

47. 다음 그림에서 두 반원 O, O' 의 반지름의 길이는 각각 4cm, 8cm 이다. $\overline{AT}$ 가 반원 O' 의 접선일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $32\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $(8\pi + 32\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $\left(32\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi\right)\text{cm}^2$ ④ $\left(32\sqrt{3} - \frac{32}{3}\pi\right)\text{cm}^2$
 ⑤ $\left(64 - \frac{8}{3}\pi\right)\text{cm}^2$

해설

$$\overline{AT}^2 = 8 \times 24 = 192 \quad \therefore \overline{AT} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{AO'} : \overline{AT} : \overline{O'T} = 2 : \sqrt{3} : 1 \text{ 이므로 } \angle AO'T = 60^\circ$$

$$\text{작은 반원의 넓이는 } \pi \times 4^2 \times \frac{1}{2} = 8\pi(\text{cm}^2)$$

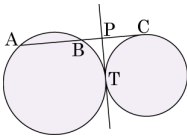
$$\triangle ATO' \text{의 넓이는 } 8 \times 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

$$\text{부채꼴 } O'BT \text{의 넓이는 } \pi \times 8^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$8\pi + \left(32\sqrt{3} - \frac{32}{3}\pi\right) = \left(32\sqrt{3} - \frac{8}{3}\pi\right)\text{cm}^2 \text{ 이다.}$$

48. 다음 그림에서 점 T는 두 원이 외접하는 접점이고 점 C는 현 AB를 지나는 직선이 다른 원과 외접하는 점이다. $\overline{PB} = 1$, $\overline{PC} = 2$ 일 때, 현 AB의 길이를 구하여라.



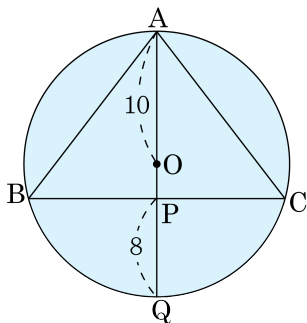
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 P에서 한 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{PC} = \overline{PT} = 2$
 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $4 = 1 + \overline{AB} \quad \therefore \overline{AB} = 3$

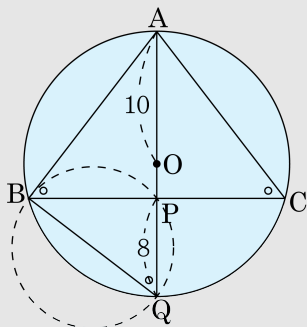
49. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O에 내접하는 이등변삼각형 ABC에 대하여 $\overline{PQ} = 8$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① $36\sqrt{2}$ ② $42\sqrt{17}$ ③ $48\sqrt{6}$
 ④ 52 ⑤ $52\sqrt{3}$

해설

다음 그림과 같이 보조선 $\overline{BQ}$ 를 연결하면
 $\angle ACB = \angle AQB = \angle ABP$



이 때, $\overline{AQ} = 20$ 이므로 $\overline{AP} = 12$

$$\therefore \overline{AB}^2 = \overline{AP} \times \overline{PQ} = 12 \times 20 = 240$$

$$\therefore \overline{AB} = 4\sqrt{15}$$

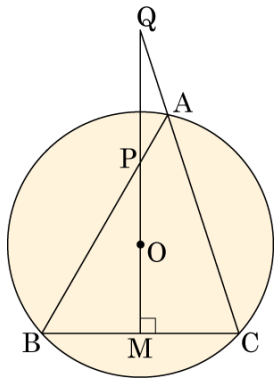
선분 BC는 $\overline{OP}$ 에 의해 수직이등분되므로 직각삼각형 $\triangle ABP$ 에서

$$\overline{BP} = \sqrt{(4\sqrt{15})^2 - 12^2} = 4\sqrt{6} \quad \therefore \overline{BC} = 8\sqrt{6}$$

따라서, 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AP} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{6} \times 12 = 48\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

50. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P, $\overline{AC}$ 의 연장선과 만나는 점을 Q라 하자. 원 O의 지름이 길이가 16cm이고, $\overline{OP} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

보조선 $\overline{AO}$ 의 연장선과 원과의 교점을 D라 하면 $\angle ADB = \angle ACB$

또한, $\triangle ADB$, $\triangle QMC$ 는 직각삼각형이므로

$$\angle OAP = \angle AQP$$

따라서 세점 A, P, Q는 한 원 위에 있고, $\overline{OA}$ 는 접선 $\overline{OQ}$ 는 할선으로 접선과 할선의 관계에 의해

$$\overline{OA}^2 = \overline{OP} \times \overline{OQ}$$

$$8^2 = 4 \times (4 + \overline{PQ})$$

$$\therefore \overline{PQ} = 12 \text{ cm}$$