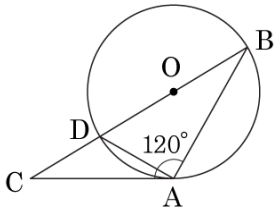


1. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심 직선 AC 는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



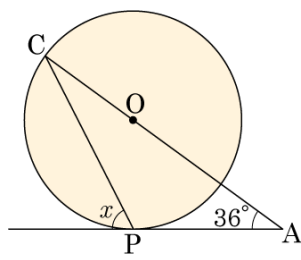
- ① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5
 ④ 3 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

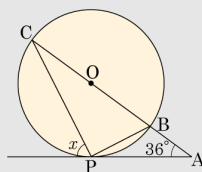
$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 30^\circ$
 $\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$
 $\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서 $60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$
 $\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$
 $\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$

2. 다음 그림에서 x 의 크기는? (단, $\angle A = 36^\circ$ 이고 점 P는 접점이다.)

- ① 36° ② 63° ③ 48°
 ④ 56° ⑤ 65°



해설



점 P와 점 B를 이으면

$$\angle CPB = 90^\circ$$

$$\angle CBP = x$$

$$\angle PBA = 180^\circ - x$$

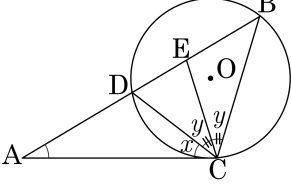
$$\angle BPA = 90^\circ - x$$

$\triangle ABP$ 의 내각의 합을 이용하면

$$36^\circ + 180^\circ - x + 90^\circ - x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 63^\circ$$

3. 다음 그림에서 $\angle ACD = x$, $\angle DCE = \angle BCE = y$ 이고, $x + y = 70^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

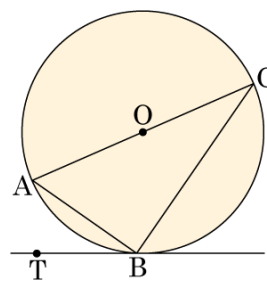
▷ 정답 : 40

해설

$\angle B = x$
 $\angle CED = x + y$
 $\triangle ACE$ 에서
 $\angle A + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$
 $\angle A + (x + y) + (x + y) = 180^\circ$
 $\therefore \angle A = 40^\circ$

4. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\widehat{TB}$ 는 접선이다. $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 1 : 2$ 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?

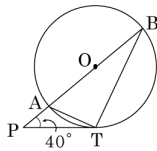
- ① 25° ② 30° ③ 35°
 ④ 40° ⑤ 45°



해설

$\overline{AC}$ 가 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$,
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 1 : 2$ 이므로 $\angle ACB = x$ 라 하면,
 $\angle CAB = 2x$
 $\therefore 3x = 90^\circ, x = 30^\circ$
 $\therefore \angle ABT = \angle ACB = x = 30^\circ$

5. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고 $\overline{AB}$ 는 지름이다. $\angle APT = 40^\circ$ 일 때, $\angle PTA$ 의 크기를 구하여라.



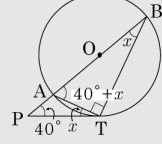
▶ 답: 1

▶ 정답 : 25°

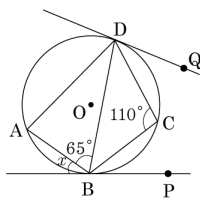
해설

 $\angle PTA = \angle x$ 라 하면 $\angle BAT = 40^\circ + \angle x$ 에서 $\angle BAT = 40^\circ$
 $\therefore \angle APT$ ಎಲ್ಲಿದೆ?

ΔABT 에서

 $(40^\circ + x)$
$$2x = 50$$

$$\therefore 25^\circ$$

6. 다음 그림에서 직선 BP, DQ 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

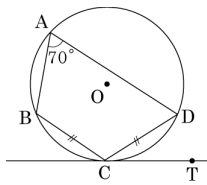
▶ 정답 : 45°

해설

$$\angle DAB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle ADB = 180^\circ - (70^\circ + 65^\circ) = 45^\circ$$

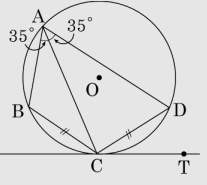
7. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle BAD = 70^\circ$ 일 때, $\angle DCT$ 의 크기는? (단, $\overleftrightarrow{CT}$ 는 접선이다.)



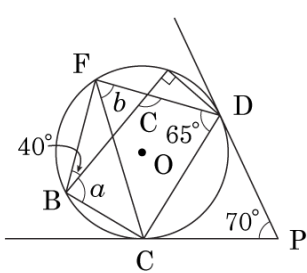
- ① 31° ② 32° ③ 33° ④ 34° ⑤ 35°

해설

그림과 같이 점 A 와 점 C 를 이으면 $\angle BAC = \angle DAC = 35^\circ$, $\angle DCT = \angle DAC = 35^\circ$



8. 다음 그림에서 두 반직선은 원 O의 접선이다. $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle EDC = 65^\circ$, $\angle EBF = 40^\circ$, $\angle CPD = 70^\circ$ 일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기는?



- ① 240° ② 245° ③ 255° ④ 260° ⑤ 320°

해설

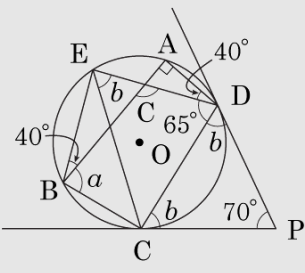
1) 사각형 EBCD 가 원에 내접하므로 $\angle a + 40^\circ + 65^\circ = 180^\circ \therefore \angle a = 75^\circ$

2) 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

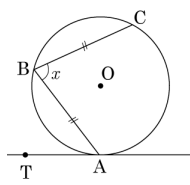
$\angle b = \angle PDC = \angle PCD = 55^\circ$ ($\because \overline{PD} = \overline{PC}$)

3) $\triangle ADE$ 에서 $\angle c = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ (이 때, $\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로 $\angle FBA = \angle ADF = 40^\circ$)

따라서, $\angle a + \angle b + \angle c = 75^\circ + 55^\circ + 130^\circ = 260^\circ$ 이다.



9. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle BAT = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 50° ② 60° ③ 70° ④ 80° ⑤ 90°

해설

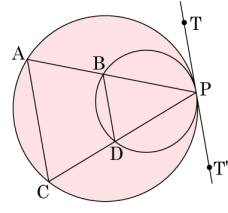
A 와 C 를 이으면

$$\angle BAT = \angle BCA = 50^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로 } \angle BAC = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 50^\circ \times 2 = 80^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 P는 두 원의 접점이고 직선 TT'는 점 P를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

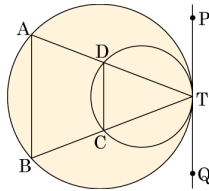


- ① $\angle PDB = \angle PCA$
- ② $\angle BPT = \angle ACP$
- ③ $\angle BPT = \angle BDP$
- ④ $\overline{AC} // \overline{BD}$
- ⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

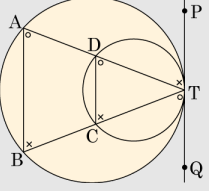
⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$

11. 다음 그림과 같이 점 T 는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



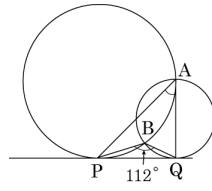
- ① $\overline{AB} // \overline{CD}$
- ② $\angle BAT = \angle CDT$
- ③ $\overline{TA} \cdot \overline{TB} = \overline{TC} \cdot \overline{TD}$
- ④ $\angle ABT = \angle ATP$
- ⑤ $\Delta ATB \sim \Delta DTC$

해설



직선 PQ 가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.
따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA}:\overline{TB}=\overline{TD}:\overline{TC}$ 이다.

12. 다음 그림에서 직선 PQ는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 112^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?

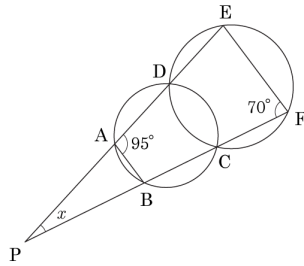


- ① 60° ② 64° ③ 68° ④ 72° ⑤ 76°

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로
 $\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$

13. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

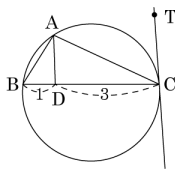


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC가 원에 내접한다. 점 A를 지나 접선 TC에 평행한 직선이 BC와 만나는 점이 점 D이고, $\overline{BD} = 1$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

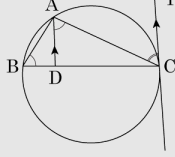
▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$\overline{TC}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$$\angle TCA = \angle ABC$$

$\overline{TC} \parallel \overline{AD}$ 이므로 $\angle TCA = \angle CAD$



$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\angle ABC = \angle DAC$, $\angle ACD$ 는 공통

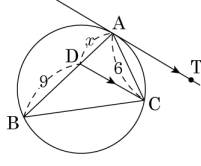
즉, $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$$\overline{AC} : \overline{CD} = \overline{BC} : \overline{AC}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC} = 3 \times 4 = 12$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{3} \quad (\because \overline{AC} > 0)$$

15. 원에 내접하는 삼각형의 한 꼭짓점 A 를 접점으로 하는 접선과 선분 CD 라 평행할 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.



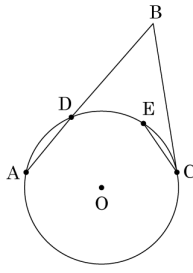
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle TAC = a$ 라 하면 $\angle TAC = \angle ABC = a$ 또한
 $\angle TAC = \angle ACD = a$ ($\because$ 엇각)
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle ABC = \angle ACD$, $\angle A$ 는 공통
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA닮음)
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AD}$
 $(x + 9) : 6 = 6 : x$
 $x^2 + 9x - 36 = 0$
 $(x + 12)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 3$ ($\because x > 0$)

16. 다음 그림에서 두 점 D, E 가 호 AC 의 삼등분점이고, $\angle ABC = 50^\circ$, 점 C 는 원 O 의 접점일 때, $\angle ECB$ 의 크기를 구하여라.



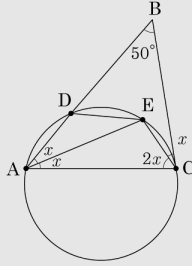
▶ 답:

○
—

▶ 정답 : 26 _

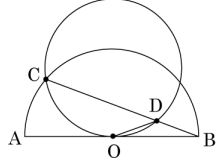
해설

다음 그림과 같이 보조선을 연결한 후



$\angle ECB = x$ 라 하면 접선과 현이 이루는 성질에 의하여 $\angle EAC = x$
 또한, $5.0\text{pt}\widehat{DE} = 5.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle DAE = x$
 $5.0\text{pt}\widehat{AE} = 25.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이므로 $\angle ACE = 2x$
 따라서 삼각형 ABC 의 모든 내각의 합은 180° 이므로 $x + x +$
 $2x + x + 50^\circ = 180^\circ$
 $x = 26^\circ$
 $\therefore \angle ECB = 26^\circ$

17. 다음 그림과 같이 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 1 : 3$ 인 점 C 를 잡아서 점 C 를 지나고 중심 O 에서 $\overline{AB}$ 와 접하는 원을 그린다. 이 원이 현 BC 와 만나는 점을 D 라고 할 때, $\angle BOD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

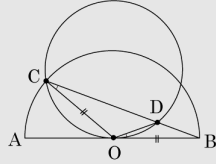
▶ 정답 : 22.5°

해설

보조선 OC 를 그으면

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 1 : 3 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \angle \text{COB} = 180^\circ \times \frac{3}{4} = 135^\circ$$



또한, 반원이므로 $\overline{OC} = \overline{OB}$

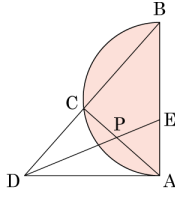
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 135^\circ) = 22.5^\circ$$

따라서 접선과 현이 이루는 성질에 의하여

 $\angle BOD = \angle OCB = 22.5^\circ$ 이다.

18. 다음 그림에서 선분 AB 는 지름이 아닌 현이고 $\overline{DA}$ 는 접선이다.
 $\angle ADE = \angle BDE$ 이고 $\angle APE = 48^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



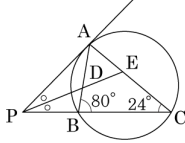
▶ 답 : °

▷ 정답 : 84 °

해설

접선과 현이 이루는 각은 그 각의 내부에 있는 호의 원주각의 크기와 같으므로
 $\angle ABC = \angle CAD$
 $\triangle DAP$ 에서 $\angle ADE + \angle CAD = 48^\circ$ 이므로
 $\triangle DEB$ 에서 $\angle BDE + \angle ABC = \angle AEP = 48^\circ$
 $\triangle AEP$ 에서 $\angle BAC = 180^\circ - (48^\circ + 48^\circ) = 84^\circ$

19. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원의 접선이고 $\angle APD = \angle BPD$ 이다. $\angle ACB = 24^\circ$, $\angle ABC = 80^\circ$ 일 때, $\angle ADE$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 A는 접점이다.)



▶ 답 : °

▷ 정답 : 52 °

해설

접선과 현이 이루는 성질에 의하여
 $\angle PAB = \angle ACB = 24^\circ$
 $\triangle APB$ 에서 $\angle PAB + \angle APB = \angle ABC$ 이므로
 $24^\circ + \angle APB = 80^\circ$
 $\angle APB = 56^\circ$
 $\therefore \angle APD = \angle BPD = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$
 $\triangle APD$ 에서 $\angle ADE = \angle APD + \angle PAB$ 이므로
 $\therefore \angle ADE = 28^\circ + 24^\circ = 52^\circ$

