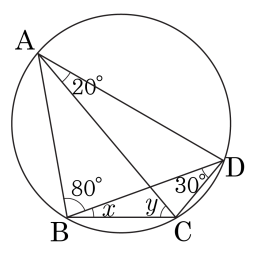
1. 다음 그림에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기는?

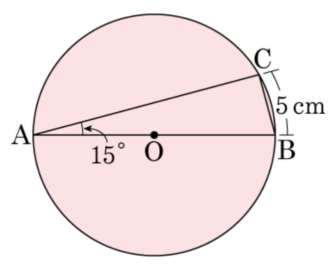


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 의 원주각이므로 $\angle x = 20°$ 이다.
$\angle y$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 의 원주각으로 $\angle \mathrm{ADB}$ 와 크기가 같고,
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 의 원주각으로 $\angle \mathrm{BDC} = \angle \mathrm{BAC} = 30°$ 이다.
$\triangle \mathrm{ABD}$ 에서 $\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{B} + \angle \mathrm{D} = 50° + 80° + \angle y = 180°$
$\therefore \angle y = 50°$
따라서 $\angle y - \angle x = 30°$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\angle CAB = 15°$, $5.0pt\overset{\frown}{CB} = 5\,\mathrm{cm}$ 일 때, $5.0pt\overset{\frown}{AC}$ 의 길이를 구하면?



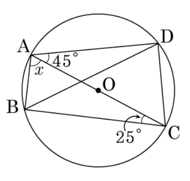
① 16cm
② 17cm
③ 18cm
④ 20cm
⑤ 25cm

해설

$5 : 5.0pt\overset{\frown}{AC} = 15° : 75°$

$\therefore\ 5.0pt\overset{\frown}{AC} = 5 \times \dfrac{75°}{15°} = 25\,\mathrm{cm}$

3. 다음 그림에서 점 O 는 원의 중심이다. $\angle x$ 의 값은?

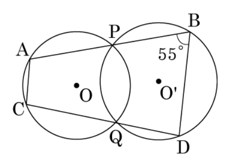


① 50°　② 55°　③ 60°　④ 65°　⑤ 70°

해설

$\angle ABC = 90°$, $\angle x = 90° - 25° = 65°$

4. 다음 그림에서 $\angle\mathrm{DBP} = 55°$ 일 때 , $\angle\mathrm{CAP}$ 의 크기는?



① 85°　② 95°　③ 105°　④ 115°　⑤ 125°

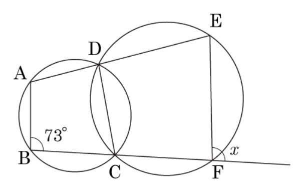
해설

$\angle\mathrm{PQC} = \angle\mathrm{PBD} = 55°$

$\angle\mathrm{CAP} + \angle\mathrm{PQC} = 180°$

$\therefore \angle\mathrm{CAP} = 180° - 55° = 125°$

5. 다음 그림에서 $\angle B = 73°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

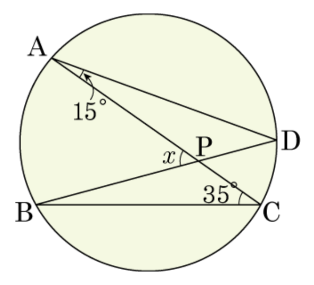


① 57° ② 65° ③ 73° ④ 90° ⑤ 107°

해설

원에 내접하는 사각형은 두 대각의 합이 180° 이고
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle CDE = \angle B = 73°$
□CDEF 가 원에 내접하므로
$\angle x = \angle CDE = 73°$

6. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

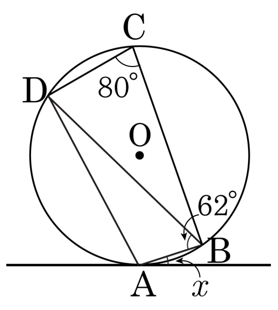


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$
④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 의 원주각
$\angle \mathrm{CAD} = \angle \mathrm{DBC} = 15°$
$\therefore$ $\triangle \mathrm{BPC}$에서 $\angle x = 15° + 35° = 50°$

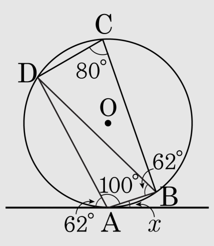
7. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\circ}$

▷ 정답 : $18\underline{\circ}$

해설

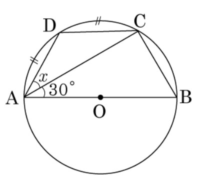


$\angle \text{BAD} + \angle \text{C} = 180°$ 이므로

$\angle \text{BAD} = 100°$

$\angle x = \angle \text{ADB} = 180° - 62° - 100° = 18°$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$, $\angle BAC = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : $30°$

해설

$\angle DAC = \angle DCA = \angle x$

$\angle ACB = 90°$

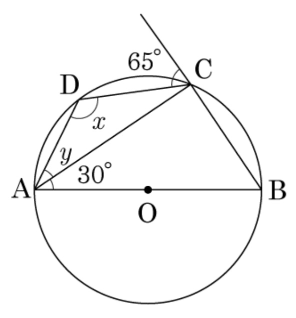
□ABCD 가 원에 내접하므로 $\angle x + 30° + \angle x + 90° = 180°$

$2\angle x = 180° - 120°$

$2\angle x = 60°$

$\therefore \angle x = 30°$

9. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① $140\,^{\circ}$ ② $145\,^{\circ}$ ③ $150\,^{\circ}$ ④ $155\,^{\circ}$ ⑤ $160\,^{\circ}$

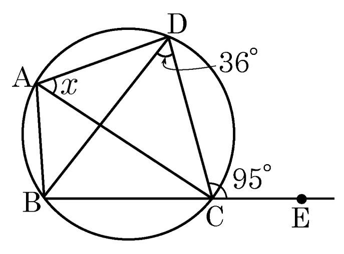
해설

$\angle \mathrm{ACB}=90\,^{\circ}$ 이므로 $\angle \mathrm{ABC}=60\,^{\circ}$, $x+60=180$ $\therefore$ $x=120\,^{\circ}$

$\angle y+30\,^{\circ}=65\,^{\circ}$ $\therefore$ $\angle y=35\,^{\circ}$

$\therefore$ $x+y=155\,^{\circ}$

10. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: 59 °

해설

$\angle BAC = \angle BDC = 36°$ (호 BC 의 원주각)

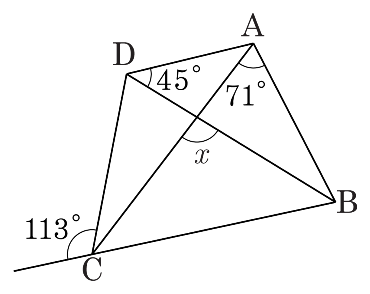
사각형 ABCD 는 원에 내접하므로

$\angle BAD = \angle DCE$

$36° + \angle x = 95°$

$\therefore\ \angle x = 59°$

11. □ABCD 가 원에 내접한다고 한다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



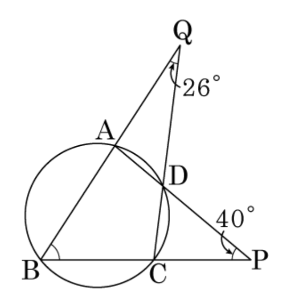
① 99°　② 96°　③ 94°　④ 93°　⑤ 90°

해설

$\angle \mathrm{DAC} = 113° - 71° = 42°$

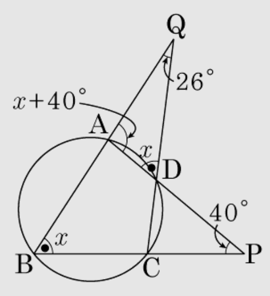
$\therefore \angle x = 180° - (42° + 45°) = 93°$

12. 다음 그림에서 $\angle P = 40°$, $\angle Q = 26°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



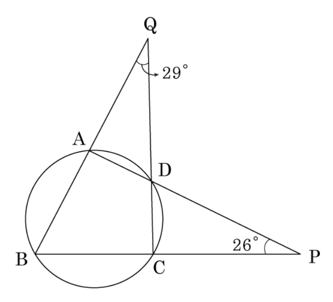
① $57°$　② $58°$　③ $59°$　④ $60°$　⑤ $61°$

해설



$\angle B = x$ 라 하면 $\angle QDA = x$
$\triangle ABP$ 에서 $\angle QAD = x + 40°$
$\triangle AQD$ 에서 $26° + x + x + 40° = 180°$
$\therefore x = 57°$

13. 다음 그림에서 $\angle P = 26°$, $\angle Q = 29°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



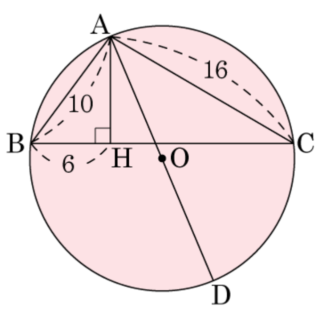
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 62.5 °

해설

$\angle B = x$ 라면 $\angle DCP = 29° + x$
$\angle ADC = 26° + 29° + x$
$\angle B + \angle ADC = 180°$
$x + 26° + 29° + x = 180°$
$\therefore x = 62.5°$

14. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{\mathrm{AH}}\perp\overline{\mathrm{BC}}$ 이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 10$, $\overline{\mathrm{BH}} = 6$, $\overline{\mathrm{AC}} = 16$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



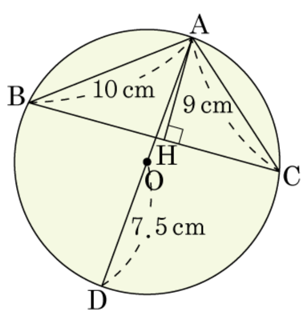
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle\mathrm{ABH}$ 에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{\mathrm{AH}} = 8$ 이다.
또한, $\overline{\mathrm{CD}}$ 를 연결하면 원주각 $\angle\mathrm{H} = \angle\mathrm{C} = 90°$, $\angle\mathrm{ABH} = \angle\mathrm{ADC}$ (5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$의 원주각) 으로 같으므로
$\triangle\mathrm{ABH} \backsim \triangle\mathrm{ADC}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AH}} : \overline{\mathrm{AC}} \Rightarrow 10 : \overline{\mathrm{AD}} = 8 : 16$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = 20$ 이다.

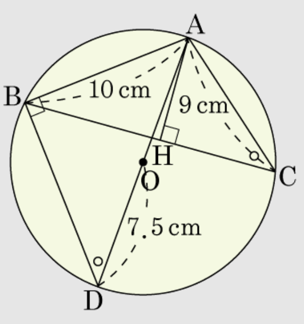
15. 다음 그림에서 반지름의 길이가 7.5cm 인 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{AD}$ 가 원 O 의 지름이고 $\overline{AB} = 10cm$, $\overline{AC} = 9cm$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이는?



① $3\sqrt{5}cm^2$　② $4\sqrt{6}cm^2$　③ $5\sqrt{2}cm^2$

④ $9\sqrt{5}cm^2$　⑤ $8\sqrt{10}cm^2$

해설



$\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ (AA 닮음) 이므로

$10 : \overline{AH} = 15 : 9$　　$\therefore\ \overline{AH} = 6\,cm$

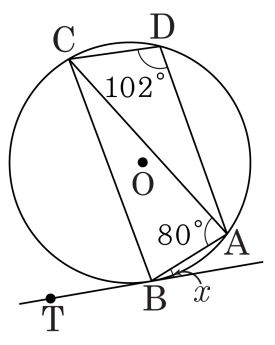
$\triangle AHC$ 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{CH} = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}\,cm$

따라서 $\triangle AHC$ 의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 6 = 9\sqrt{5}\ (cm^2)$ 이다.

16. □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{BT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAB = 80°$, $\angle ADC = 102°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?

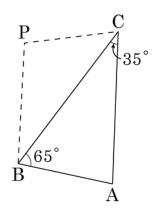


① 20° ② 21° ③ 22° ④ 23° ⑤ 24°

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle ABC = 180° - 102° = 78°$
$\angle ACB = 180° - 80° - 78° = 22°$
$\therefore \angle x = \angle ACB = 22°$

17. 다음에서 삼각형 ABC 의 밖에 한 점 P 를 잡아 원에 내접하는 사각형 ABPC 를 만들려고 할 때, $\angle$BPC 의 크기로 바른 것은?



① 100°　② 101°　③ 102°　④ 103°　⑤ 104°

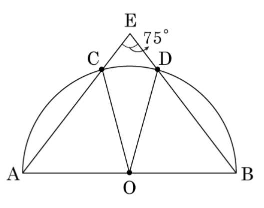
해설

$\angle A = 180° - 65° - 35° = 80°$

□ABPC 에서 $\angle A + \angle BPC = 180°$

$\therefore \angle BPC = 180° - 80° = 100°$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\angle E = 75°$ 일 때, $\angle COD$ 의 크기를 구하여라.

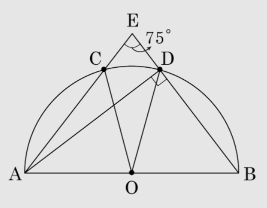


▶ 답 : ＿°

▷ 정답 : 30 °

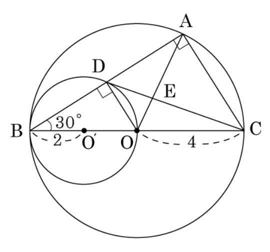
해설

보조선 AD 를 그으면



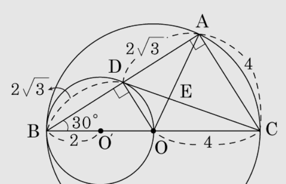
지름 AB 에 대한 원주각이므로 $\angle ADB = 90°$
$\triangle AED$ 에서 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle EAD = 15°$
따라서 호 CD 에 대한 원주각이 $15°$ 이므로 중심각은 원주각의 2 배인 $30°$ 이다.

19. 다음 그림의 원 O 의 지름은 8 , 원 O′ 의 지름은 4 , $\angle ABC = 30°$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

해설

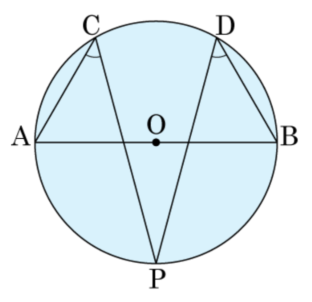


$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{2\sqrt{7}}{3}$

20. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\angle ACP + \angle BDP$ 의 값을 구하면?

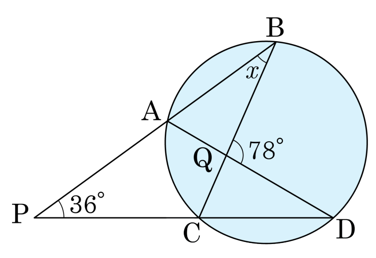


① $86°$ ② $88°$ ③ $90°$
④ $92°$ ⑤ $94°$

해설

점 O 와 P 를 연결하면
$\angle AOP = 2\angle ACP$
$\angle BOP = 2\angle BDP$
$\therefore\ \angle AOP + \angle BOP = 2\angle ACP + 2\angle BDP = 180°$
$\therefore\ \angle ACP + \angle BDP = 90°$

21. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 $\angle\mathrm{APC} = 36°$, $\angle\mathrm{BQD} = 78°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 21° ② 22° ③ 23°

④ 24° ⑤ 25°

해설

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ 에 대한 원주각이므로

$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{ADC} = \angle x$

$\triangle\mathrm{BPC}$에서

$\angle\mathrm{QCD} = 36° + \angle x$

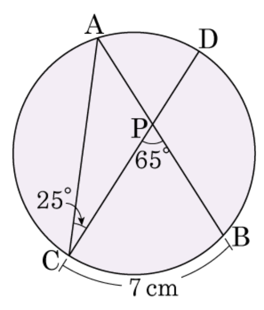
$\triangle\mathrm{QCD}$에서

$\angle\mathrm{QCD} + \angle\mathrm{QDC} = 78°$

$36° + \angle x + \angle x = 78°$

$\therefore\ \angle x = 21°$

22. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이고 5.0pt$\overset{\frown}{BC} = 7\,\text{cm}$, $\angle ACD = 25^\circ$, $\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 31.5 cm

해설

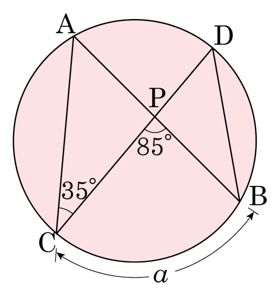
$\triangle ACP$에서 $\angle CAB = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$

5.0pt$\overset{\frown}{BC}$의 원주각이 40°이므로 중심각은 80°이다.

$80^\circ : 360^\circ = 7 : (\text{원주})$

$\therefore\ (\text{원주}) = \dfrac{360^\circ \times 7}{80^\circ} = 31.5\ (\text{cm})$

23. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 교점이고, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 의 길이는 a 이다. $\angle\mathrm{ACD} = 35°$, $\angle\mathrm{BPC} = 85°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$+5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

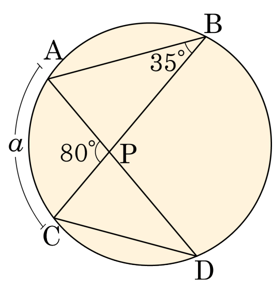
▷ 정답 : $\frac{19}{10}a$

해설

$\triangle\mathrm{ACP}$ 에서 $\angle\mathrm{CAP} = 85° - 35° = 50°$,
$\triangle\mathrm{PCB}$ 에서 $\angle\mathrm{PCB} + \angle\mathrm{PBC} = 180° - 85° = 95°$,
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$: (5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$) $= 50° : 95° = a$: (5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$)

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ $= a \times \frac{95°}{50°} = \frac{19}{10}a$

24. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}} = a$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 를 구하면?



① $\frac{6}{5}a$　　② $\frac{7}{5}a$　　③ $\frac{8}{7}a$

④ $\frac{9}{7}a$　　⑤ $\frac{10}{9}a$

해설

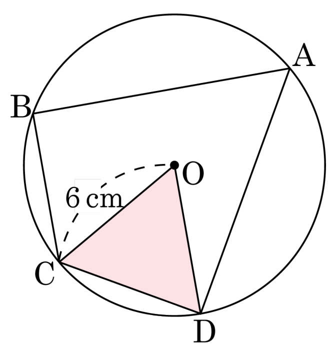
$\triangle$ABP 에 의해 $\angle \mathrm{APC} = \angle \mathrm{ABP} + \angle \mathrm{BAP}$

$\angle \mathrm{BAP} = 80\,^\circ - 35\,^\circ = 45^\circ$

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 35^\circ : 45^\circ = a :$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}} = \dfrac{45\,^\circ}{35\,^\circ} = \dfrac{9}{7}a$

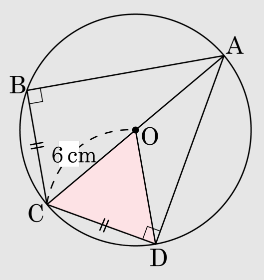
25. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle B = \angle D$, $\overline{BC} = \overline{CD}$, $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$ 이고 원 O 의 반지름의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle OCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $9\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설



$\angle A = 2x$, $\angle B = 3x$, $\angle C = 4x$ 라 두면

$\angle D = 3x$

$\therefore 2x + 3x + 4x + 3x = 360°$

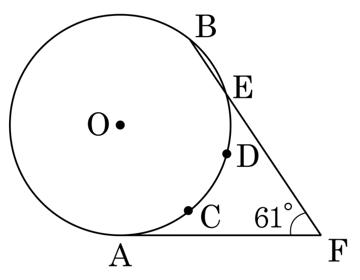
$12x = 360°$, $x = 30°$

$\angle B = \angle D = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 원의 중심 O 를 지난다.

$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times \dfrac{1}{2} \times \angle A = 60°$

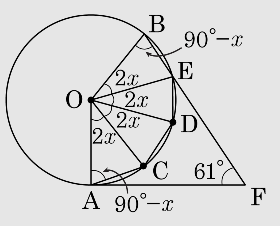
$(\triangle OCD \text{ 의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 60°$
$= 9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

26. 다음 그림에서 세 점 C, D, E 는 호 AB 의 사등분점이고, 점 A 는 원 O 의 접점일 때, ∠CAD 의 크기는?



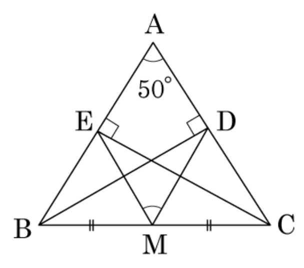
① 16° ② 17° ③ 18° ④ 19° ⑤ 20°

해설



$\angle\mathrm{CAD} = x$ 라 하면
$\angle\mathrm{COD} = 2\angle\mathrm{CAD} = 2x$ 이다.
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{EB}}$ 이므로
$\angle\mathrm{AOC} = \angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{EOB} = 2x$ 이다.
$\triangle\mathrm{OAC}$ 에서
$\angle\mathrm{OAC} = \frac{1}{2}(180° - 2x) = 90° - x$ 이다.
$\triangle\mathrm{OBE} \equiv \triangle\mathrm{OAC}$ 이므로
$\angle\mathrm{OBE} = \angle\mathrm{OAC} = 90° - x$ 이다.
□OAFB 에서 네 각의 크기의 합은
$8x + 90° + 61° + (90° - x) = 360°$ 이다.
$7x = 119°$
$\therefore\ x = 17°$

27. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 점 M 은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이고, $\overline{\mathrm{AB}}\perp\overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AC}}\perp\overline{\mathrm{BD}}$ 이다. $\angle\mathrm{A} = 50^{\circ}$ 일 때, $\angle\mathrm{EMD}$ 의 크기를 구하면?

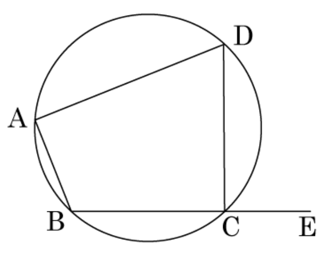


① 40° ② 50° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle\mathrm{BEC} = \angle\mathrm{BDC}$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle\mathrm{ABD}$ 에서 $\angle\mathrm{ABD} = 90^{\circ} - 50^{\circ} = 40^{\circ}$
따라서 $\angle\mathrm{EMD} = 2\angle\mathrm{EBD} = 2 \times 40^{\circ} = 80^{\circ}$ 이다.

28. 다 음 그 림 의 원 에 서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{3}$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{5}$ 일 때, $\angle\mathrm{ADC}+\angle\mathrm{DCE}$ 의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 132°

해설

$\angle\mathrm{ABC} = 180° \times \frac{2}{3} = 120°$

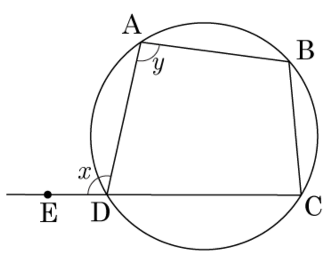
$\angle\mathrm{BAD} = 180° \times \frac{2}{5} = 72°$

$\therefore \angle\mathrm{ADC} = 60°$

$\angle\mathrm{DCE} = 72°$

$\angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{DCE} = 60° + 72° = 132°$

29. 다 음 그 림 의 원 에 서 5.0pt24.88pt$\widehat{\mathrm{DAB}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{3}{5}$ 이고 5.0pt24.88pt$\widehat{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{5}{9}$ 일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 172°

해설

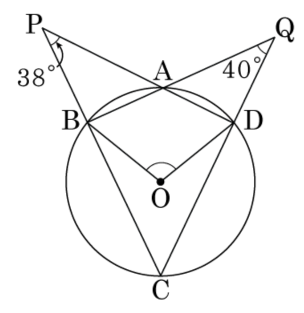
$\angle\mathrm{BCD} = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$ 이므로 $y° = 180° - 108° = 72°$ $\therefore$ $y = 72°$

$\angle\mathrm{ABC} = \frac{5}{9} \times 180° = 100°$ 이므로

$x° = 100°$ $\therefore x = 100°$

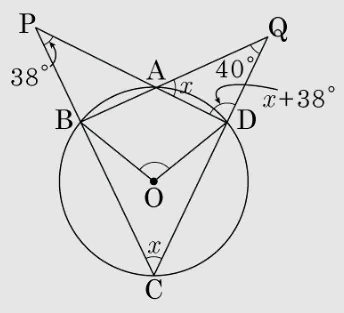
따라서 $x + y = 100 + 72 = 172°$ 이다.

30. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38°$, $\angle BQC = 40°$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



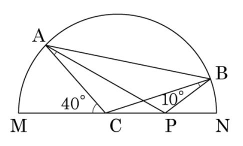
① 78° ② 82° ③ 90° ④ 98° ⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38°$,
$\angle DAQ = \angle BCD = x$
$\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
$\angle x + (\angle x + 38°) + 40° = 180°$
$\therefore \angle x = 51°$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51° = 102°$

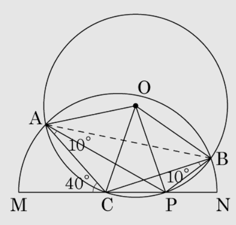
31. A, B 는 지름이 $\overline{\mathrm{MN}}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{\mathrm{CN}}$ 위의 점이다. □ACPB 가 반원에 내접할 때, $\angle \mathrm{CAP} = \angle \mathrm{CBP} = 10°$, $\angle \mathrm{APC} = 30°$ 일 때, $\angle \mathrm{BCN}$ 는?



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,
$\angle \mathrm{APC} = 30°$,
$\angle \mathrm{AOC} = 2\angle \mathrm{APC} = 60°$ (원주각과 중심각),
$\angle \mathrm{COP} = 2\angle \mathrm{CAP} = 20°$ (원주각과 중심각)
$\overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{CB}}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,
$\therefore\ \angle \mathrm{AOC} = \angle \mathrm{COB} = 60°$,
$\therefore \angle \mathrm{BOP} = 60 - 20 = 40°$
$\therefore \angle \mathrm{BCN} = \angle \mathrm{BCP} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BOP} = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$



32. 다음 중 □ABCD 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

① $\angle A = \angle C$

② $\angle B = \angle C$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

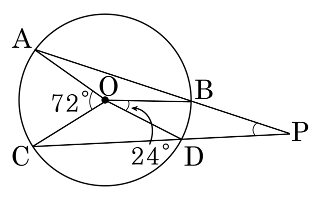
④ $\angle A + \angle C = 180°$

⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

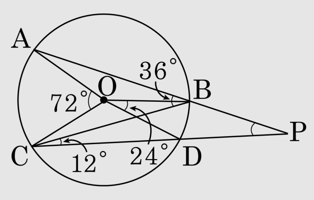
① $\angle A = 180° - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.
② $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180°$
또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180°$
따라서 □ABCD 는 원에 내접한다.

33. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① 20°　② 22°　③ 23°　④ 24°　⑤ 25°

해설



$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$, $\angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC$이므로

$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$

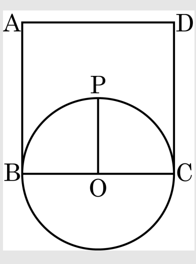
$\therefore \angle BPC = 24^\circ$

34. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \le 16$ 을 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2π

해설



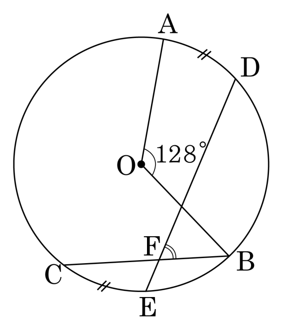
$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \le 16 = \overline{BC}^2$ 이므로

$\triangle PBC$ 는 $\angle P \ge 90°$ 인 삼각형이다.

따라서 P 가 움직이는 영역의 넓이는

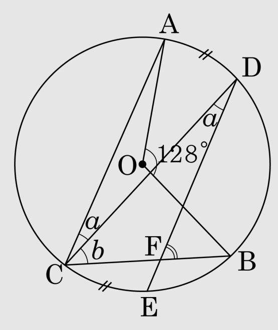
(반원 O 의 넓이)$= \dfrac{1}{2} \times 2^2 \times \pi = 2\pi$ 이다.

35. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AD}} =$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CE}}$ 이고, $\angle\mathrm{AOB} = 128^\circ$ 일 때, $\angle\mathrm{DFB}$ 의 크기는?



① 52°　② 56°　③ 60°　④ 64°　⑤ 68°

해설



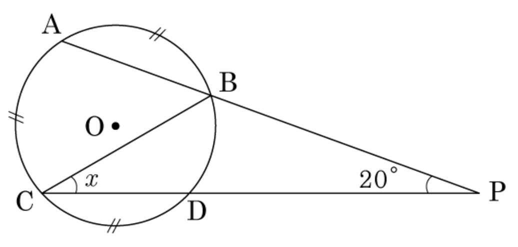
$\angle\mathrm{ACD} = a,\ \angle\mathrm{DCB} = b$ 라고 하면,

$a + b = \angle\mathrm{ACB} = \frac{1}{2}\angle\mathrm{AOB} = 64^\circ$

$\angle\mathrm{ACD} = \angle\mathrm{CDE} = a$ 이므로

$\triangle\mathrm{CDF}$ 에서 $\angle\mathrm{DFB} = a + b = 64^\circ$

36. 다음 그림에서 $5.0pt\overset{\frown}{AB} = 5.0pt\overset{\frown}{AC} = 5.0pt\overset{\frown}{CD}$, $\angle BPD = 20°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 30 °

해설

i) $5.0pt\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각이 x 이므로 $\angle BOD = 2x$

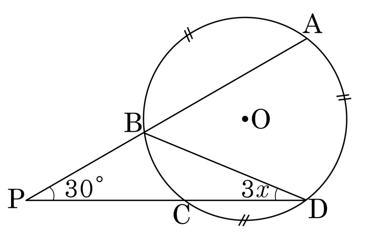
ii) $\triangle BCP$ 에서 $\angle ABC = 20° + x°$ 이므로

$\angle AOC = 40° + 2x°$

iii) $3(40° + 2x) + 2x = 360°$

$120° + 8x = 360°$ $\therefore\ x = 30$

37. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$, $\angle BPD = 30°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 7.5 °

해설

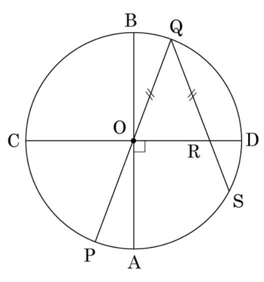
i) 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 원주각이 $3x$ 이므로 $\angle BOC = 6x$

ii) $\triangle BPD$ 에서 $\angle ABD = 30° + 3x°$ 이므로

$\angle AOD = 60° + 6x°$

iii) $3(60° + 6x) + 6x = 360°$ $\therefore\ x = 7.5°$

38. 다음 그림과 같이 지름 AB 와 CD 는 수직으로 만나며, 점 R 은 $\overline{\mathrm{OD}}$ 위의 임의의 점이다. 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 위에 $\overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{RQ}}$ 가 되도록 점 Q 를 잡으면 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AP}} = 2(\mathrm{cm})$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AS}}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{PQ}}$, $\overline{\mathrm{SQ}}$ 는 원 O 의 현이다.)



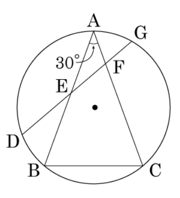
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

점 Q에서 $\overline{\mathrm{CD}}$에 내린 수선의 발을 M이라 할 때,
$\overline{\mathrm{AB}} \,//\, \overline{\mathrm{QM}}$이므로
$\angle\mathrm{OQM} = \angle\mathrm{BOQ}$(엇각) $= \angle\mathrm{AOP}$(맞꼭지각)
$\angle\mathrm{PQM} = \angle\mathrm{RQM} = x$ 라고 하면 $\angle\mathrm{PQS} = 2x$, $\angle\mathrm{POS} = 4x$,
$\angle\mathrm{AOS} = 4x - x = 3x$
$\angle\mathrm{AOP} : \angle\mathrm{AOS} =$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AS}}$
$x : 3x = 2 :$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AS}}$
$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AS}} = 6(\mathrm{cm})$

39. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A = 30°$, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DG} = 1$, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 와 5.0pt$\overset{\frown}{AG}$ 의 길이는 각각 원주의 $\frac{1}{12}$ 이다. $\overline{DG}$ 가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



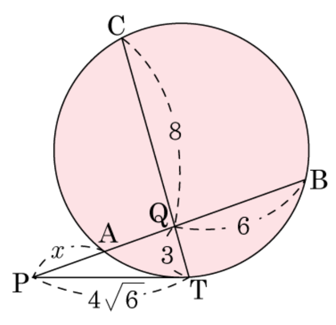
▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 2\sqrt{3}$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AG}$ 가 원주의 $\frac{1}{12}$ 이므로
$\angle ACG = 15°$, $\angle GCB = 90°$ 이다.
즉, $\overline{GB}$ 는 원의 지름이다.
또 $\overline{DB} = \overline{AG}$ 이고, $\angle BAG = \angle GDB = 90°$ 이므로 $\triangle EAG = \triangle EBD$ 이다.
$\angle AEG = 30°$, $\angle AGE = 60°$ 이므로 $\overline{DE} = x$ 라 놓으면, $\overline{AE} = x$ 이고 $\overline{AE} : \overline{EG} = \sqrt{3} : 2$ 이므로
$x : \overline{EG} = \sqrt{3} : 2$
$\therefore\ \overline{EG} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$
이때, $\overline{DE} + \overline{EG} = \overline{DG} = 1$ 이므로 $x + \frac{2\sqrt{3}}{3}x = 1$
$\therefore\ x = -3 + 2\sqrt{3}$

40. 다음 그림에서 원 밖의 한 점 P 에서 그은 접선 PT 와 할선 PB 가 다음과 같을 때, x 의 값은?



① 3　　② 4　　③ 5
④ 6　　⑤ 7

해설

$\overline{\mathrm{AQ}} \times \overline{\mathrm{QB}} = \overline{\mathrm{CQ}} \times \overline{\mathrm{QT}}$

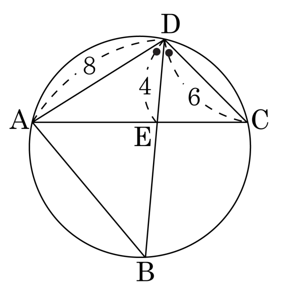
$\overline{\mathrm{AQ}} \times 6 = 8 \times 3 \qquad \therefore\ \overline{\mathrm{AQ}} = 4$

$\overline{\mathrm{PT}}^2 = \overline{\mathrm{PA}} \times \overline{\mathrm{PB}}$ 에서 $(4\sqrt{6})^2 = x(x+10)$

$x^2 + 10x - 96 = 0$

$(x+16)(x-6) = 0 \qquad \therefore\ x = 6\ (\because\ x > 0)$

41. 다음 그림과 같이 $\angle ADB = \angle BDC$ 이고 $\overline{AD} = 8$, $\overline{DE} = 4$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



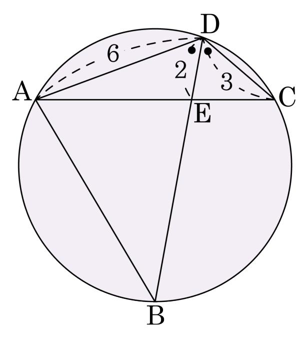
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\angle BDC = \angle BAC$ (5.0pt$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각),
$\angle ABD = \angle ACD$ (5.0pt$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각) 이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AD} : \overline{DE} = \overline{BD} : \overline{CD}$
즉, $8 : 4 = (4 + \overline{EB}) : 6$
$8 \times 6 = 4 \times (4 + \overline{EB})$
$\therefore\ \overline{EB} = 8$

42. 다음 그림과 같이 $\angle ADB = \angle BDC$ 이고 $\overline{AD} = 6$, $\overline{DE} = 2$, $\overline{CD} = 3$ 일 때, $\overline{EB}$ 의 길이는?



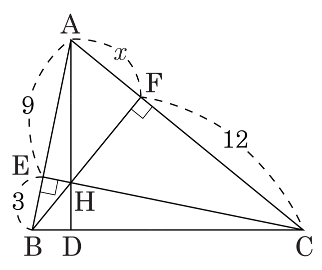
① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ 5

④ 7 ⑤ 11

해설

$\angle BDC = \angle BAC$ (5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대한 원주각),
$\angle ABD = \angle ACD$ (5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ 에 대한 원주각) 이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)
$\therefore\ \overline{AD} : \overline{DE} = \overline{BD} : \overline{CD}$
즉, $6 : 2 = (2 + \overline{EB}) : 3$
$6 \times 3 = 2 \times (2 + \overline{EB})$
$\therefore\ \overline{EB} = 7$

43. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

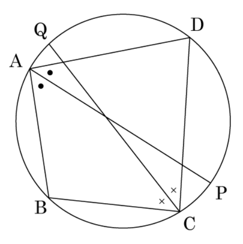
$9 \times 12 = x(x + 12)$

$108 = x^2 + 12x, x^2 + 12x - 108 = 0$

$(x + 18)(x - 6) = 0$

$\therefore x = 6 (\because x > 0)$

44. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 사각형 ABCD 가 내접하고 있다. $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선과 원과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{QDP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3π cm

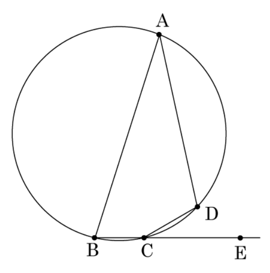
해설

$\angle BAD + \angle BCD = 180°$ 이므로

$\angle PAD + \angle DCQ = 90°$

$\therefore$ 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{QDP}$ $=$ 5.0pt$\overset{\frown}{QD}$ $+$ 5.0pt$\overset{\frown}{DP}$ $= (2\pi \times 3) \div 2 = 3\pi(\text{cm})$

45. 다음 그림에서 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ADC}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{2}{5}$, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$ 의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$ 일 때, $\angle\mathrm{ADC}+\angle\mathrm{DCE}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\circ}$

▷ 정답 : 138 $\underline{\circ}$

해설

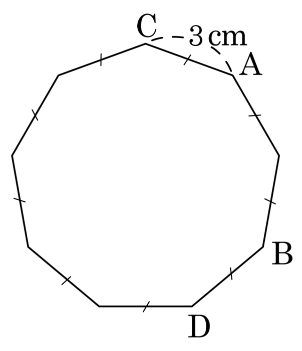
$\angle\mathrm{ADC}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{5}\times 360^\circ\right)=108^\circ$

$\angle\mathrm{BAD}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{6}\times 360^\circ\right)=30^\circ$

$\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{DCE}=30^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{ADC}+\angle\mathrm{DCE}=108^\circ+30^\circ=138^\circ$

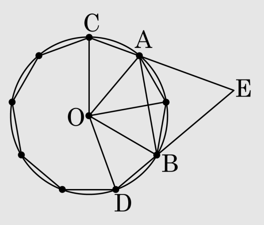
46. 한 변의 길이가 3cm 인 정구각형에서 가장 짧은 대각선의 길이를 5cm 라 할 때, 가장 긴 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

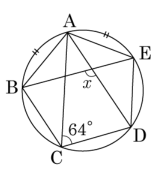
해설



$\overline{\mathrm{CD}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ECD}$ 와 $\triangle\mathrm{EAB}$ 는 모두 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CA}} + \overline{\mathrm{AE}}(\overline{\mathrm{AB}}) = 3 + 5 = 8(\mathrm{cm})$

47. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} =$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 이고 $\angle \mathrm{ACD} = 64°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



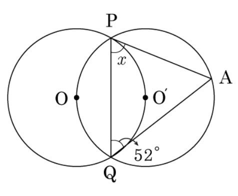
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 116 °

해설

□ACDE 에서
$\angle \mathrm{AED} = 180° - \angle \mathrm{ACD} = 180° - 64° = 116°$ 이다.
5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} =$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 이므로
$\angle \mathrm{ABE} = \angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{ADE} = \angle \mathrm{BEA} = \angle y$ 라 하면
$\angle \mathrm{BED} = 116° - \angle y$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle \mathrm{BED} + \angle \mathrm{ADE} = 116° - \angle y + \angle y = 116°$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 서로의 중심을 지나고 반지름의 길이가 같은 두 원 O, O′ 이 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle AQP = 52°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

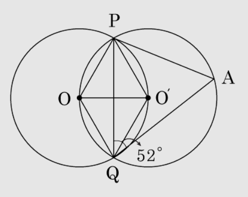


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 68 °

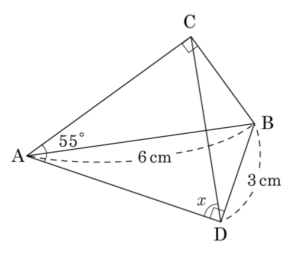
해설

두 원의 반지름의 길이가 같으므로
$\overline{OO'} = \overline{OP} = \overline{O'P} = \overline{OQ} = \overline{O'Q}$
즉, $\triangle POO'$ 과 $\triangle QOO'$ 은 모두 정삼각형이다.



$\therefore\ \angle POQ = 60° \times 2 = 120°$
또한, 사각형 POQA 는 원 O′ 에 내접하므로
$\angle PAQ = 180° - 120° = 60°$
따라서 삼각형 APQ 에서
$\angle APQ = 180° - 52° - 60° = 68°$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\angle A = 55°$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



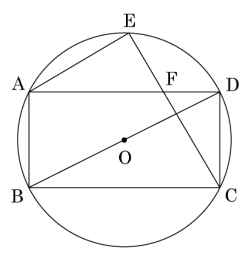
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 65 °

해설

$\angle C = \angle D = 90°$ 이므로 사각형 ABCD 는 원에 내접하는 사각형이다. 즉, 원의 중심을 O 라 하면 중심 O 는 AB 위에 있다.
직각삼각형 ABD 에서 $\overline{AB} : \overline{BD} = 6 : 3 = 2 : 1$ 이므로 특수한 직각삼각형의 변의 길이에서
$\angle DAB = 30°$, $\angle ABD = 60°$
$\therefore\ \angle CAB = 55° - 30° = 25°$
$\angle CDB = \angle CAB = 25°$ (5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 에 대한 원주각)
$\therefore\ \angle x = 90° - 25° = 65°$

50. 다음 그림과 같이 점 A, B, C, D, E 가 원 위에 있고 다음과 같이 연결한 도형에서 $\angle ABC + BCE + \angle FEA + \angle EAF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 270 °

해설

$\angle EAF = \angle FCD$ (5.0pt$\overset{\frown}{ED}$ 의 원주각)
$\angle FEA = \angle FDC$ (5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ 의 원주각)

$\therefore \angle ABC + \angle BCE + \angle FEA + \angle EAF$
$= \angle ABC + \angle BCE + \angle FCD + \angle FDC$
$= 360° - 90° = 270°$