

1. 평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x + 3, y + 2)$ 에 의하여 점 $(-1, 3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 3)$ ② $(4, 6)$ ③ $(2, 5)$ ④ $(3, 9)$ ⑤ $(5, 6)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 것이다.
구하는 점의 좌표는 $(-1 + 3, 3 + 2)$,
즉 $(2, 5)$

2. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$

② $(2, 2)$

③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

$$(1+a, 2+b) = (-1, 4)$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 2$$

$$\therefore (x+2, y+2) = (0, 0)$$

$$\Rightarrow x = 2, \quad y = -2$$

$$\Rightarrow (2, -2)$$

3. 점 $(2, -3)$ 을 점 $(-1, 2)$ 로 옮기는 평행이동을 T 라 할 때, 점 $(-2, 5)$ 는 T 에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(1, 0)$

② $(-5, 10)$

③ $(-3, 5)$

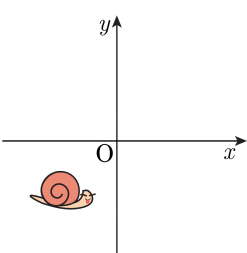
④ $(5, 10)$

⑤ $(3, -5)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 $+5$ 만큼 평행이동 하는 변환이므로
 $(-2-3, 5+5) = (-5, 10)$ 으로 옮겨진다.

4. 직교좌표계를 사용했을 때, 달팽이의 현재 위치는 $(-10, -10)$ 이다. 이 달팽이는 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다고 한다. 이 달팽이가 원점에 도달하는데 걸린 시간은 몇 분인지 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 5 분

해설

달팽이가 x 축 방향으로 2, y 축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다.

즉, $(-10, -10)$ 에서 $(-8, -8)$ 까지 가는데 1 분, $(-6, -6)$ 까지 가는데 2 분, 같은 식으로 하면 원점에 도달하는데 총 5 분이 걸린다.

5. 점 $P_1(1, 2)$ 를 점 $P_2(-1, 4)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

- ① $(0, 0)$ ② $(1, 1)$ ③ $(4, 0)$
④ $(4, -4)$ ⑤ $(1, 2)$

해설

주어진 평행이동은 x 축 방향으로 -2 , y 축 방향으로 $+2$ 만큼 평행이동하므로 $(2-2, -2+2) = (0, 0)$ 으로 이동한다.

6. 점 $(1, 2)$ 를 점 $(-2, -1)$ 로 옮기는 평행이동에 대하여 직선 $y = -2x + k$ 로 옮겨질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

점 $(1, 2)$ 를 점 $(-2, -1)$ 로 옮기는 평행이동을
 $T : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라고 하면,
 $(1, 2) \xrightarrow{T} (-2, -1)$ 에서
 $1 + m = -2, 2 + n = -1 \quad \therefore m = -3, n = -3$
 $\therefore T : (x, y) \rightarrow (x - 3, y - 3)$
따라서, T 는 x 축의 방향으로 -3 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 옮기는 평행이동이다.
평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x - 3, y - 3)$ 에 의하여
직선 $y = -2x + k$ 는
직선 $y + 3 = -2(x + 3) + k$ 로 옮겨진다.
이 때, 이 직선이 원점을 지나므로
 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $3 = -6 + k \quad \therefore k = 9$

7. 점 $(2, 3)$ 을 점 $(1, 5)$ 로 옮기는 평행이동 T 에 의하여 직선 $y = ax + b$ 가 직선 $y = 3x - 2$ 로 옮겨질 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -21

해설

평행이동 T 에 의하여 점 $(2, 3)$ 이 점 $(1, 5)$ 로 옮겨지므로
 $T : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 이라고 하면,

$(2, 3) \xrightarrow{T} (1, 5)$ 에서

$$2 + m = 1, 3 + n = 5 \quad \therefore m = -1, n = 2$$

$$\therefore T : (x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$$

따라서, T 는 x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 평행이동이다.

한편, 평행이동 T 에 의하여 직선 $y = ax + b$ 가

옮겨지는 직선의 방정식은

$$y - 2 = a(x + 1) + b$$

$$\therefore y = ax + a + b + 2 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때, $\textcircled{1}$ 이 $y = 3x - 2$ 와 같아야 하므로

$$a = 3, a + b + 2 = -2$$

$$\therefore a = 3, b = -7 \quad \therefore ab = -21$$

8. 원 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$ 를 원 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 5$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+3y+2=0$ 은 직선 $x+ay+b=0$ 으로 옮겨진다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=2$

해설

원의 평행이동은 원의 중심의 평행이동과 일치하므로
주어진 두 원의 중심의 좌표를 구하면
 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 5 \rightarrow$ 원의 중심 : $(2,3)$
 $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 5 \rightarrow$ 원의 중심 : $(-1,5)$
점 $(-1, 5)$ 는 점 $(2,3)$ 을 x 축의 방향으로
 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행 이동한 것이다.
따라서 직선 $x+3y+2=0$ 을 x 축의 방향으로
 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 직선의 방정식은
 $(x+3)+3(y-2)+2=0$
 $\therefore x+3y-1=0 \cdots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $x+ay+b=0$ 과 일치하므로
 $a=3, b=-1 \therefore a+b=2$

9. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을 평행이동하여 원 $x^2 + y^2 = c$ 를 얻었다. 이 때, 상수 c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $c = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 + 4x - 6y + 8 = 0$ 을

표준형으로 바꾸면 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$

$\therefore c = 5$

10. 직선 $3x + 4y - 5 = 0$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동시켰을 때, 이 직선의 y 절편의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ -8

해설

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하므로 $3(x - 2) + 4(y + 3) - 5 = 0$ 으로 이동한다.

이 직선의 y 절편은 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -\frac{1}{4}$

11. 좌표평면에서 점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동에 의해 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 은 원 $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨진다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

점 $(3, -1)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기는 평행이동은 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 에서
 x 대신에 $x + 2$ 를, y 대신에 $y - 3$ 을 대입하면
 $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + a(x + 2) + b(y - 3) + c = 0$
정리하면

$x^2 + y^2 + (a + 4)x + (b - 6)y + 2a - 3b + c + 13 = 0$
이 식과 $x^2 + y^2 = 1$ 이 일치하므로

$a + 4 = 0, b - 6 = 0, 2a - 3b + c + 13 = -1$

$\therefore a = -4, b = 6, c = 12$

$\therefore a + b + c = 14$

해설

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 1$
전개하면 $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$
 $\therefore a = -4, b = 6, c = 12$

12. 직선 $l: x + y = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 직선을 m 이라고 할 때, 두 직선 l, m 과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 6 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 7 ⑤ $\frac{15}{2}$

해설

직선 $l: x + y = 1$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한
 직선의 방정식은 $(x - 2) + (y - 1) = 1$
 $\therefore m: x + y = 4$

따라서, 두 직선 l, m 과 x 축 및 y 축으
 로

둘러싸인 도형은 다음 그림의 사각형 ABCD 이므로 그 넓이는

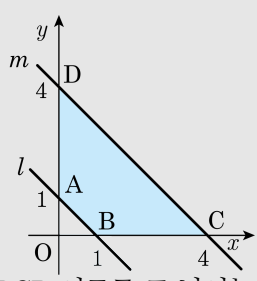
삼각형 OCD 의 넓이에서

삼각형 OBA 의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore \square ABCD = \triangle OCD - \triangle OBA$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1$$

$$= \frac{15}{2}$$



13. 직선 $2x + ay + b = 0$ 을 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하였더니 직선 $3x + 2y - 6 = 0$ 과 x 축 위의 점에서 직교하였다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -16 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

해설

직선 $2x + ay + b = 0$ 을
 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면,
 $2(x + 3) + a(y - 1) + b = 0$
 $2x + ay - a + b + 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$
즉, 직선 $\textcircled{1}$ 의 기울기는 $-\frac{2}{a}$ 이고,
 x 절편은 $\frac{a - b - 6}{2}$ 이다.
이 때, 직선 $\textcircled{1}$ 이 직선 $3x + 2y - 6 = 0$,
즉 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 과 x 절편이 같고
서로 직교하므로
(i) $\frac{a - b - 6}{2} = 2$
 $\therefore a - b = 10$
(ii) $-\frac{2}{a} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 \quad \therefore a = -3$
따라서 (i), (ii)에서 $a = -3$, $b = -13$ 이므로
 $a + b = -3 + (-13) = -16$

14. 좌표평면 위의 점 $P(x, y)$ 가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다. P 가 점 $A(6, 5)$ 에서 출발하여 어떤 점 B 에서 더 이상 이동하지 않게 되었다. A 에서 B 에 이르기까지 이동한 횟수는?

- ㉠ $y = 2x$ 이면 이동하지 않는다.

㉡ $y < 2x$ 이면 x 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

㉢ $y > 2x$ 이면 y 축 방향으로 -1 만큼 이동한다.

① 4회 ② 5회 ③ 6회 ④ 7회 ⑤ 8회

해설

$(6, 5) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (4, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (2, 5) \rightarrow (2, 4)$
 $\therefore 5$ 회 이동한다.

15. 점 $(1, 2)$ 를 점 (a, b) 로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $x+2y-1=0$ 은 직선 $x+2y-4=0$ 으로 이동하였다. 이때, $a+2b$ 의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 6
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동했다고 하면,
 $(x-m)+2(y-n)-1=0$, $x+2y-m-2n-1=0$ 을
 $x+2y-4=0$ 과 비교해 보면,
 $-m-2n=-3 \cdots \textcircled{1}$
점 $(1, 2)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동 시키면,
 $(1+m, 2+n)$
 $\Rightarrow 1+m=a, 2+n=b$
 $\Rightarrow a+2b=m+1+4+2n=8$
($\because \textcircled{1}$ 에서 $m+2n=3$)

16. 직선 $y = 2x + a$ 를 x 축으로 2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동하면 $x^2 + y^2 = 5$ 와 접한다고 한다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$f(x : y) \rightarrow (x + 2, y + 1)$$

$$y = 2x + a \xrightarrow{f} (y - 1) = 2 \cdot (x - 2) + a$$

$$y = 2x - 4 + a + 1 = 2x + a - 3$$

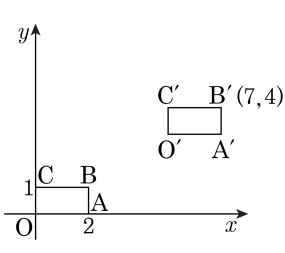
직선 $2x - y + (a - 3) = 0$ 과 $(0, 0)$ 과의 거리가 $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |a - 3| = 5$$

$$a - 3 = \pm 5, a = 3 \pm 5$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

17. 좌표평면에서 원점 O 와 두 점 A(2, 0), C(0, 1) 에 대하여 $\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 두 변으로 하는 직사각형 OABC 를 평행 이동하여 $O \rightarrow O', A \rightarrow A', B \rightarrow B', C \rightarrow C'$ 으로 옮겨지도록 하였다. 점 B' 의 좌표가 (7, 4) 일 때, 직선 A'C' 의 방정식은?



- ① $x + 2y - 10 = 0$
 ② $x + 2y - 13 = 0$
- ③ $x + 2y - 16 = 0$
 ④ $2x + 3y - 17 = 0$
- ⑤ $2x + 3y - 19 = 0$

해설

점 B(2,1) 이 점 B'(7,4) 로 옮겨지므로
 직사각형 O'A'B'C' 은 직사각형 OABC 를
 x 축의 방향으로 5, y 축의 방향으로 3만큼 평행 이동한 것이다.
 따라서 두 점 A(2,0), C(0,1) 은 각각 A'(7,3), C'(5,4) 로 옮겨
 지므로

직선 A'C' 의 방정식은 $y - 3 = \frac{4 - 3}{5 - 7}(x - 7)$

$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}$

$\therefore x + 2y - 13 = 0$

해설

직선 A'C' 은 직선 AC 를 평행이동한 것이므로
 직선 A'C' 의 기울기는 직선 AC 의 기울기인 $-\frac{1}{2}$ 이다.

한편, $\overline{AB} = \overline{A'B'} = 1$ 에서 점 A' 의 좌표는 (7,3) 이므로
 이것을 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 에 대입하여 정리하면 $b = \frac{13}{2}$ 이다.

따라서 구하는 직선 A'C' 의 방정식은

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2},$

$\therefore x + 2y - 13 = 0$

18. 원 $x^2 + (y - 1)^2 = 36$ 의 넓이를 이등분하는 직선 $y = mx + n$ 을 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원 $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 49$ 의 넓이를 이등분하였다. 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

원의 넓이를 이등분하려면
원의 중심을 지나야 하므로
 $y = mx + n$ 은 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
 $1 = n \cdots \textcircled{1}$
직선 $y = mx + n$ 를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면
 $y - 2 = m(x - 1) + n$ 이 직선이
점 $(4, -3)$ 을 지나므로
 $-5 = 3m + n \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $m = -2, n = 1$
 $\therefore m + n = -2 + 1 = -1$

19. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ 인 원을 x 축 방향으로 a 만큼 y 축 방향으로 b 만큼
평행이동 하면, 처음 원과 외접한다고 할 때, a, b 사이의 관계식은?

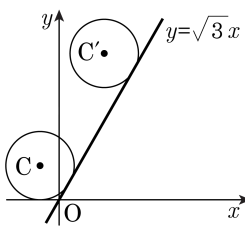
- ① $a^2 + b^2 = 1$
- ② $a^2 + b^2 = 4$
- ③ $a^2 + b^2 = 9$

- ④ $a^2 + b^2 = 16$
- ⑤ $a^2 + b^2 = 25$

해설

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \cdots \textcircled{A}$
원 $\textcircled{A}$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 의 방향으로 b 만큼 평행이동하면
 $\{(x-a)-1\}^2 + \{(y-b)+2\}^2 = 4$
 $\{x-(a+1)\}^2 + \{y-(b-2)\}^2 = 4 \cdots \textcircled{B}$
원 $\textcircled{A}$ 과 원 $\textcircled{B}$ 이 외접하므로 중심거리 d 와 두 원 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 반지
름의 길이의 합이 서로 같아야 한다.
 $\therefore d = \sqrt{(a+1-1)^2 + (b-2+2)^2}$
 $= \sqrt{a^2 + b^2} = 2 + 2 = 4$
 $\therefore a^2 + b^2 = 16$

20. 다음 그림과 같이 직선 $y = \sqrt{3}x$ 와 x 축에 접하는 반지름의 길이가 1인 $C : (x + \frac{1}{\sqrt{3}})^2 + (y - 1)^2 = 1$ 이 있다. 이것을 직선 $y = \sqrt{3}x$ 위로 두 바퀴 굴려 원 C' 의 방정식이 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 1$ 이 된다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하면?



- ① $\frac{3 + \sqrt{2}}{3} + (2\sqrt{2} + 1)\pi$

② $\frac{3 - \sqrt{2}}{3} + (2\sqrt{2} - 1)\pi$
- ③ $\frac{3 + \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 1)\pi$

④ $\frac{3 - \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 2)\pi$
- ⑤ $\frac{3 - \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 1)\pi$

해설

i) 원 C 와 원 C' 의 중심을 지나는 직선의 기울기는 $\sqrt{3}$ 이므로 $\frac{b - 1}{a + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$ 에서 $b = \sqrt{3}a + 2$

ii) 원이 두 바퀴 굴러 갔으므로 원 중심 사이의 거리는 4π 이다.

$$\Rightarrow (a + \frac{1}{\sqrt{3}})^2 + (b - 1)^2 = 16\pi^2$$

i) 을 ii) 에 대입하여 정리하면,

$$4a^2 + \frac{8}{3}\sqrt{3}a + \frac{4}{3} = 16\pi^2$$

$$3a^2 + 2\sqrt{3}a + 1 = 12\pi^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{3}a + 1)^2 = (2\sqrt{3}\pi)^2$$

$$\Rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}\pi - 1}{\sqrt{3}} \quad (\because a > 0)$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{3}\pi + 1$$

$$\therefore a + b = \frac{3 - \sqrt{3}}{3} + (2\sqrt{3} + 2)\pi$$