

1. 다음 ()안에 알맞은 수는?

1, 5, 9, (), 17

- ① 10 ② 11 ③ 13 ④ 14 ⑤ 16

해설

나열된 각 수는 $4n + 1$ 의 꼴이다.
따라서 ()안에 들어갈 수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

2. $\left\{\frac{1}{n(n+1)}\right\}$ 의 제 10항은?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{11}$

③ $\frac{1}{110}$

④ $\frac{1}{111}$

⑤ $\frac{1}{1010}$

해설

$$\frac{1}{10 \cdot 11} = \frac{1}{110}$$

3. 첫째항이 12, 공차가 -7 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-7n + 19$

② $-7n - 7$

③ $-7n - 12$

④ $7n - 5$

⑤ $7n + 12$

해설

$$a_n = 12 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 19$$

4. 세 수 4, x , -6 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 는 4와 -6 의 등차중항이므로
 $2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore x = -1$

5. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{ 2 \cdot (-4) + (17 - 1) \cdot 3 \}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

6. 첫째항이 3, 공비가 3 인 등비수열의 일반항 a_n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a_n = 3^n$

해설

$$a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$$

7. 다음 등비수열에서 ()안에 알맞은 수는?

32, -8, 2, $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, ()

- ① $-\frac{1}{16}$
- ② $-\frac{1}{18}$
- ③ $-\frac{1}{24}$
- ④ $-\frac{1}{32}$
- ⑤ $-\frac{1}{64}$

해설

공비가 $-\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로

$$\frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{32}$$

8. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

- ① 61 ② 122 ③ 244 ④ 361 ⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ 에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{20} 의 값은?

① 38

② 39

③ 41

④ 42

⑤ 43

해설

$$a_{20} = S_{20} - S_{19}$$

$$S_{20} = 20^2 + 40 - 1 = 439,$$

$$S_{19} = 19^2 + 38 - 1 = 398$$

$$\therefore a_{20} = 439 - 398 = 41$$

10. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$ 일 때, a_{15} 의 값은?

① 40

② 43

③ 46

④ 49

⑤ 52

해설

첫째항을 a 라 하면 $a_n = a + (n-1) \cdot 3$ 이므로

$$a_4 = a + 9, a_9 = a + 24$$

이때, $(a+9) : (a+24) = 2 : 5$ 에서

$$5(a+9) = 2(a+24)$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a_{15} = 1 + (15-1) \cdot 3 = 43$$

11. 등차수열 $10, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{99}, -390$ 에서 공차는?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} b_1 &= 10, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, \\ b_{100} &= a_{99}, b_{101} = -390 \\ \therefore b_{101} &= 10 + (101 - 1) \cdot d = -390 \\ 100d &= -400 \\ \therefore d &= -4 \end{aligned}$$

12. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$

$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$

13. 수열 $-3, a, b, c, 13$ 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$a - (-3) = d$$

$$b - a = d$$

$$c - b = d$$

$$13 - c = d$$

좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리

$$\text{더하면 } 13 - (-3) = 4d \therefore d = 4$$

$$\therefore a = -3 + 4 = 1$$

$$b = 1 + 4 = 5$$

$$c = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

14. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8 항

② 제 9 항

③ 제 10 항

④ 제 11 항

⑤ 제 12 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, \quad 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

15. 조화수열 $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$ 의 일반항은?

① $2n - 1$

② $2n + 1$

③ $\frac{3}{n}$

④ $\frac{6}{n}$

⑤ $\frac{1}{2n + 1}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = 3, 5, 7, 9, \dots$$

등차수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은 $2n + 1$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $\frac{1}{2n + 1}$

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$$

$$\therefore 4a + 48d = 32$$

$$a + 12d = 8$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2} \\ &= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2} \\ &= 25 \times 8 = 200 \end{aligned}$$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n$ 일 때, a_{100} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$$\begin{aligned} a_{100} &= S_{100} - S_{99} \\ &= 100^2 - 3 \cdot 100 - (99^2 - 3 \cdot 99) \\ &= (100^2 - 99^2) - 3(100 - 99) \\ &= 199 - 3 \\ &= 196 \end{aligned}$$

18. 등비증항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, □안에 알맞은 수를 모두 더하면?

-2, □, -8, □, □, 64,...

- ① -11 ② -12 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$
따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$
 $\therefore 4 + 16 - 32 = -12$

19. 양수 x, y 에 대하여 $\sqrt{2} + 1, x, \sqrt{2} - 1, y$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x + y$ 의 값은?

① $-2\sqrt{2}$

② $1 - 2\sqrt{2}$

③ $4 - 2\sqrt{2}$

④ $1 + 2\sqrt{2}$

⑤ $4 + 2\sqrt{2}$

해설

x 는 $\sqrt{2} + 1$ 과 $\sqrt{2} - 1$ 의 등비중항이므로

$x^2 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$ 이므로

$\therefore x = 1$ ($\because x > 0$)

따라서 이 수열의 공비는 $\sqrt{2} - 1$ 이므로

$y = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4 - \sqrt{2}$

20. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

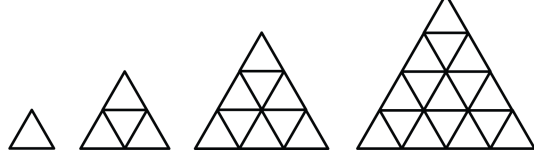
해설

$$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}, \quad S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$$

이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

21. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6 배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30개 ② 32개 ③ 34개 ④ 36개 ⑤ 38개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

⋮

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

22. 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1, a_5 = b_7, b_{22} = 10$ 일 때, $a_k = 10$ 을 만족시키는 양의 정수 k 의 값은? (단, $a_1 \neq 10$)

- ① 12 ② 14 ③ 15 ④ 21 ⑤ 22

해설

$\{a_n\}$ 의 공차를 $x, \{b_n\}$ 의 공차를 y 라 하면

$$a_n = a_1 + (n - 1)x$$

$$b_n = b_1 + (n - 1)y$$

$$a_1 + 4x = b_1 + 6y$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x$$

$$b_{22} = b_1 + 21y = 10$$

$$a_k = a_1 + (k - 1)x = 10$$

$$a_1 = b_1 \text{ 이므로 } a_1 = 10 - 21y$$

$$10 - 21y + (k - 1)x = 10$$

$$y = \frac{2}{3}x \text{ 이므로}$$

$$10 - 14x + (k - 1)x = 10$$

$$-14x + (k - 1)x = 0$$

$$(k - 15)x = 0$$

$$(i) \ x \neq 0 \text{ 일 때, } k = 15$$

$$(ii) \ x = 0 \text{ 일 때 } y = 0 \text{ 이므로 } b_{22} = \cdots = b_1 = 10$$

$$b_1 = a_1 \text{ 이므로 } a_1 = 10$$

그런데 $a_1 \neq 10$ 이 아니므로

$x = 0$ 이 될 수 없다.

$$\therefore k = 15$$

23. $a_1 = 1$, $a_{10} = 37$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{100}) - (a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면
 $a_{10} - a_1 = a_1 + 9d - a_1 = 9d = 36 \therefore d = 4$
이때, $a_{n+1} - a_n = d = 4$ 이므로
 $(a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{100}) - (a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{99})$
 $= (a_2 - a_1) + (a_4 - a_3) + \cdots + (a_{100} - a_{99})$
 $= 4 + 4 + \cdots + 4 = 4 \times 50 = 200$

24. 50과 100 사이의 자연수 중 3의 배수의 총합은?

- ① 1176 ② 1200 ③ 1225 ④ 1275 ⑤ 1300

해설

50 ~ 100사이의 3의 배수는
51에서 시작하여 99로 끝나는
공차가 3인 등차수열이므로

$$\frac{(33 - 17 + 1)(51 + 99)}{2}$$

$$= \frac{17 \cdot 150}{2} = 1275$$

25. 첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음 음수가 되는가?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은

$$\frac{n\{2 \cdot 45 + (n-1) \cdot (-4)\}}{2} = n(47-2n)$$

$$n(47-2n) < 0 \text{에서 } n < 0 \text{ 또는 } n > \frac{47}{2}$$

$$n > 0 \text{이므로 } n > \frac{47}{2} = 23.5$$

따라서 주어진 수열은 첫째항부터 제 24항까지의 합이 처음으로 음수가 된다.

26. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = n^2 - n$ 으로 표시되는 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{10} 의 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

(i) $n \geq 2$ 일 때

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (n^2 - n) - \{(n-1)^2 - (n-1)\}$$

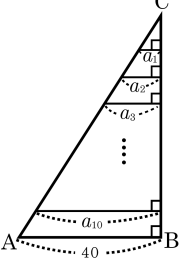
$$= 2n - 2$$

(ii) $n = 1$ 일 때, $a_1 = S_1 = 1^2 - 1 = 0$

(i), (ii)에서 $a_n = 2n - 2$ ($n \geq 1$)

$$\therefore a_{10} = 2 \cdot 10 - 2 = 18$$

27. 오른쪽 그림과 같이 밑변 AB 의 길이가 40인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변 AC 를 11등분하여 변 AB 와 평행한 10개의 선분을 그려 그 길이를 각각 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 이라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$a_1 + a_{10} = 40, a_2 + a_9 = 40, \dots, a_5 + a_6 = 40$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 40 \times 5 = 200$

28. 0이 아닌 다섯 개의 수 a, b, c, d, e 에 대하여 a, b, c 는 이 순서로 조화수열을, b, c, d 는 이 순서로 등비수열을, c, d, e 는 이 순서로 등차수열을 이룰 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① a, c, e 는 이 순서로 등차수열을 이룬다.
- ② a, c, e 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.
- ③ a, c, e 는 이 순서로 조화수열을 이룬다.
- ④ a, e, c 는 이 순서로 등차수열을 이룬다.
- ⑤ a, e, c 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.

해설

b 는 a 와 c 의 조화중항이므로 $b = \frac{2ac}{a+c} \dots \textcircled{㉠}$

c 는 b 와 d 의 등비중항이므로 $c^2 = bc \dots \textcircled{㉡}$

d 는 c 와 e 의 등차중항이므로 $d = \frac{c+e}{2} \dots \textcircled{㉢}$

㉠, ㉡을 ㉢에 대입하면

$$c^2 = \frac{2ac}{a+c} \times \frac{c+e}{2}, c^2 = \frac{ac(c+e)}{a+c}$$

$$c = \frac{a(c+e)}{a+c}, ac + c^2 = ac + ae \quad \therefore c^2 = ae$$

따라서, a, c, e 는 이 순서로 등비수열을 이룬다.

29. 5개의 수 1, x , y , z , 16이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 세 실수 x , y , z 에 대하여 $x+y+z$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 구하여 더하면?

① -10 ② -8 ③ 8 ④ 10 ⑤ 18

해설

y 는 1과 16의 등비중항이므로 $y^2 = 16 \quad \therefore y = \pm 4$

(i) $y = 4$ 일 때, x 는 1과 4의 등비중항이므로

$$x^2 = 4 \quad \therefore x = \pm 2$$

이때, $x = 2$ 이면 공비가 2가 되므로 $z = 8$

또, $x = -2$ 이면 공비가 -2 가 되므로 $z = -8$

(ii) $y = -4$ 일 때, x 는 1과 -4 의 등차중항이므로 $x^2 = -4$

이것을 만족하는 실수 x 의 값은 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 $x = 2$, $y = 4$, $z = 8$ 또는 $x = -2$, $y = 4$, $z = -8$

이므로

$$x+y+z = 14 \text{ 또는 } x+y+z = -6$$

따라서 $x+y+z$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 더하면 $14+(-6) = 8$

30. 5와 80 사이에 3개의 양수 x, y, z 를 이 순서대로 넣었더니 5개의 수 전체가 등비수열을 이루었다. 이때, $x + y + z$ 의 값은?

① 10 ② 20 ③ 40 ④ 60 ⑤ 70

해설

5, $x, y, z, 80$ 이 순서대로 등비수열을 이루므로 공비를 r 라 하면

$$80 = 5r^4, \quad r^4 = 16 \quad \therefore r = 2 (\because r > 0)$$

$$\therefore x = 5r = 10, \quad y = 5r^2 = 20, \quad z = 5r^3 = 40$$

$$\therefore x + y + z = 10 + 20 + 40 = 70$$

31. 8, a , b 가 이 순서로 등차수열을 이루고, a , b , 36이 이 순서로 등비수열을 이루도록 하는 양수 a , b 의 값을 정할 때, a , b 의 최대공약수는?

① 1 ② 3 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

a 는 8과 b 의 등차중항이므로

$$2a = 8 + b \cdots \textcircled{㉠}$$

b 는 a 와 36의 등비중항이므로

$$b^2 = 36a \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $a = \frac{1}{2}(8 + b)$ 이므로 ㉡에 대입하면

$$b^2 = 18(8 + b), \quad b^2 - 18b - 144 = 0$$

$$(b - 24)(b + 6) = 0$$

$$\therefore b = 24 \text{ 또는 } b = -6$$

그런데 b 는 양수이므로 $b = 24$

$$\therefore a = \frac{1}{2}(8 + 24) = 16$$

16과 24의 최대공약수는 8이다.

32. 공비가 $-\sqrt{6}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = -20$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_8$ 의 값은?

① -740 ② -720 ③ -700 ④ -680 ⑤ -660

해설

수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 $-\sqrt{6}$ 인 등비수열이므로 첫째항을 a , 공비를 r 이라 하면

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a + ar + ar^2 + ar^3 = -20$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = ar^4 + ar^5 + ar^6 + ar^7$$

$$= r^4(a + ar + ar^2 + ar^3)$$

$$= 36 \cdot (-20) = 720$$

$$\text{따라서 } a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_8 = -20 + (-720) = -740$$

33. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합이 5, 첫째항부터 제 20항까지의 합이 30일 때, 첫째항부터 제 30항까지의 합은?

- ① 124 ② 132 ③ 145 ④ 155 ⑤ 162

해설

$$S_{10} = \frac{a(r^{10} - 1)}{r - 1} = 5$$
$$S_{20} = \frac{a(r^{20} - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^{10} - 1)(r^{10} + 1)}{r - 1} = 30$$
$$r^{10} + 1 = 6 \text{ 이므로 } r^{10} = 5$$
$$S_{30} = \frac{a(r^{30} - 1)}{r - 1}$$
$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) \text{ 이므로}$$
$$S_{30} = \frac{a(r^{10} - 1)(r^{20} + r^{10} + 1)}{r - 1}$$
$$= 5 \cdot (r^{20} + r^{10} + 1)$$
$$= 5 \cdot (5^2 + 5 + 1)$$
$$= 5 \cdot 31 = 155$$

34. 다항식 $x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① 511

② 512

③ 513

④ 1023

⑤ 1025

해설

$f(x) = x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ 이라 하면

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$ 이다.

즉, $f(2) = 2^9 + 2^8 + \cdots + 2 + 1$

따라서 $f(2)$ 는 첫째항이 1, 공비가 2, 항수가 10인 등비수열의 합과 같다.

$$\therefore f(2) = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 2^{10} - 1 = 1023$$

35. 수열 8, 4, 2, $\frac{1}{2}, \dots$ 에서 처음으로 $\frac{1}{1000}$ 보다 작게 되는 항은 제 몇 항인가?

① 제11 항

② 제12 항

③ 제13 항

④ 제14 항

⑤ 제15 항

해설

첫째항이 8, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로 일반항은

$$a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$$

이때, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} < \frac{1}{1000}$ 에서 $2^{10} = 1024$ 이므로

$$n - 4 = 10 \quad \therefore n = 14$$

36. 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 하면
 $S_n = n^2 + kn, \log_3(T_n - 1) = n$ 이 성립한다. 두 수열의 제3항이 서로 같을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$S_n = n^2 + kn$ 이므로
 $a_3 = S_3 - S_2$
 $(3^2 + 3k) - (2^2 + 2k) = k + 5$
 $\log_3(T_n - 1) = n$ 에서 $T_n = 3^n + 1$ 이므로
 $b_3 = T_3 - T_2 = 3^3 + 1 - (3^2 + 1)$
 $= 28 - 10 = 18$
이때, $a_3 = b_3$ 이므로 $k + 5 = 18 \quad \therefore k = 13$

37. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단, $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

1년후 원리합계는 $1000\text{만} \times (1.04)^1$
(10년후 원리합계)
 $= 1000\text{만} \times 1.04^{10}$
 $= 1000\text{만} \times 1.48$
 $= 1480\text{만 (원)}$

38. 첫째항이 1, 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n + p\}$ 가 등비수열을 이루도록 하는 상수 p 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$S_n = \frac{3^n - 1}{2}, S_n + p = \frac{3^n - 1 + 2p}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3^{n-1} + \frac{2p-1}{2}$$

그런데 $S_n + p$ 가 등비수열을 이루므로

$$\frac{2p-1}{2} = 0 \quad \therefore p = \frac{1}{2}$$

39. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\log_2(S_n + k) = n - 1$ 을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 등비수열이 되도록 하는 상수 k 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\log_2(S_n + k) = n - 1 \text{ 에서 } S_n + k = 2^{n-1}$$

$$\therefore S_n = 2^{n-1} - k$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 1 - k$$

$$n \geq 2 \text{ 일 때,}$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (2^{n-1} - k) - (2^{n-2} - k)$$

$$= 2^{n-1} - 2^{n-2}$$

$$= (2 - 1)2^{n-2} = 2^{n-2}$$

이 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되려면 $S_1 = a_1$ 을 만족

$$\text{해야 하므로 } 1 - k = 2^{-1} \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

40. 수열 9, 99, 999, 9999, ... 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(10^n - 1) - n$

② $\frac{1}{9}(10^n - 1)$

③ $\frac{8}{9}(10^n - 1) - n$

④ $\frac{10}{9}(10^n - 1)$

⑤ $\frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

해설

$$9 = 10 - 1, 99 = 10^2 - 1, 999 = 10^3 - 1, \dots, \underbrace{99 \cdots 9}_{n\text{개}} = 10^n - 1$$

이므로 구하는 합 S_n 은

$$\begin{aligned} S_n &= 9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{99 \cdots 9}_{n\text{개}} \\ &= (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \cdots \\ &\quad + (10^n - 1) \\ &= (10 + 10^2 + \cdots + 10^n) - n \\ &= \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \\ &= \frac{10}{9}(10^n - 1) - n \end{aligned}$$