

1. $5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 을 만족하는 정수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

$5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 는 $\sqrt{25} \leq \sqrt{3x} < \sqrt{36}$ 이므로 $25 \leq 3x < 36$ 이다.

따라서 $\frac{25}{3} \leq x < 12$ 이므로 정수 x 는 9, 10, 11 이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{7} - \sqrt{3} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

② $\sqrt{0.02} \times \sqrt{2} = 0.2$

③ $\sqrt{6} + \sqrt{4} = \sqrt{10}$

④ $3\sqrt{2} \times \sqrt{12} \div \frac{1}{\sqrt{3}} = 6\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = -2\sqrt{30}$

해설

④ $3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 18\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 0$

3. 다음 보기 중 $x = 1$, $x = 3$ 을 모두 해로 가지는 이차방정식을 골라라.

보기

㉠ $x(x-1) = 0$

㉡ $(x+1)(x-1) = 0$

㉢ $x(x+3) = 0$

㉣ $(x-1)(x-3) = 0$

㉤ $(x+1)(x+3) = 0$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

$x = 1$ 과 $x = 3$ 을 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ㉣뿐이다.

4. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 25 ② 29 ③ 36 ④ 47 ⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$
 $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

6. 다음 이차함수의 그래프 중 그래프의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = x^2$

⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$\frac{1}{2}$ 의 절댓값이 가장 작다. 따라서 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프의 폭이 가장 넓다.

7. $a = 1 - \sqrt{3}$ 일 때,
 $\frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-1 + \sqrt{3}$

해설

$\left(a - \frac{2}{a}\right) > 0$ 이고 $\left(a + \frac{2}{a}\right) < 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a - \frac{2}{a}\right)^2} = a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = \sqrt{\left(a + \frac{2}{a}\right)^2} = -a - \frac{2}{a}$$

$$\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}} = -\frac{4}{a}$$

$$\therefore \frac{4}{\sqrt{a^2 - 4 + \frac{4}{a^2}} + \sqrt{a^2 + 4 + \frac{4}{a^2}}}$$

$$= \frac{4}{-\frac{4}{a}} = -a = -1 + \sqrt{3} \text{ 이다.}$$

8. $(a-b-2c)(a-b+5c)-30c^2$ 을 인수분해하면?

① $(a-b+3c)(a-b-7c)$ ② $(a-b+4c)(a-b+5c)$

③ $(a-b-5c)(a-b+8c)$ ④ $(a-b+5c)(a-b-8c)$

⑤ $(a-b-2c)(a-b+4c)$

해설

$$\begin{aligned} a-b &= t \text{로 놓으면,} \\ (a-b-2c)(a-b+5c)-30c^2 \\ &= (t-2c)(t+5c)-30c^2 \\ &= t^2+3ct-40c^2 \\ &= (t-5c)(t+8c) \\ &= (a-b-5c)(a-b+8c) \end{aligned}$$

9. $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 근일 때, k 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$2x^2 + 3x + k = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times k}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8k}}{4}$$

$$9 - 8k = 17$$

$$\therefore k = -1$$

10. 다음 보기를 만족하는 자연수 n 의 값은?

보기

1부터 n 까지의 합 : 120

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 120 \text{ 이므로 } n^2 + n - 240 = 0 \text{ 이다.}$$

$$(n-15)(n+16) = 240$$

$$\therefore n = 15 (\because n > 0)$$

11. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 점 $(2a, -a-5)$ 를 지날 때, 모든 a 의 값의 합은?

- ① -1 ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$-a - 5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 4ax + 24$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 - 4ax + 24 \\ = (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24$$

꼭짓점 $(2a, -4a^2 + 24)$ 가 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

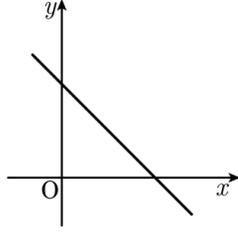
$$-4a^2 + 24 = 4a$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

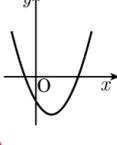
$$(a - 2)(a + 3) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

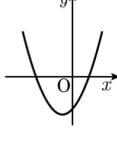
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



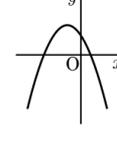
①



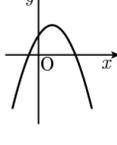
②



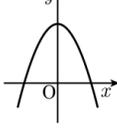
③



④



⑤



해설

기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼편에 있다.

14. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 17 ② 65 ③ 77 ④ 81 ⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

15. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

- ① a^2 ② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2}$ ③ \sqrt{a}
④ $\sqrt{(-a)^2}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1$ 일 때 $a = \frac{1}{4}$ 라 하면

① $a^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

② $\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}} = \sqrt{16} = 4$

③ $\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

④ $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

16. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3}) = 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2}) = 12 - 6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) = -10 + \sqrt{3}$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2}) = 2$

해설

① $\sqrt{32} - 2\sqrt{24} - \sqrt{2}(1 + 2\sqrt{3})$
 $= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - (\sqrt{2} + 2\sqrt{6})$
 $= 4\sqrt{2} - 4\sqrt{6} - \sqrt{2} - 2\sqrt{6}$
 $= 3\sqrt{2} - 6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3 + 2\sqrt{6}) - 3\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
 $= \frac{9}{\sqrt{2}} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $= \frac{9\sqrt{2}}{2} + 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{2}}{2}$
 $= 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24} - 3\sqrt{2})$
 $= \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$
 $= 2 \times (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6} \times 3\sqrt{2}$
 $= 12 - 3\sqrt{12} = 12 - 6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2} + (-2\sqrt{2})^2 - \sqrt{3}\left(2\sqrt{48} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$
 $= 6 + 8 - \sqrt{3}\left(8\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$
 $= 14 - 24 + 1 = -9$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}(2 - \sqrt{2})$
 $= \frac{4\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} + 2 = 2$

17. 수직선 위의 두 점 $A(\sqrt{48})$, $B(\sqrt{192})$ 사이의 점 $M(\sqrt{x})$ 에 대하여 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 3$ 이라 할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 75$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AM} &= \sqrt{x} - \sqrt{48} = \sqrt{x} - 4\sqrt{3} \\ \overline{MB} &= \sqrt{192} - \sqrt{x} = 8\sqrt{3} - \sqrt{x} \\ \overline{AM} : \overline{MB} &= 1 : 3 \text{ 이므로} \\ (\sqrt{x} - 4\sqrt{3}) : (8\sqrt{3} - \sqrt{x}) &= 1 : 3 \\ 8\sqrt{3} - \sqrt{x} &= 3\sqrt{x} - 12\sqrt{3} \\ 20\sqrt{3} &= 4\sqrt{x} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ 1200 &= 16x \\ \therefore x &= 75\end{aligned}$$

18. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

- ① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

19. $x^2 + ax + 15$ 가 $(x + b)(x + c)$ 로 인수분해될 때, 상수 a 의 최댓값을 구하여라.(단, a, b, c 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x + b)(x + c) = x^2 + (b + c)x + bc$$

$bc = 15$ 인 b 와 c 의 조합을 찾는다.

b, c 가 1, 15일 때, $a = 16$

b, c 가 3, 5일 때, $a = 8$

따라서 a 의 최댓값은 16이다.

20. $f(2) = 16$, $f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-16) = \frac{a}{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 149

해설

$$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4) \text{ 에서 } x = 2 \text{ 를 대입하면 } f(2) = f(16) \times 4$$

$$\therefore f(16) = 4$$

$$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4) \text{ 에서}$$

$$f(x^4) = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \text{ 이고}$$

$$f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) = f(-x) \text{ 이므로}$$

$$f(-x) = f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) \\ = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \cdot (-x^2 - 2x + 4)$$

이 식에 $x = 16$ 을 대입하면

$$f(-16) = \frac{4}{(-284)} \times (-220) = \frac{220}{71} \text{ 이다.}$$

$$a = 220, b = 71$$

따라서 $a - b = 149$ 이다.