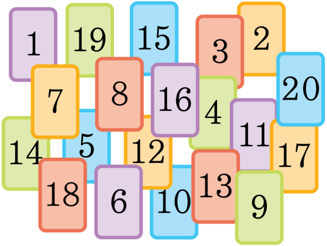
1. 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 20 을 각각 써 놓은 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 4의 배수 또는 7의 배수가 나오는 경우는 모두 몇 가지인지 구하여라.



▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 7 가지

해설

4의 배수는 4, 8, 12, 16, 20로 5가지이고, 7의 배수는 7, 14 로 2가지이다. 따라서 4 의 배수 또는 7의 배수가 나오는 경우의 수는 $5 + 2 = 7$(가지)이다.

2. 6종류의 김밥과 3종류의 라면 중에서 김밥과 라면을 각각 한 개씩 먹으려고 할 때, 먹을 수 있는 방법은 몇 가지인가?

① 8가지　② 9가지　③ 12가지

④ 18가지　⑤ 24가지

해설

김밥을 고르는 경우의 수 : 6가지

라면을 고르는 경우의 수 : 3가지

$\therefore 6 \times 3 = 18$(가지)

3. 5장의 제비 중에서 당첨 제비가 2장 있다. 경은이가 먼저 한 장 뽑은 다음, 준석이가 한 장을 뽑을 때 경은이가 당첨될 확률은? (단, 뽑은 제비는 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

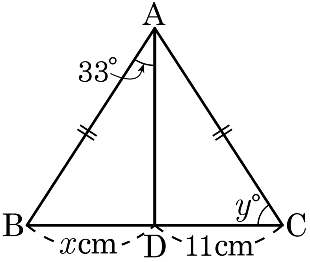
해설

경은이와 준석이가 모두 당첨 제비를 뽑을 확률 : $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

경은이는 당첨 제비를 뽑고, 준석이는 뽑지 못하는 확률 : $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$

경은이가 당첨될 확률 : $\frac{1}{10} + \frac{3}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

4. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33°$일 때, $x + y$의 값은?



① 48 ② 58 ③ 68 ④ 78 ⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

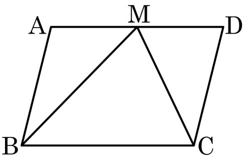
$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$$y = \frac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$$

$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

5. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 하고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 정사각형 ② 마름모 ③ 평행사변형

④ 사다리꼴 ⑤ 직사각형

해설

△ABM 와 △DCM 에서

$\overline{AM} = \overline{MD}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이므로

△ABM ≡ △DCM (SSS 합동)

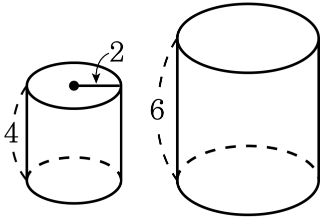
□ABCD 는 평행사변형 이므로 $\angle A + \angle D = 180\,°$

△ABM ≡ △DCM 이므로 $\angle A = \angle D = 90\,°$

평행사변의 한 내각의 크기가 $\angle 90\,°$이다.

∴ □ABCD 는 직사각형

6. 다음 그림에서 두 원기둥이 서로 닮은 도형일 때, 큰 원기둥의 밑면의 넓이는?



① 3π　　② 6π　　③ 9π　　④ 12π　　⑤ 16π

해설

두 원기둥의 닮음비는 $4:6=2:3$이므로 큰 원기둥의 반지름의 길이를 r이라 하면 $2:3=2:r$, $2r=6$, $r=3$이 된다. 따라서 큰 원기둥의 밑면의 넓이는 $3\times3\times\pi=9\pi$이다.

7. 3 종류의 커피 (블랙, 밀크, 설탕) 와 3 종류의 캔 음료 (사이다, 콜라, 환타) 를 각각 한 개씩 자판기 안에 일렬로 나열하려고 한다. 이 중 밀크, 설탕이 이웃하고, 콜라와 환타가 이웃하는 경우의 수를 구하여라.

▶ **답:** ______ 가지

▷ **정답:** 96 가지

해설

밀크와 설탕을 한 묶음으로, 콜라와 환타를 한 묶음으로 하고 일렬로 배열하는 방법은 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지) 이고, (밀크, 설탕), (콜라, 환타) 가 서로 자리를 바꿀 수 있으므로 일렬로 세우는 방법은 $24 \times 2 \times 2 = 96$ (가지) 이다. 그러므로 구하는 경우의 수는 96 (가지) 이다.

8. 주머니 안에 노란 구슬 5 개, 빨간 구슬 6 개, 흰 구슬 몇 개가 들어 있다. 주머니에서 구슬 한 개를 꺼낼 때, 빨간 구슬일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다. 주머니에서 구슬 한 개를 꺼낼 때, 흰 구슬일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{15}$

해설

흰 구슬의 개수를 a 라 하면

$$\frac{6}{5+6+a}=\frac{2}{5},\ \frac{6}{11+a}=\frac{2}{5}$$

$$11+a=15,\ a=4$$

(구하는 확률)$=\frac{4}{5+6+4}=\frac{4}{15}$

9. 주사위를 두 번 던질 때, 두 번째 나온 눈의 수가 첫 번째 나온 눈의 수보다 작지 않을 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

(작지 않다) = (크거나 같다)

$(1,1)$, $(1,2) \cdots (1,6)$, $(2,2) \cdots (2,6)$,

$(3,3) \cdots (3,6)$, $(4,4) \cdots (4,6)$, $(5,5)$, $(5,6)$, $(6,6)$ 이므로

$\therefore 6+5+4+3+2+1 = 21$(가지)

$$\therefore \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

10. 다음 중 항상 닮음인 두 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정사각형	㉡ 두 원
㉢ 두 원뿔	㉣ 두 직육면체
㉤ 두 정육면체	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

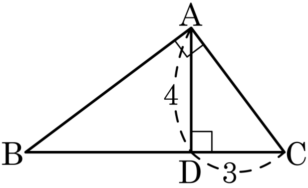
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

모든 원과 변의 개수가 같은 모든 정다각형끼리는 각각 항상 닮음이다. 따라서 ㉠, ㉡, ㉤이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 빗변 $\overline{BC}$ 에 그은 수선의 발을 D 라 하면 $\overline{CD} = 3$, $\overline{AD} = 4$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ 5

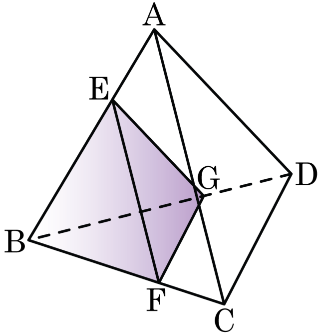
해설

$\overline{AD}^2 = \overline{CD} \times \overline{BD}$ 이므로

$4^2 = 3 \times \overline{BD}$

$\therefore \ \overline{BD} = \frac{16}{3}$

12. 다음 그림과 같이 정사면체 A – BCD 의 각 모서리의 길이를 $\frac{2}{3}$ 로 줄여 작은 정사면체 E – BFG 를 만들었다. 정사면체 A – BCD 의 겉넓이가 90cm^2 일 때, 정사면체 E – BFG 의 겉넓이는 얼마인가?



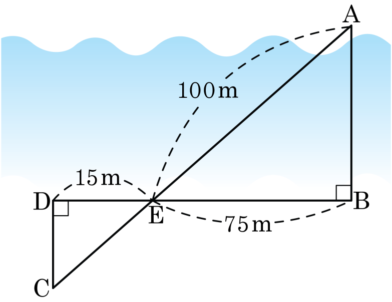
① 40cm^2　② 50cm^2　③ 60cm^2
④ 70cm^2　⑤ 80cm^2

해설

정사면체 A – BCD 와 정사면체 E – BFG 의 닮음비가 3 : 2 이므로 넓이의 비는 9 : 4 이다.

$\therefore$ (정사면체 E – BFG 의 겉넓이)$= 90 \times \frac{4}{9} = 40(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, C 사이의 거리를 알아보기 위하여 측정한 것이다. 이때 두 지점 A, C 사이의 거리는?



① 20 m ② 80 m ③ 120 m

④ 140 m ⑤ 150 m

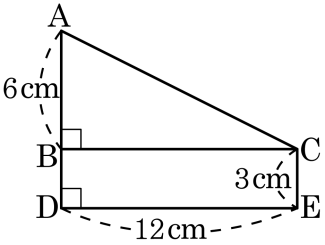
해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{BE} : \overline{DE}$, $100 : \overline{CE} = 75 : 15$

$\therefore \overline{CE} = 20(\mathrm{m})$

$\therefore\ \overline{AC} = 120\,\mathrm{m}$ 이다.

14. $\overline{DE}$ 의 실제 거리가 120m 이고 그 축도가 다음 그림과 같을 때, $\overline{AD}$ 의 실제 거리는?



① 70m　② 75m　③ 80m　④ 85m　⑤ 90m

해설

축척을 구하면 12cm : 12000cm = 1 : 1000 이므로

$\overline{AD}$ 의 실제 거리는 $9 \times 1000 = 9000(\text{cm})$

따라서 90 m 이다.

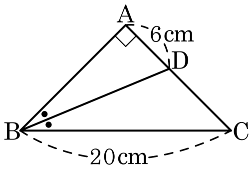
15. 자연수 $2, 3, 4, 5$ 를 무심히 배열하였을 때, 우연히 크기순으로 배열될 확률을 구하면?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

모든 경우의 수 : $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)
크기가 큰 순으로 배열하는 경우의 수 : 1가지
크기가 작은 순으로 배열하는 경우의 수 : 1가지
$\therefore \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$

16. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

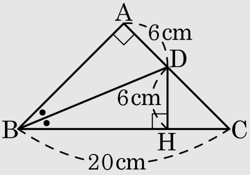


① $50\,\text{cm}^2$ ② $52\,\text{cm}^2$ ③ $58\,\text{cm}^2$

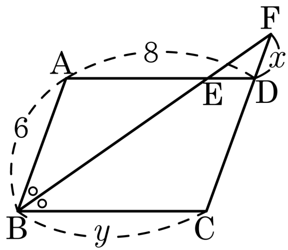
④ $60\,\text{cm}^2$ ⑤ $64\,\text{cm}^2$

해설

($\triangle$DBC의 넓이) $= 20 \times 6 \times \frac{1}{2} = 60\ (\text{cm}^2)$



17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, x, y를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ cm

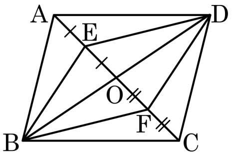
▷ 정답 : $x = 2$ cm

▷ 정답 : $y = 8$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다.
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
$\therefore y = 8\text{cm}$
삼각형 BCF 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CF}$
$8 = x + 6$
$\therefore x = 2\text{cm}$

18. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ **답 :** 배

▷ **정답 :** 2 배

해설

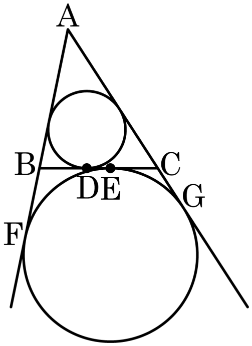
$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ 이고 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 $\triangle AOD = 2\triangle EOD$ 가 된다.

같은 방법으로 $\triangle DOC = 2\triangle DOF$, $\triangle OBC = 2\triangle OBF$, $\triangle AOB = 2\triangle EOB$ 가 된다.

따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{BC}=5$, $\overline{CA}=7$ 인 삼각형 ABC 의 내접원이 변 BC 와 접하는 점을 D , 방접원이 변 BC 와 접하는 점을 E 라 할 때, $\overline{BD}+\overline{EC}$ 의 값을 구하여라.

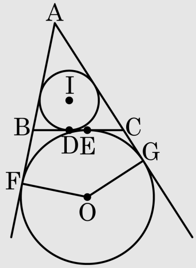


▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

다음 그림과 같이 방접원의 중심 O 에서 선분 AB 와 선분 AC 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 F, G 라고 하자.



$\overline{BF}=\overline{BE}$, $\overline{CG}=\overline{CE}$ 이므로

$\overline{AG}+\overline{AF}=(\triangle\text{ABC의 둘레의 길이})$

$=6+5+7=18$

이때, $\overline{AG}=\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AG}=\overline{AF}=9$

내심의 성질로부터

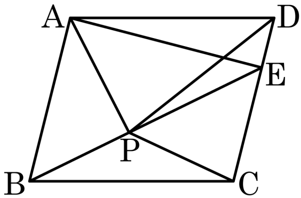
$\overline{BD}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}-\overline{AC})=\frac{1}{2}(6+5-7)=2$

$\overline{BF}=\overline{BE}=\overline{AF}-\overline{AB}=9-6=3$

$\therefore \overline{DE}=\overline{BE}-\overline{BD}=3-2=1$

따라서 $\overline{BD}+\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{DE}=5-1=4$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 이고, $\triangle DPC = 100\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① 30cm^2　② 40cm^2　③ 60cm^2

④ 70cm^2　⑤ 75cm^2

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉠

또한, $\overline{CD}$ 위의 한 점 E를 잡을 때,

$\triangle ABE = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABP + \triangle DPC = \triangle ABE$ 이고,

$\triangle ABE = \triangle ABP + \triangle APE$ 이므로

$\triangle APE = \triangle DPC = 100(\text{cm}^2)$

$\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 에서 $\triangle ABP : \triangle APE = 3 : 4$ 이므로

$\triangle ABP : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle ABP = 75(\text{cm}^2)$