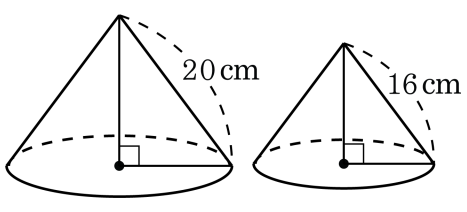
1. 다음 그림에서 두 원뿔이 서로 닮은 도형일 때, 두 원뿔의 밑면의 지름의 길이의 비가 $a : b$ 이다. 이때, $a + b$의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소)



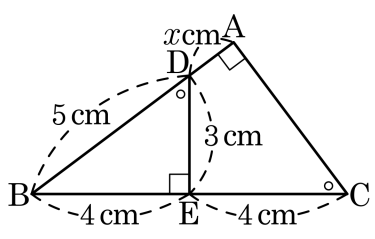
▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 원뿔이 닮음이므로 모선의 길이의 비와 밑면의 지름의 길이의 비가 같으므로
$20 : 16 = 5 : 4$ 이다. 따라서 $a + b = 9$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\angle BED = \angle DAC = 90°$ 이고, $\angle BDE = \angle ACB$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

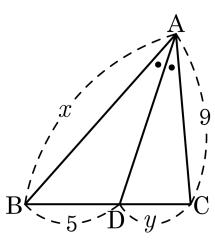
$\angle BED = \angle DAC = 90°$ 이고, $\angle BDE = \angle ACB$ 이므로 $\triangle BED \backsim \triangle BAC$(AA닮음) 이다.

$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$

$4 : (5 + x) = 5 : (4 + 4)$ 이므로 $5(5 + x) = 32$, $5x = 7$ 이다.

따라서 $x = \frac{7}{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 y 를 x 에 대한 식으로 나타내면?



① $y = \frac{9}{x}$ ② $y = \frac{45}{x}$ ③ $y = \frac{5}{x}$

④ $y = 5x$ ⑤ $y = 9x$

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = x : 9 = 5 : y \therefore xy = 45 \therefore y = \frac{45}{x}$

4. 다음 중 항상 닮음 도형인 것을 골라라.

㉠ 밑변의 길이가 같은 두 직각삼각형
㉡ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
㉢ 한 대응하는 변의 길이가 같은 두 직사각형
㉣ 한 대응하는 각의 크기가 같은 두 사다리꼴

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

두 부채꼴이 중심각의 크기가 같으면 확대, 축소했을 때 반지름의 길이와 호의 길이가 일정한 비율로 변하므로 항상 닮음이다.

5. 다음 중 항상 닮음이 아닌 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정육면체	㉡ 두 원뿔	㉢ 두 사각기둥
㉣ 두 구	㉤ 두 원기둥	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

두 구, 두 정육면체는 항상 닮음이다.

6. 다음 보기중 항상 닮음인 두 도형을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 두 정삼각형　　㉡ 두 마름모

㉢ 두 원　　㉣ 두 직사각형

㉤ 두 이등변삼각형　　㉥ 두 정사각형

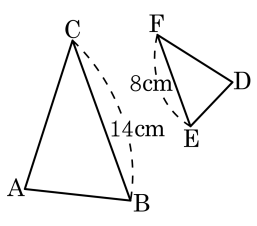
① ㉠, ㉢　② ㉠, ㉢, ㉥　③ ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉤　⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

두 원, 변의 개수가 같은 두 정다각형은 항상 닮은 도형이다.
따라서 ㉠, ㉢, ㉥이다.

7. 다음과 같이 △ABC 와 △DEF 가 닮음일 때, 닮음비는 얼마인가?



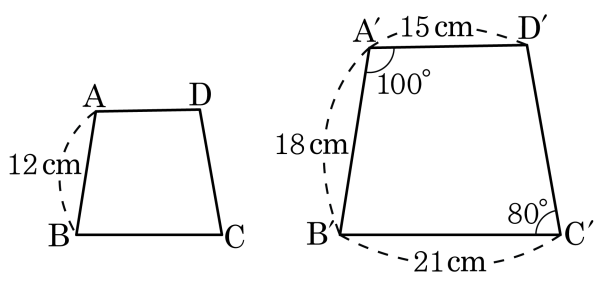
① 6 : 4 ② 7 : 4 ③ 8 : 5

④ 8 : 7 ⑤ 9 : 4

해설

14 : 8 = 7 : 4

8. 다음 그림에서 □ABCD ∽ □A′B′C′D′ 이다. □ABCD 의 둘레의 길이로 □A′B′C′D′ 의 둘레의 길이를 나눈 값은?



① 1.4 ② 1.5 ③ 1.6 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = 12 : 18 = 2 : 3$ 이므로 둘레의 길이의 비도 2 : 3 이다. 따라서 □A′B′C′D′ 의 둘레의 길이로 □ABCD 의 둘레의 길이로 나눈 값은 $\frac{3}{2} = 1.5$ 이다.

9. 다음 중 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이 되지 않는 것은?

① $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$

② $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}, \angle C = \angle C'$

③ $\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{3}{4}, \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$

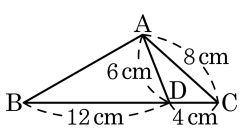
④ $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{1}{2}, \angle A = \angle A'$

⑤ $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$

해설

② SAS 닮음이 되려면 두 대응하는 변의 길이의 비와 그 끼인 각이 각각 같아야 한다.
① SSS 닮음
③ AA 닮음
④ SAS 닮음
⑤ AA 닮음

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 변 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{BD} = 12\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\,\text{cm}$ 인 점 D 를 잡았다. $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

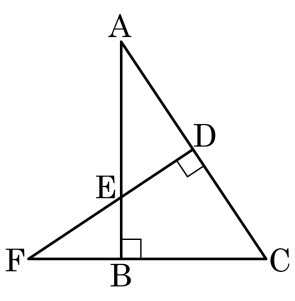


① 8 cm ② 9 cm ③ 10 cm ④ 11 cm ⑤ 12 cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{DC} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\overline{BC} : \overline{AC} = 16 : 8 = 2 : 1$,
$\angle C$ 는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
$\therefore\ 2 : 1 = \overline{AB} : 6$
따라서 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle FDC = 90°$ 일 때, $\triangle ADE$ 와 닮은 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

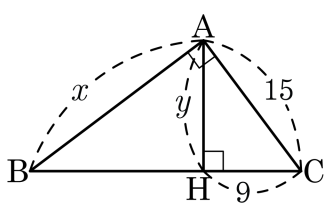


① $\triangle EBC$ ② $\triangle ABC$ ③ $\triangle FBE$
④ $\triangle FDC$ ⑤ $\triangle EDC$

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
$\triangle ABC \backsim \triangle FDC \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)

12. 다음 그림에서 $x-y$ 의 값을 구하여라.



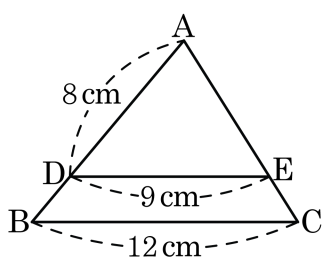
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$15^2 = 9\overline{BC},\ \overline{BC} = 25$
$\overline{BH} = 25 - 9 = 16$
$x^2 = 16 \times 25 = 400$
$x > 0$ 이므로 $x = 20$
$y^2 = 16 \times 9 = 144$
$y > 0$이므로 $y = 12$
$\therefore\ x - y = 20 - 12 = 8$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



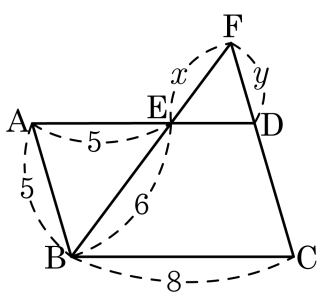
① $\frac{10}{3}$cm ② 4cm ③ $\frac{8}{3}$cm
④ 3cm ⑤ $\frac{24}{5}$cm

해설

$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$ 이므로 $9 : 12 = 8 : (8 + \overline{DB})$

$\therefore\ \overline{DB} = \frac{8}{3}\ (\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 점 B 를 지나는 직선이 변 AD 와 만난 점을 E , 변 CD 의 연장선과 만난 점을 F 라 할 때, $5x+y$ 의 값은?



① 15 ② 18 ③ 21 ④ 27 ⑤ 30

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=8$

$\therefore\ \overline{DE}=8-5=3$

△ABE ∽ △DFE 이므로

$5\ :\ 3\ =5\ :y$

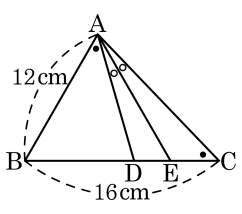
$\therefore\ y=3$

$5\ :\ 6\ =3\ :x$

$\therefore\ x=\dfrac{18}{5}$

$\therefore\ 5x+y=5\times\dfrac{18}{5}+3=21$

15. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACE$, $\angle DAE = \angle CAE$ 이고 $\overline{AB} = 12\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$12 : 16 = \overline{BD} : 12$, $\overline{BD} = 9\,(\text{cm})$

$\overline{AE}$ 는 $\angle DAC$ 의 이등분선이므로

$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{EC}$

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$ 이므로

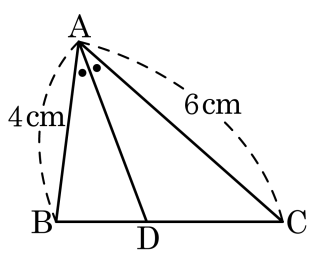
$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 4$

$\overline{DE} : \overline{EC} = 3 : 4$

$\overline{DC} = \overline{BC} - \overline{BD} = 16 - 9 = 7\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DE} = \frac{3}{7}\overline{DC} = 3\,(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 A 의 이등분선이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $40cm^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?

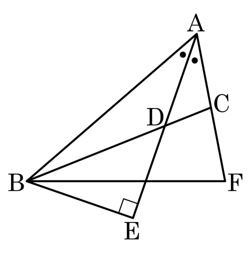


① $16cm^2$ ② $18cm^2$ ③ $27cm^2$
④ $32cm^2$ ⑤ $32cm^2$

해설

$\overline{AD}$ 는 A 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 3$
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $2 : 3$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 2 : 3$ 이다.
$\therefore \triangle ABD = \frac{2}{5}\triangle ABC = \frac{2}{5} \times 40 = 16(cm^2)$

17. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 3\overline{AC}$, $\overline{AC} = \overline{CF}$ 이다. $\triangle ADC = 25\,cm^2$ 일 때, $\triangle DBE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답: $75\,\underline{cm^2}$

해설

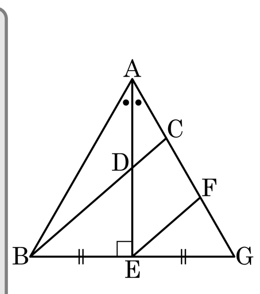
$\overline{AF}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라고 하면 $\overline{BE} = \overline{EG}$, $\overline{AC} = \overline{CF} = \overline{FG}$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

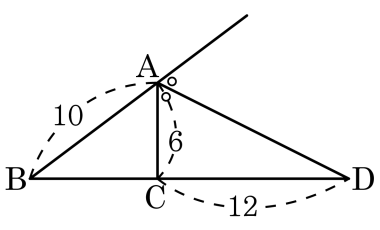
$\triangle ABD = 3\triangle ADC$

$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle DBE$ 이다.

$\therefore \triangle DBE = 3\triangle ADC = 75(\,cm^2)$



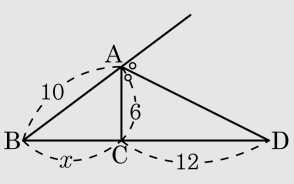
18. 다음 그림과 같이 △ABD 에서 $\overline{AC}$ 는 ∠A 의 외각의 이등분선이다. △ABC 의 넓이를 a 라 할 때, △ADC 를 a 에 관한 식으로 나타내면? (단,$\overline{AB}=10,\ \overline{AC}=6,\ \overline{CD}=12$)



① $\frac{5}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{3}{2}a$ ④ $\frac{3}{5}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$\overline{BD}$를 x라 하자.



$\overline{AB}:\ \overline{AD}=\overline{BC}:\ \overline{DC}$ 이므로 $10:6=(12+x):12$

$6x=48$

$\therefore\ x=8$

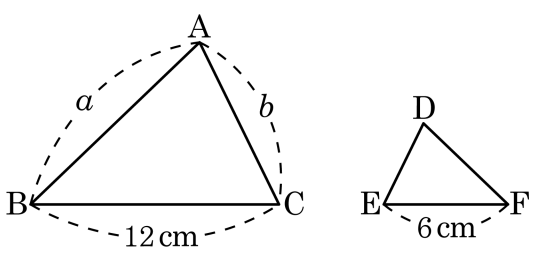
△ABC, △ADC 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.

따라서 밑변의 비는 8 : 12 이므로 넓이의 비는 2 : 3 이다.

$2:3=a:\triangle ADC$ 이므로 $3a=2\times\triangle ADC$

따라서 $\triangle ADC=\frac{3}{2}a$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ 이다. $\overline{DE}$ 와 $\overline{DF}$ 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타낸 것은? (단, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle F$)



① $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\text{cm}),\ \overline{DF} = \frac{a}{2}(\text{cm})$

② $\overline{DE} = b(\text{cm}),\ \overline{DF} = \frac{a}{2}(\text{cm})$

③ $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\text{cm}),\ \overline{DF} = a(\text{cm})$

④ $\overline{DE} = b(\text{cm}),\ \overline{DF} = a(\text{cm})$

⑤ $\overline{DE} = 2b(\text{cm}),\ \overline{DF} = 2a(\text{cm})$

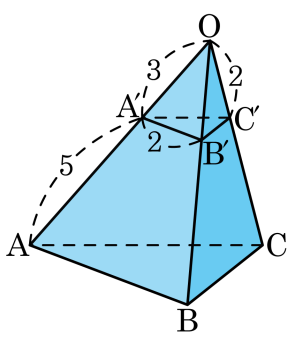
해설

두 도형의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FE} = 12 : 6 = 2 : 1$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AC} : \overline{DE}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\text{cm})$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AB} : \overline{DF}$ 이므로 $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △A′B′C′ 을 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O – ABC 와 O – A′B′C′ 의 닮음비는?

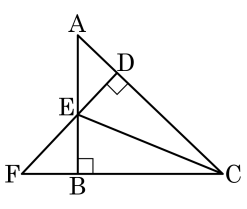


① 3 : 5 ② 5 : 2 ③ 8 : 3 ④ 5 : 3 ⑤ 3 : 8

해설

두 입체도형 O – ABC 와 O – A′B′C′ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OP} = 8 : 3$ 이다.

21. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 잘못 짝지어진 것은?



① △FDC ∽ △ABC

② △ADE ∽ △FBE

③ △ADE ∽ △ABC

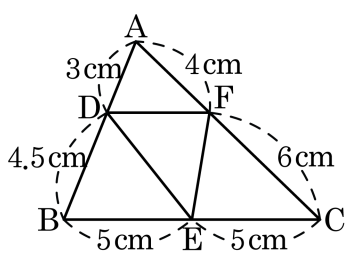
④ △EBC ∽ △EDC

⑤ △FDC ∽ △ADE

해설

① △ABC 와 △FDC 에서 ∠C 는 공통, ∠ABC = ∠FDC = 90°
∴ △ABC ∽ △FDC (AA 닮음)
② △ADE 와 △FBE 에서 ∠DAE = ∠BFE , ∠EDA = ∠EBF = 90 °
∴ △ADE ∽ △FBE (AA 닮음)
③ △ADE 와 △ABC 에서 ∠A 는 공통, ∠EDA = ∠CBA = 90°
∴ △ADE ∽ △ABC (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 △ADE ∽ △ABC ∽ △FBE ∴ △ABC ∽ △FBE
⑤ ①, ③에 의해 ∴ △FDC ∽ △ADE

22. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\triangle DBE \backsim \triangle ABC$ ㉡ $\overline{BC} // \overline{DF}$

㉢ $\overline{EF} // \overline{AB}$ ㉣ $\angle ADF = \angle ABC$

㉤ $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$

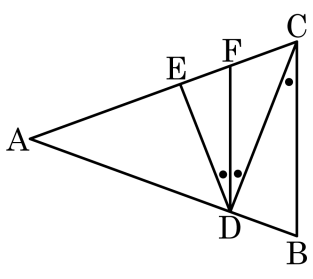
① ㉠, ㉢, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DF} // \overline{BC}$이다. 이 때, $\angle A$는 공통, $\angle ADF = \angle ABC$(동위각)이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle ABC$(*AA* 닮음)

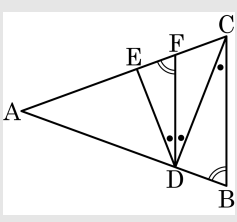
23. 다음 그림에서 △ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 24$ 인 이등변삼각형이다. 변 AC 위에 $\overline{AF} = 18$, $\overline{FC} = 6$ 이 되도록 점 F를 정하고, 점 F를 지나고 변 BC 에 평행하는 선을 그려서 AB 와 만나는 점을 D 라 한다. $\angle EDF = \angle FDC$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

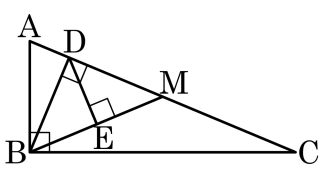
▷ 정답: $\frac{9}{2}$

해설



$\overline{DF} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EFD = \angle FCB$ (∵ 동위각),
$\angle FDC = \angle DCB$ (∵ 엇각)
$\angle DBC = \angle FCB$ (∵ △ABC가 이등변삼각형),
조건에서 $\angle EDF = \angle FDC$ 이므로
△BCD ∽ △FDE (AA 닮음)
또 $\overline{DF} // \overline{BC}$ 이므로 △ADF ∽ △ABC
$\overline{AF} : \overline{AC} = 18 : 24 = 3 : 4$ 이므로
$\overline{DF} : \overline{BC} = 3 : 4$ 이다.
즉 △FDE 와 △BCD 의 닮음비가 3 : 4 이다.
△ABC가 이등변삼각형이고,
$\overline{DF} // \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{CF} = 6$
$\overline{DB} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{DF}$
$6 : \overline{EF} = 4 : 3$
$\therefore \overline{EF} = \frac{6 \times 3}{4} = \frac{9}{2}$

24. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle ADB = 90°$, $\overline{AM} = \overline{CM}$, $\overline{BM} \perp \overline{DE}$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 13$ 일 때, $\overline{DE}$ 를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7140}{2197}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면

$\overline{AB} \times \overline{BC} \times \frac{1}{2} = \overline{AC} \times \overline{BD} \times \frac{1}{2}$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{BD}$

$\therefore \overline{BD} = \frac{60}{13}$

$\angle ABD = \angle C$, $\angle ADB = 90°$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ADB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{AB}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$5 : \overline{AD} = 12 : \frac{60}{13}$

$\overline{AD} = \frac{25}{13}$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{13}{2}$

$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{13}{2} - \frac{25}{13} = \frac{119}{26}$

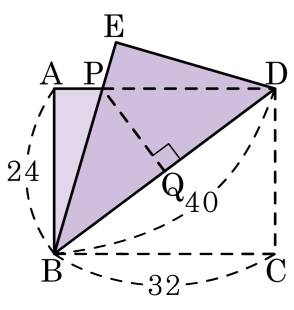
$\triangle BMD$ 의 넓이는 구하는 방법을 이용하면

$\overline{MD} \times \overline{BD} \times \frac{1}{2} = \overline{BM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$\frac{119}{26} \times \frac{60}{13} = \overline{DE} \times \frac{13}{2}$

$\therefore \overline{DE} = \frac{7140}{2197}$

25. 다음 그림은 $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 32$, $\overline{BD} = 40$ 인 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\angle PBQ = \angle QBC$ (접었으므로)
$\angle QBC = \angle PDQ$ (엇각)
따라서 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이다.
점 P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선은 $\overline{BD}$ 를 이등분하므로 $\overline{BQ} = 20$
$\angle BQP = \angle BED = 90°$, $\angle PBQ = \angle DBE$ (공통)
$\triangle BQP \backsim \triangle BED$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BQ} : \overline{BE} = \overline{PQ} : \overline{ED}$
$20 : 32 = \overline{PQ} : 24$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{20 \times 24}{32} = 15$

따라서 $\overline{PQ} = 15$ 이다.