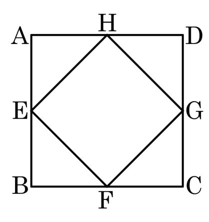
1. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것은?



① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선의 길이는 다르다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

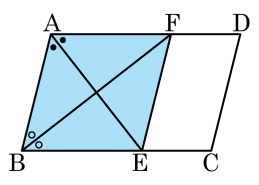
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

정사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 정사각형이 된다. 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같다.

2. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 색칠한 사각형은 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

$\angle A + \angle B = 180° \Leftrightarrow \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} = 90°$

$\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 O 라 하면 $\angle AOB = 90°$

$\angle BAE = \angle FEA$ (엇각), $\angle FAE = \angle AEB$ (엇각)

$\rightarrow \angle A = \angle E$

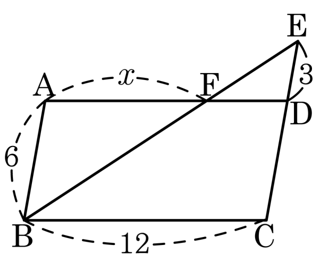
$\angle ABF = \angle BFE$ (엇각), $\angle EBF = \angle AFB$ (엇각)

$\rightarrow \angle B = \angle F$

따라서 □ABEF 는 평행사변형이고

대각선은 서로 직교하므로 마름모이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

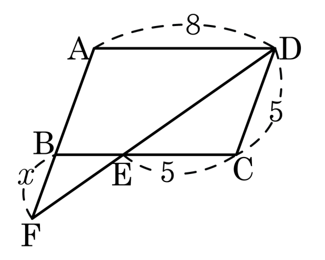
▷ 정답 : 8

해설

$\triangle ABF \backsim \triangle DEF$(AA닮음) 이고 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{DE} = 2 : 1$ 이다.

따라서 $\overline{AF} : \overline{DF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AF} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3} \times 12 = 8$ 이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 D 를 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E, 변 AB 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하면, x 의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로$\angle\mathrm{BFE} = \angle\mathrm{CDE}$ ($\because$ 엇각)

$\angle\mathrm{FBE} = \angle\mathrm{DCE}$ ($\because$ 엇각)

$\triangle\mathrm{BEF} \backsim \triangle\mathrm{CED}$ (AA 닮음)

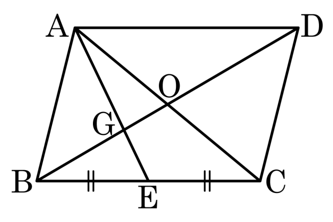
$\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로

$3 : 5 = x : 5$

$5x = 15$

$\therefore x = 3$

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle AGO = 4\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



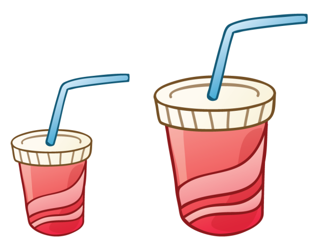
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 48 cm^2

해설

점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
$\triangle ABC = 6\triangle AGO = 6 \times 4 = 24\,(cm^2)$
$\therefore \square ABCD = 2\triangle ABC = 2 \times 24 = 48\,(cm^2)$

6. 다음 그림과 같은 모양은 같으나 크기가 다른 음료수 컵의 높이의 비가 $2\ :\ 3$ 이다. 작은 컵의 부피가 $200\mathrm{cm}^3$ 일 때, 큰 컵의 부피를 구하면?

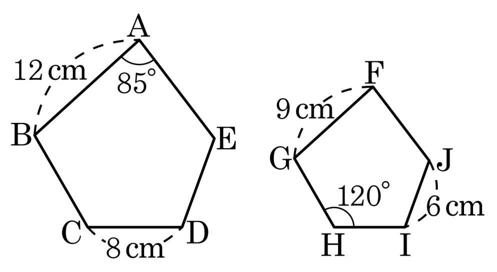


① $260\mathrm{cm}^3$ ② $355\mathrm{cm}^3$ ③ $400\mathrm{cm}^3$
④ $590\mathrm{cm}^3$ ⑤ $675\mathrm{cm}^3$

해설

$8 : 27 = 200 :$ (큰 컵의 부피)
$\therefore$ (큰 컵의 부피) $= 675\mathrm{cm}^3$

7. 다음 그림에서 두 오각형 ABCDE와 FGHIJ는 닮은 도형이다. 이때, $\angle F$의 크기와 $\overline{DE}$의 길이를 차례로 나열한 것은?



① 60°, 6cm　　② 75°, 7cm　　③ 75°, 7.5cm
④ 85°, 8cm　　⑤ 85°, 8.5cm

해설

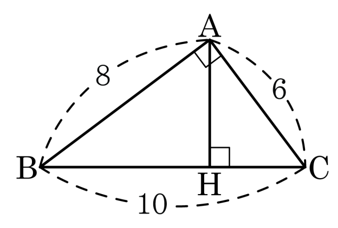
대응각의 크기는 같으므로 $\angle F = \angle A = 85°$

$\overline{DE} : \overline{IJ} = \overline{AB} : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{DE} : 6 = 12 : 9 = 4 : 3$

$3\overline{DE} = 24$

$\therefore\ \overline{DE} = \dfrac{24}{3} = 8(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?

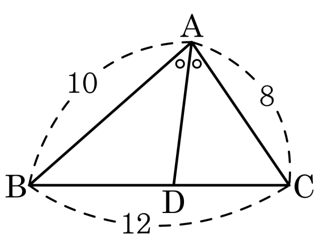


① 4 ② $\frac{23}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$ ④ 5 ⑤ 6

해설

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$ 이므로 $8\times6=\overline{AH}\times10$, $\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라고 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



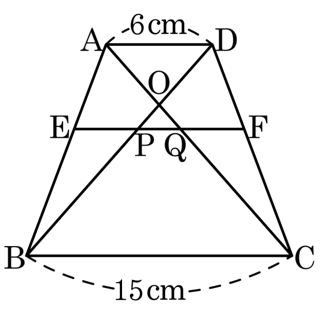
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{3}$

해설

$\overline{CD}$ 의 길이를 x 라 하면 $\overline{BD}$ 의 길이는 $(12 - x)$ 이다.
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $(12 - x) : x = 5 : 4$, $9x = 48$,
따라서 $x = \frac{16}{3}$ 이다.

10. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$, $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① $\frac{12}{5}\text{cm}$ ② $\frac{18}{5}\text{cm}$ ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$
④ $\frac{28}{5}\text{cm}$ ⑤ 6cm

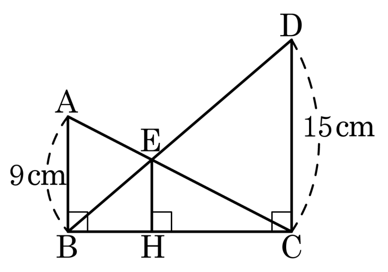
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle ABC \backsim \triangle AEQ$ 이므로 $\overline{EQ} : 15 = 2 : 5$, $\overline{EQ} = 6(\text{cm})$

$\triangle ABD$ 에서 $\triangle ABD \backsim \triangle EBP$ 이므로 $\overline{EP} : 6 = 3 : 5$, $\overline{EP} = \frac{18}{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 6 - \frac{18}{5} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB}=9\text{cm}$, $\overline{DC}=15\text{cm}$, $\overline{AB}//\overline{EH}//\overline{DC}$ 일 때, $\overline{EH}$ 의 길이는?



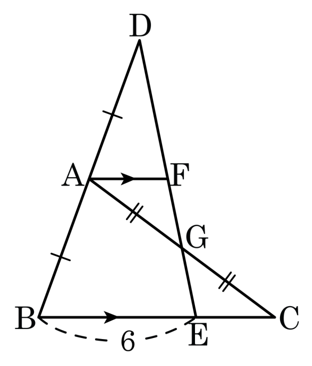
① $\frac{15}{8}\text{cm}$　　② $\frac{45}{8}\text{cm}$　　③ 8cm

④ $\frac{58}{7}\text{cm}$　　⑤ 9cm

해설

$\overline{AB}//\overline{EH}//\overline{DC}$ 이므로 $\overline{EH}=\frac{\overline{AB}\times\overline{DC}}{\overline{AB}+\overline{DC}}=\frac{9\times15}{9+15}=\frac{45}{8}(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 G , 점 D 와 G 를 지나 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{BE} = 6$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하면?



① 6　② 5　③ 4　④ 3　⑤ 2

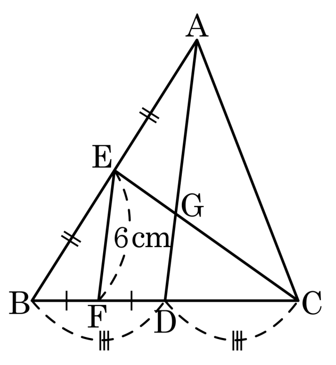
해설

$\overline{AF} // \overline{BC}$ 이고, $\overline{AG} = \overline{GC}$ 이므로 $\triangle GFA \equiv \triangle GEC$

$\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AF} = \frac{1}{2} \times \overline{BE} = 6$

$\therefore \overline{EC} = 3$

13. 다음 그림에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 G 라고 한다. $\overline{EF} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?

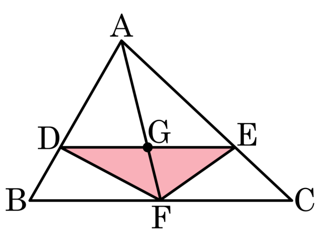


① 5cm　② 6cm　③ 7cm　④ 8cm　⑤ 9cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\overline{BF} = \overline{FD}$ 이므로 $\overline{AD} = 2\overline{EF} = 12\,(\text{cm})$
점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$
$\therefore \overline{AG} = \dfrac{2}{3}\,\overline{AD} = \dfrac{2}{3} \times 12 = 8\,(\text{cm})$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 G 는 무게중심이고, $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 는 평행이다. $\overline{BF} = 4\text{cm}$, $\overline{GF} = 3\text{cm}$, $\triangle ABC = 54\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① 10cm^2　② 12cm^2　③ 18cm^2
④ 27cm^2　⑤ 30cm^2

해설

$\triangle ACF = \frac{1}{2}\triangle ABC = 27(\text{cm}^2)$

$\triangle ACF$ 에서 $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로,

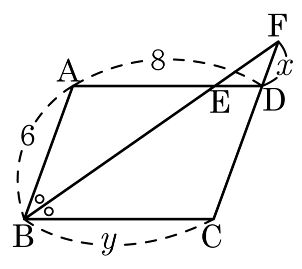
$\triangle AEF = \frac{2}{3}\triangle ACF = 18(\text{cm}^2)$

$\triangle AEF$ 에서 $\overline{AG} : \overline{GF} = 2 : 1$ 이므로,

$\triangle GFE = \frac{1}{3}\triangle AEF = 6(\text{cm}^2)$

마찬가지로, $\triangle DGF = 6$　　$\therefore\ \triangle DEF = 12(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, x, y 를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ cm

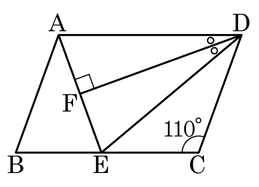
▷ 정답 : $x = 2$ cm

▷ 정답 : $y = 8$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다.
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
$\therefore y = 8\text{cm}$
삼각형 BCF 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CF}$
$8 = x + 6$
$\therefore x = 2\text{cm}$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110°$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



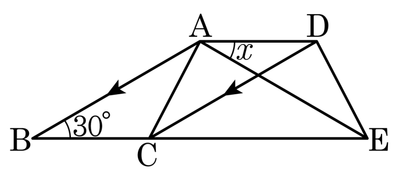
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{30°}$

해설

$\angle B = 70°$, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle AEB = 70°$, $\angle EAD = 70°$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20°$, $\angle CDE = 70° - 20° - 20° = 30°$ 이다.

17. 다음 그림의 □ACED 가 $\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$ 인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$ 이므로

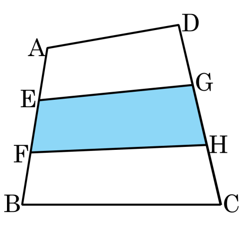
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

18. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 점 E, F, G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{DC}}$ 의 삼등분점이다. $\square\mathrm{EFHG} = 23\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이는?

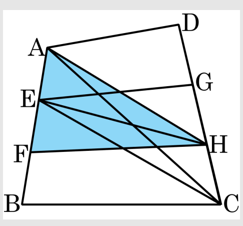


① $46\,\mathrm{cm}^2$ ② $52c\,\mathrm{cm}^2$

③ $69\,\mathrm{cm}^2$ ④ $73\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $86\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\triangle\mathrm{AEH} = \triangle\mathrm{EFH}$

$\triangle\mathrm{GEH} = \triangle\mathrm{HEC}$

$\therefore\ \square\mathrm{EFHG} = \square\mathrm{AECH}$

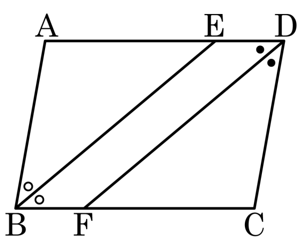
$\triangle\mathrm{ACH} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ACD}$

$\triangle\mathrm{AEC} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABC}$

$\square\mathrm{AECH} = \frac{1}{3}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore\ \square\mathrm{ABCD} = 3\square\mathrm{AECH} = 3 \times 23 = 69\,(\mathrm{cm}^2)$

19. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



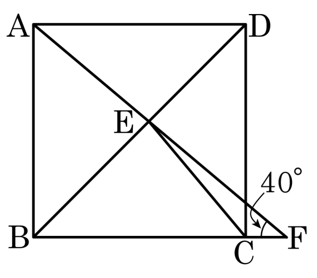
□ABCD 는 평행사변형이고
$\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)
$\angle EDF = \boxed{}$(엇각) 이므로
$\angle AEB = \angle CFD$
$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD 는 평행사변형이다.

① $\angle CDF$, $\angle ABE$ ② $\angle CDF$, $\angle AEB$ ③ $\angle CFD$, $\angle ABE$
④ $\angle CFD$, $\angle AEB$ ⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$ 이다.

20. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 E 가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFC = 40°$ 일 때, $\angle BCE = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

해설

$\angle EAD = \angle AFC = 40°$, $\angle BAE = 50°$,
$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동)이므로
$\angle BCE = \angle BAE = 50°$ 이다.