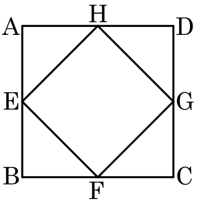
1. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 <u>아닌</u> 것은?



① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선의 길이는 다르다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

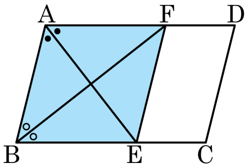
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

정사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 정사각형이 된다. 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같다.

2. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, 색칠한 사각형은 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

$\angle A + \angle B = 180^\circ \Leftrightarrow \dfrac{\angle A}{2} + \dfrac{\angle B}{2} = 90^\circ$

$\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 O 라 하면 $\angle AOB = 90^\circ$

$\angle BAE = \angle FEA$ (엇각), $\angle FAE = \angle AEB$ (엇각)

$\rightarrow \angle A = \angle E$

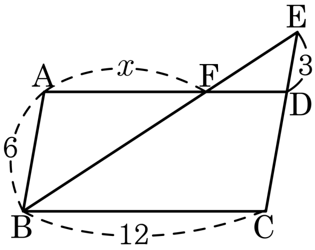
$\angle ABF = \angle BFE$ (엇각), $\angle EBF = \angle AFB$ (엇각)

$\rightarrow \angle B = \angle F$

따라서 □ABEF 는 평행사변형이고

대각선은 서로 직교하므로 마름모이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 12\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DE}} = 3\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

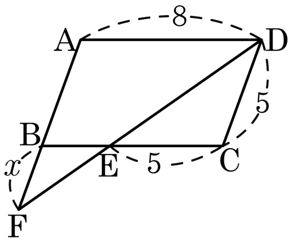
▷ 정답 : 8

해설

$\triangle\mathrm{ABF} \backsim \triangle\mathrm{DEF}$(AA닮음) 이고 닮음비는 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{DE}} = 2 : 1$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{DF}} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AF}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{AD}} = \frac{2}{3} \times 12 = 8$ 이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 D 를 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E, 변 AB 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하면, x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AF} // \overline{DC}$ 이므로 $\angle BFE = \angle CDE$ ($\because$ 엇각)

$\angle FBE = \angle DCE$ ($\because$ 엇각)

$\triangle BEF \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)

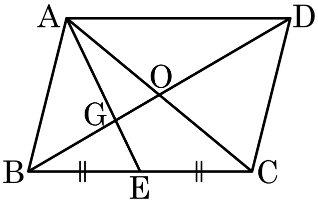
$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{BF} : \overline{CD}$ 이므로

$3 : 5 = x : 5$

$5x = 15$

$\therefore x = 3$

5. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle AGO = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 48 cm^2

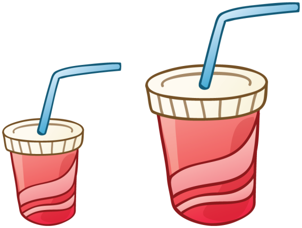
해설

점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle ABC = 6\triangle AGO = 6 \times 4 = 24\left(\mathrm{cm}^2\right)$

$\therefore \square ABCD = 2\triangle ABC = 2 \times 24 = 48\left(\mathrm{cm}^2\right)$

6. 다음 그림과 같은 모양은 같으나 크기가 다른 음료수 컵의 높이의 비가 2 : 3 이다. 작은 컵의 부피가 200cm^3 일 때, 큰 컵의 부피를 구하면?



① 260cm^3　② 355cm^3　③ 400cm^3

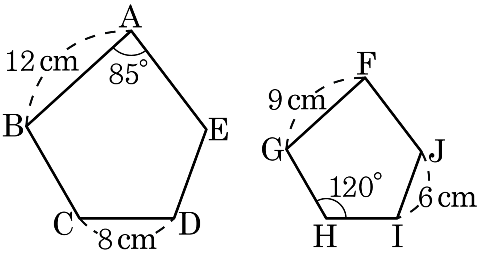
④ 590cm^3　⑤ 675cm^3

해설

$8 : 27 = 200 :$ (큰 컵의 부피)

$\therefore$ (큰 컵의 부피) $= 675\text{cm}^3$

7. 다음 그림에서 두 오각형 ABCDE와 FGHIJ는 닮은 도형이다. 이때, $\angle F$ 의 크기와 $\overline{DE}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



① 60°, 6cm ② 75°, 7cm ③ 75°, 7.5cm

④ 85°, 8cm ⑤ 85°, 8.5cm

해설

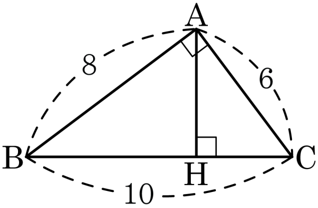
대응각의 크기는 같으므로 $\angle F = \angle A = 85°$

$\overline{DE} : \overline{IJ} = \overline{AB} : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{DE} : 6 = 12 : 9 = 4 : 3$

$3\overline{DE} = 24$

$\therefore \ \overline{DE} = \dfrac{24}{3} = 8(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?

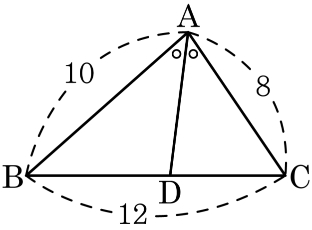


① 4　② $\frac{23}{5}$　③ $\frac{24}{5}$　④ 5　⑤ 6

해설

$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AH} \times \overline{BC}$ 이므로 $8 \times 6 = \overline{AH} \times 10$, $\therefore \overline{AH} = \frac{24}{5}$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라고 할 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



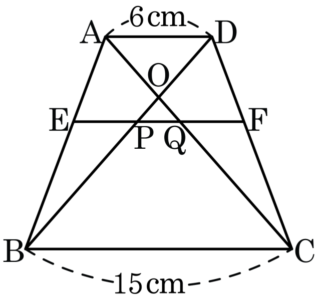
▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{16}{3}$

해설

$\overline{CD}$ 의 길이를 x 라 하면 $\overline{BD}$ 의 길이는 $(12-x)$ 이다.
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$ 이므로 $(12-x):x=5:4$, $9x=48$,
따라서 $x=\dfrac{16}{3}$ 이다.

10. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$, $\overline{AE}:\overline{EB}=2:3$ 이고, $\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=15\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① $\frac{12}{5}\text{cm}$ ② $\frac{18}{5}\text{cm}$ ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$
④ $\frac{28}{5}\text{cm}$ ⑤ 6cm

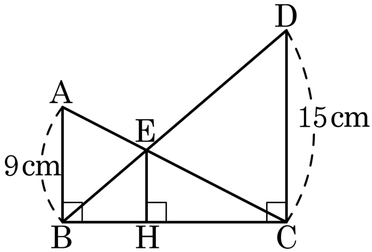
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle ABC \backsim \triangle AEQ$ 이므로 $\overline{EQ}:15=2:5$, $\overline{EQ}=6(\text{cm})$

$\triangle ABD$ 에서 $\triangle ABD \backsim \triangle EBP$ 이므로 $\overline{EP}:6=3:5$, $\overline{EP}=\frac{18}{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=6-\frac{18}{5}=\frac{12}{5}(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{DC} = 15\text{cm}$, $\overline{AB} // \overline{EH} // \overline{DC}$ 일 때, $\overline{EH}$ 의 길이는?



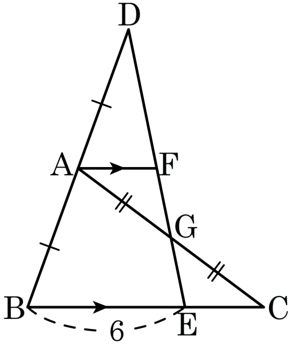
① $\dfrac{15}{8}\text{cm}$ ② $\dfrac{45}{8}\text{cm}$ ③ 8cm
④ $\dfrac{58}{7}\text{cm}$ ⑤ 9cm

해설

$\overline{AB} // \overline{EH} // \overline{DC}$ 이므로 $\overline{EH} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{\overline{AB} + \overline{DC}} = \dfrac{9 \times 15}{9 + 15} = \dfrac{45}{8}(\text{cm})$

이다.

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA}=\overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 G , 점 D 와 G 를 지나 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{BE}=6$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하면?



① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

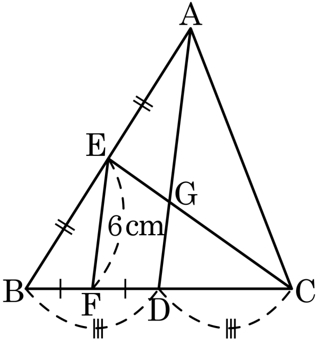
해설

$\overline{AF}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{AG}=\overline{GC}$ 이므로 $\triangle GFA \equiv \triangle GEC$

$\overline{AF}=\overline{EC}$, $\overline{AF}=\frac{1}{2}\times\overline{BE}=6$

$\therefore \overline{EC}=3$

13. 다음 그림에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$의 중점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{AD}$와 $\overline{CE}$의 교점을 G라고 한다. $\overline{EF}=6\text{cm}$일 때, $\overline{AG}$의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

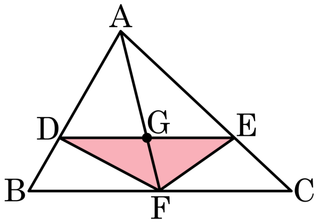
해설

$\triangle ABD$에서 $\overline{AE}=\overline{BE}$, $\overline{BF}=\overline{FD}$이므로 $\overline{AD}=2\overline{EF}=12\,(\text{cm})$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\therefore \overline{AG}=\dfrac{2}{3}\overline{AD}=\dfrac{2}{3}\times 12=8\,(\text{cm})$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 G는 무게중심이고, $\overline{DE}$와 $\overline{BC}$는 평행이다. $\overline{BF}=4\text{cm}$, $\overline{GF}=3\text{cm}$, $\triangle ABC=54\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 18cm^2

④ 27cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

$\triangle ACF=\frac{1}{2}\triangle ABC=27(\text{cm}^2)$

$\triangle ACF$에서 $\overline{AE}:\overline{CE}=2:1$이므로,

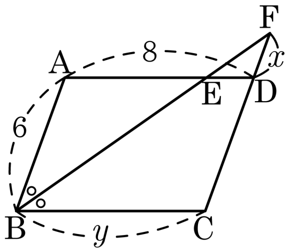
$\triangle AEF=\frac{2}{3}\triangle ACF=18(\text{cm}^2)$

$\triangle AEF$에서 $\overline{AG}:\overline{GF}=2:1$이므로,

$\triangle GFE=\frac{1}{3}\triangle AEF=6(\text{cm}^2)$

마찬가지로, $\triangle DGF=6$ $\quad\therefore\ \triangle DEF=12(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E, $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, x, y를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▶ 답 : ________ cm

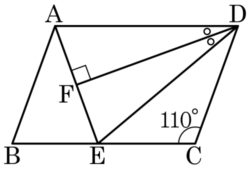
▷ 정답 : $x = 2$ cm

▷ 정답 : $y = 8$ cm

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다.
평행사변형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.
$\therefore y = 8\text{cm}$
삼각형 BCF 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC} = \overline{CF}$
$8 = x + 6$
$\therefore x = 2\text{cm}$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110°$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



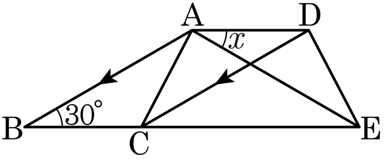
▶ **답 :** __________ °

▷ **정답 :** 30 °

해설

$\angle B = 70°$, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle AEB = 70°$, $\angle EAD = 70°$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20°$, $\angle CDE = 70° - 20° - 20° = 30°$ 이다.

17. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} \parallel \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하시오.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 30 °

해설

△ADE와 △DAC에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} \parallel \overline{CE}$이므로

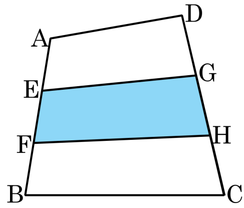
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

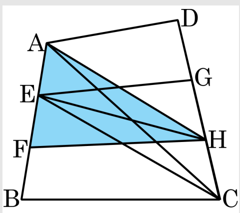
$\therefore \angle x = 30°$

18. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 점 E, F, G, H 는 각각 $\overline{AB}, \overline{DC}$ 의 삼등분점이다. $\square EFHG = 23\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① $46\,cm^2$
② $52c\,cm^2$
③ $69\,cm^2$
④ $73\,cm^2$
⑤ $86\,cm^2$

해설



$\triangle AEH = \triangle EFH$

$\triangle GEH = \triangle HEC$

$\therefore\ \square EFHG = \square AECH$

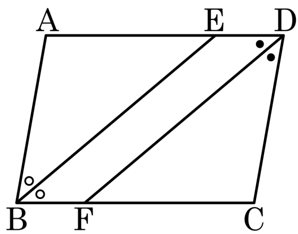
$\triangle ACH = \dfrac{1}{3}\triangle ACD$

$\triangle AEC = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

$\square AECH = \dfrac{1}{3}\square ABCD$

$\therefore\ \square ABCD = 3\square AECH = 3 \times 23 = 69\left(cm^2\right)$

19. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고

$\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)

$\angle EDF = \boxed{}$(엇각)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

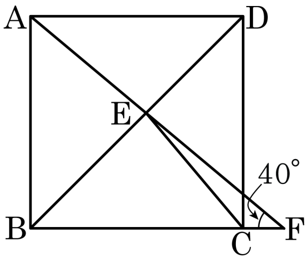
① $\angle CDF$, $\angle ABE$　② $\angle CDF$, $\angle AEB$　③ $\angle CFD$, $\angle ABE$

④ $\angle CFD$, $\angle AEB$　⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDF = \angle CFD$는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$이다.

20. 다음 그림에서 정사각형 ABCD 의 대각선 BD 위에 점 E 가 있고, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AE}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. $\angle AFC = 40°$ 일 때, $\angle BCE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 30 ② 35 ③ 40 ④ 50 ⑤ 55

해설

$\angle EAD = \angle AFC = 40°$, $\angle BAE = 50°$,

$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동) 이므로

$\angle BCE = \angle BAE = 50°$ 이다.