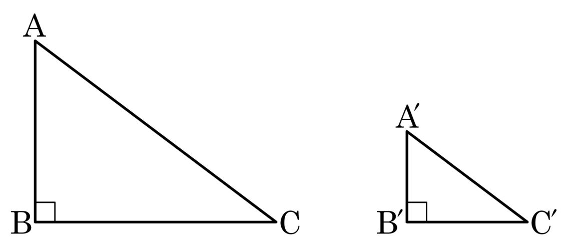
1. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO}=\overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

[가정] $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
[결론] $\overline{PO}=\overline{QO}$
[증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
$\angle POA=\angle QOC$, $\overline{AO}=\boxed{\quad}$,
$\angle PAO=\angle QOC$
$\therefore\ \triangle APO\equiv\triangle CQO$(ASA합동),
$\therefore\ \overline{PO}=\overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설
평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{OC}$이다.

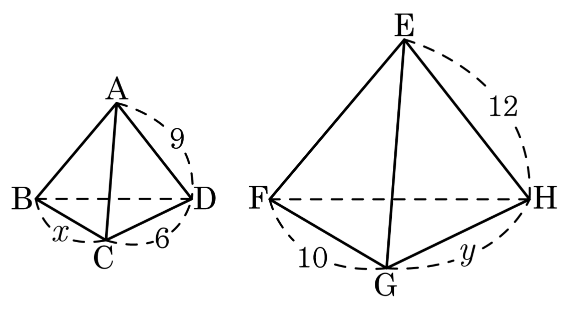
2. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 일 때, $\overline{AC}$ 에 대응하는 변과 $\angle C'$ 에 대응하는 각을 순서대로 나열하면?



① $\overline{AB}$, $\angle A$　② $\overline{AC}$, $\angle C$　③ $\overline{A'B'}$, $\angle B$
④ $\overline{A'B'}$, $\angle C$　⑤ $\overline{A'C'}$, $\angle C$

해설
$\overline{AC}$ 에 대응하는 변은 $\overline{A'C'}$ 이다. $\angle C'$ 에 대응하는 각은 $\angle C$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 삼각뿔 A – BCD 와 E – FGH 가 서로 닮은 도형일 때, $y - x$ 의 값을 소수로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.5

해설

두 입체도형이 서로 닮음이므로

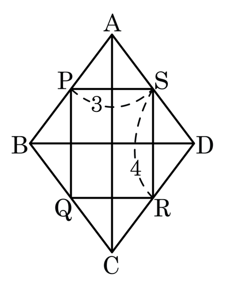
$9 : 12 = 3 : 4 = x : 10$ 이다.

따라서 $4x = 30,\ x = \frac{15}{2}$ 이고

$3 : 4 = 6 : y,\ 3y = 24,\ y = 8$ 이다.

따라서 $y - x = \frac{1}{2} = 0.5$ 이다.

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 마름모이다. □ABCD 의 네 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 할 때, □ABCD 넓이를 구하여라.



① 20　② 21　③ 22　④ 23　⑤ 24

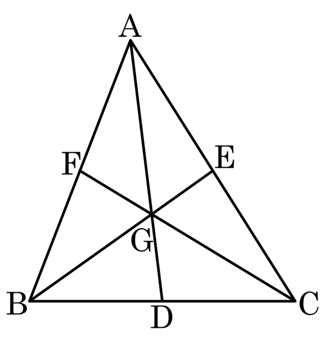
해설

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4, \overline{AC} = 8$,

$\overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 3, \overline{BD} = 6$,

$\therefore$ (□ABCD 의 넓이)$= \frac{8 \times 6}{2} = 24$

5. 다음 그림에서 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

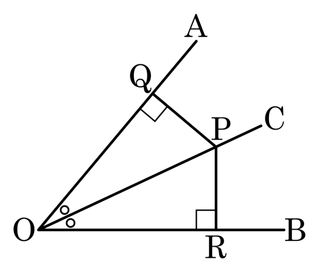


① $\overline{AG} = 2\overline{GD}$
② $\overline{AG} = \overline{BG} = \overline{CG}$
③ $\triangle AGE = \triangle CEG$
④ $\triangle AGC = \triangle BCG$
⑤ $\triangle ABC = 6\triangle AGE$

해설

점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD}$, $\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BE}$, $\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{CF}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 세 중선 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 의 길이가 서로 같은지 알 수 없으므로 $\overline{AG}$, $\overline{BG}$, $\overline{CG}$ 는 서로 같다고 할 수 없다.

6. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA , OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$　　② $\angle OQP = \angle ORP$

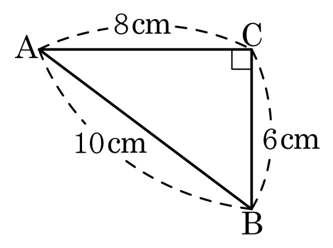
③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$　　④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q 와 점 R 은 수선의 발을 내린 것이므로
$\angle OQP = \angle ORP = 90°$ (②)
$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통
ⅱ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ ($\because$가정)
ⅲ) $\angle QOP = \angle ROP$ ($\because$가정)
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로
$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다. (③)
합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.
또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$ ② $25\pi\text{cm}^2$ ③ $22\pi\text{cm}^2$

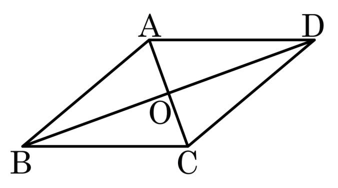
④ $20\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 중 □ABCD 가 항상 평행사변형이라고 할 수 없는 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\mathrm{cm}$

② $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle D = 70^\circ$

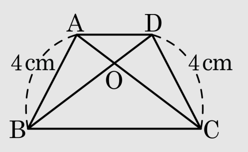
③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

④ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\mathrm{cm}$

⑤ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$

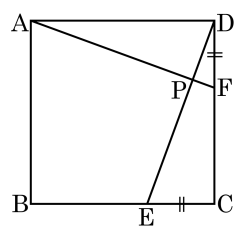
해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 360°이므로 $\angle C = 110^\circ$이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

9. 다음 그림에서 $\square\mathrm{ABCD}$ 는 정사각형이다. $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{FD}}$, $\square\mathrm{PECF} = 12\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{APD}$ 의 넓이를 구하여라.



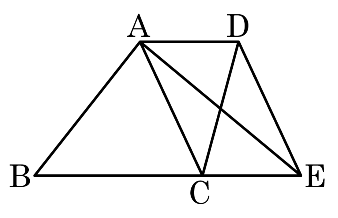
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{DEC} \equiv \triangle\mathrm{AFD}$ (SAS 합동) 이므로
$\triangle\mathrm{DPF}$ 는 공통
따라서 $\triangle\mathrm{APD} = \square\mathrm{PECF} = 12\ (\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 □ABCD의 넓이는 20cm^2이고, △ACE의 넓이는 8cm^2이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$일 때, △ABC의 넓이는?

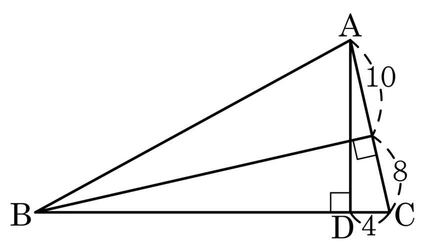


① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2
④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

△ACE = △ADE = △ADC = △CED 이고
△ABC = □ABCD − △ACD 이므로
△ABC = 20 − 8 = $12(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A, B 에서 변 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 에 각각 수선을 그었다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 32 cm ② 33 cm ③ 34 cm ④ 35 cm ⑤ 36 cm

해설

$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)

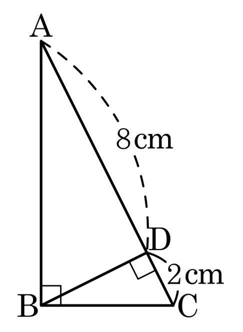
$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{DC} : \overline{EC}$

$18 : (\overline{BD} + 4) = 4 : 8$

$4\overline{BD} + 16 = 144$

$4\overline{BD} = 128, \overline{BD} = 32$

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?

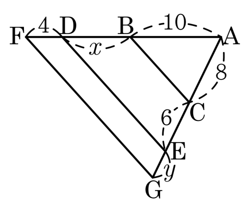


① $20\mathrm{cm}^2$　② $21\mathrm{cm}^2$　③ $22\mathrm{cm}^2$
④ $23\mathrm{cm}^2$　⑤ $24\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle DBA \backsim \triangle DCB$ 이므로
$\overline{BD}^2 = 8 \times 2$
$\overline{BD} = 4$
$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times (8+2) \times 4 = 20(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{BC}$ // $\overline{DE}$ // $\overline{FG}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 11.7　　② 10.7　　③ 9.7

④ 8.7　　⑤ 7.7

해설

$10 : x = 8 : 6$

$8x = 60, x = 7.5$

$7.5 : 4 = 6 : y$

$7.5y = 24, y = 3.2$

$\therefore x+y = 7.5+3.2 = 10.7$

14. 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제의 넓이를 구하여라.

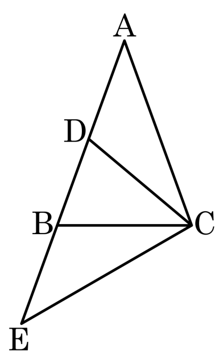
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\mathrm{km}^2}$

▷ 정답: $6\,\underline{\mathrm{km}^2}$

해설

$1^2 : 50000^2 = 1 : 2500000000$
실제의 넓이를 x라 하면
$24 : x = 1 : 2500000000$
$x = 60000000000\ (\,\mathrm{cm}^2) = 6\ (\,\mathrm{km}^2)$

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle ABC = \angle ACB, \angle ECD = \angle EDC, \angle CBD = \angle CDB$ 인 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 100°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



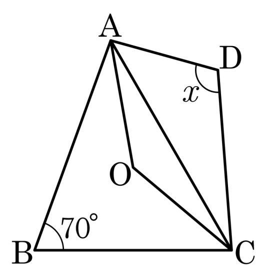
▶ 답 : $\underline{\qquad\quad}$ °

▷ 정답 : 40 °

해설

$\angle BCD = \angle x, \angle ACD = \angle y$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle x + \angle y$
$\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle x + \angle y$
$\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle x + \angle y$ 이므로
$\angle ECB = \angle y$
$\angle ACE = 100°$ 이므로
$\angle x + 2\angle y = 100° \cdots$ ㉠
$\triangle CBD$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$3\angle x + 2\angle y = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡를 연립하면 $\angle x = 40°, \angle y = 30°$
$\therefore \angle x = \angle BCD = 40°$

16. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{ADC}$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle\mathrm{ABC} = 70°$ 일 때, $\angle\mathrm{ADC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** ________ °

▷ **정답 :** 110°

해설

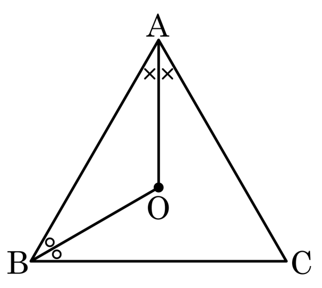
$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{ABC} = 140°$

$\angle\mathrm{OAD} = a$, $\angle\mathrm{OCD} = b$ 라고 하고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 를 그으면 $\angle\mathrm{D} = a + b$

$\square\mathrm{AOCD}$ 에서, $\angle\mathrm{OAD} + \angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{DCO} + \angle\mathrm{COA} = 360°$,

$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle\mathrm{ADC} = 110°$

17. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고, $\angle A + \angle B = 2\angle C$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



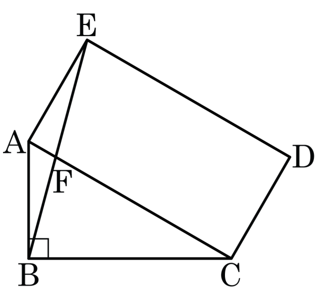
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^\circ$

▷ 정답 : 120°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 O 이므로
$\angle AOB = 2 \times \angle C$ 이고,
$\angle A + \angle B = 2 \times \angle C$ 이므로
$\dfrac{\angle A + \angle B}{2} + \angle AOB = \angle C + 2\angle C = 180^\circ$
따라서 $\angle C = 60^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 120^\circ$ 이다.

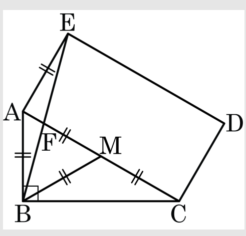
18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$, $\angle C = 30°$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. $\overline{AC}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad °}$

▷ 정답 : $15\underline{°}$

해설



직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로
$\overline{AC}$ 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로
$\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.
$\therefore\ \angle AEB = \frac{1}{2}(180° - 60° - 90°) = 15°$

19. 세 변의 길이가 $18\mathrm{cm}$, $24\mathrm{cm}$, $36\mathrm{cm}$인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 $3\mathrm{cm}$이고 이 삼각형과 닮음인 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비를 구하여라.

① $2:3$ ② $4:5$ ③ $1:2$ ④ $3:5$ ⑤ $1:3$

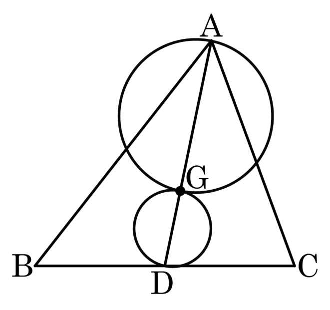
해설

주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $18:24:36=3:4:6$이고 한 변의 길이가 $3\mathrm{cm}$인 삼각형을 만들면 3가지 경우가 나온다.

그 중 가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $\frac{3}{2}:2:3$이고, 가장 큰 삼각형의 세 변의 길이는 $3:4:6$이다.

따라서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비는 $3:6=1:2$이다.

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$, $\overline{GD}$를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



① $6:1$　② $5:1$　③ $4:1$　④ $3:1$　⑤ $2:1$

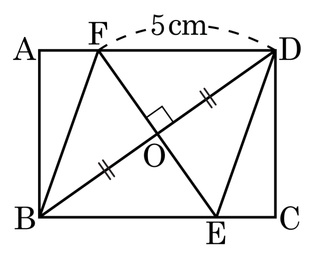
해설

점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이다.
$\overline{GD}$의 길이를 a라고 하면

$\overline{GD}$를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\dfrac{a^2}{4}\pi$ 이고,

$\overline{AG}$를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$이므로 넓이의 비는 $4:1$ 이다.

21. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} \perp \overline{FE}$ 일 때, 사각형 FBED 의 둘레의 길이를 구하여라.

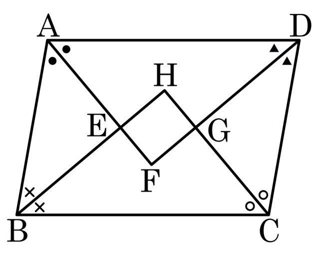


① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$(SAS합동) 이므로
$\overline{FB} = \overline{FD}$
$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$(ASA합동) 이므로
$\overline{FD} = \overline{EB}$
$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$(SAS합동) 이므로
$\overline{EB} = \overline{ED}$
따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$ 이므로 □FBED 는 마름모이다.
따라서 □FBED 의 둘레의 길이는
$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20$ (cm)

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$ ② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$

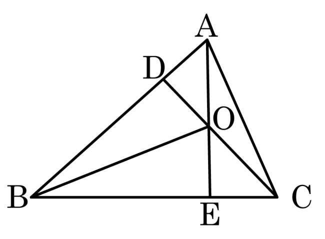
③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$ ④ $\angle HEF = \angle EFG$

⑤ $\overline{BH} \,//\, \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 2 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 3$이다. $\triangle AOD$의 넓이가 20일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 200

해설

$\triangle ADO$와 $\triangle ACO$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle ADO = \triangle ADC \times \dfrac{2}{2+3} = 20$

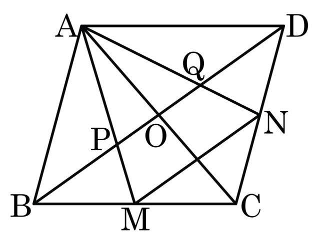
$\therefore\ \triangle ADC = 50$

$\triangle CAD$와 $\triangle CBD$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 3$이므로

$\triangle CAD = \triangle ABC \times \dfrac{1}{1+3} = 50$

$\therefore\ \triangle ABC = 200$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 사각형 PQNM 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답: ______ 배

▷ 정답: $\frac{24}{5}$ 배

해설

평행사변형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면 두 점 P, Q 는 각각 삼각형 ABC, ACD 의 무게중심이므로

$\overline{BP} = 2\overline{OP}$, $\overline{DQ} = 2\overline{OQ}$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{1}{3}\overline{BD}$, $\triangle APQ = \frac{S}{6}$

또 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이므로 $\overline{MN} : \overline{PQ} = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$

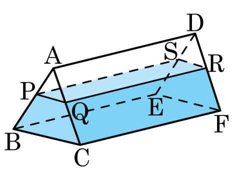
따라서 삼각형 APQ 와 삼각형 AMN 은 닮음비가 $2 : 3$ 이고, 넓이비는 $4 : 9$

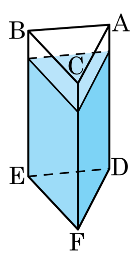
$\triangle AMN = \frac{9}{4}\triangle APQ = \frac{9}{4} \times \frac{S}{6} = \frac{3}{8}S$

따라서 사각형 PQNM 의 넓이는 $\frac{3}{8}S - \frac{1}{6}S = \frac{5}{24}S$ 이므로

사각형 ABCD 의 넓이는 사각형 PQNM 의 넓이의 $\frac{24}{5}$ 배

25. 삼각기둥 모양의 그릇에 물을 담아 왼쪽과 같이 놓았더니 $\overline{AP}$: $\overline{PB} = 3 : 4$ 이었다. 다음과 같이 세웠을 때의 물의 높이는 $\overline{AD}$ 의 몇 배인지 바르게 구한 것은?





① $\frac{39}{49}$ ② $\frac{40}{49}$ ③ $\frac{41}{49}$ ④ $\frac{42}{49}$ ⑤ $\frac{43}{49}$

해설

$\triangle ABC = a\,\text{cm}^2$, $\overline{CF} = b\,\text{cm}$ 라 하면

물의 부피 $\frac{40}{49}ab\,\text{cm}^3$

다음 그림에서 물의 높이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면

물의 부피는 $ax\,\text{cm}^3$ 이므로

$\frac{40}{49}ab = ax,\ x = \frac{40}{49}b$

$\therefore$ 물의 높이는 $\overline{AD}$ 의 $\frac{40}{49}$ 배이다.