

1. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO} = \overline{QO}$ 를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

[가정] $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

[결론] $\overline{PO} = \overline{QO}$

[증명] $\triangle APO$ 와 $\triangle CQO$ 에서

$$\angle POA = \angle QOC, \overline{AO} = \boxed{},$$

$$\angle PAO = \angle QOC$$

$\therefore \triangle APO \cong \triangle CQO$ (ASA합동),

$$\therefore \overline{PO} = \overline{QO}$$

① \overline{PO}

② \overline{AP}

③ \overline{DO}

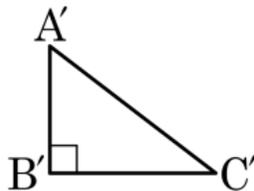
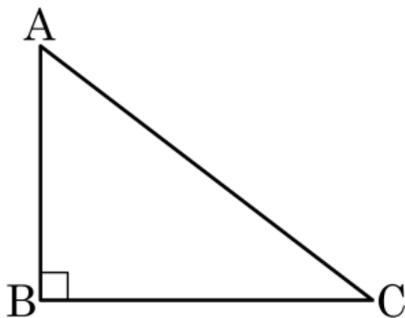
④ \overline{BO}

⑤ \overline{CO}

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{OC}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 일 때, \overline{AC} 에 대응하는 변과 $\angle C'$ 에 대응하는 각을 순서대로 나열하면?



① \overline{AB} , $\angle A$

② \overline{AC} , $\angle C$

③ $\overline{A'B'}$, $\angle B$

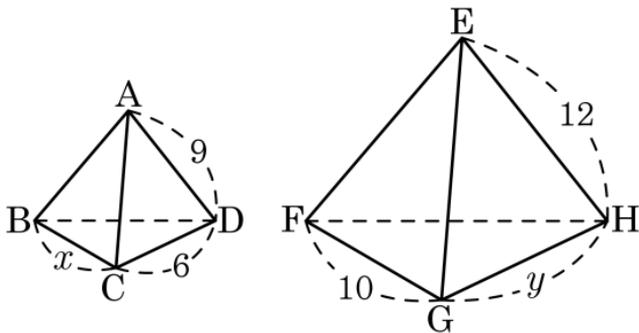
④ $\overline{A'B'}$, $\angle C$

⑤ $\overline{A'C'}$, $\angle C$

해설

\overline{AC} 에 대응하는 변은 $\overline{A'C'}$ 이다. $\angle C'$ 에 대응하는 각은 $\angle C$ 이다.

3. 다음 그림에서 두 삼각뿔 A-BCD 와 E-FGH 가 서로 닮은 도형일 때, $y - x$ 의 값을 소수로 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 0.5

해설

두 입체도형이 서로 닮음이므로

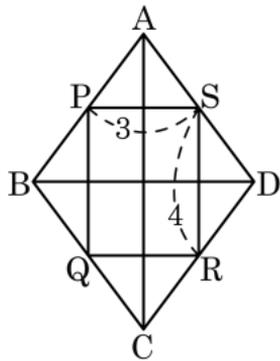
$9 : 12 = 3 : 4 = x : 10$ 이다.

따라서 $4x = 30$, $x = \frac{15}{2}$ 이고

$3 : 4 = 6 : y$, $3y = 24$, $y = 8$ 이다.

따라서 $y - x = \frac{1}{2} = 0.5$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 $\square ABCD$ 의 네 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 할 때, $\square ABCD$ 넓이를 구하여라.



① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

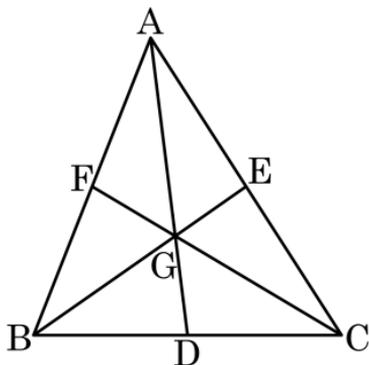
해설

$$\overline{PQ} = \overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4, \overline{AC} = 8,$$

$$\overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 3, \overline{BD} = 6,$$

$$\therefore (\square ABCD \text{ 의 넓이}) = \frac{8 \times 6}{2} = 24$$

5. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AG} = 2\overline{GD}$

② $\overline{AG} = \overline{BG} = \overline{CG}$

③ $\triangle AGE = \triangle CEG$

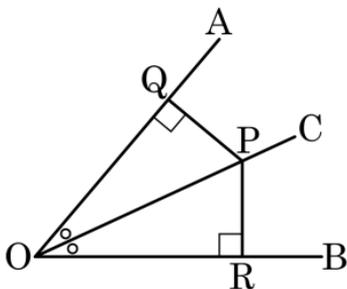
④ $\triangle AGC = \triangle BCG$

⑤ $\triangle ABC = 6\triangle AGE$

해설

점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD}$, $\overline{BG} = \frac{2}{3}\overline{BE}$, $\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{CF}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 세 중선 \overline{AD} , \overline{BE} , \overline{CF} 의 길이가 서로 같은지 알 수 없으므로 \overline{AG} , \overline{BG} , \overline{CG} 는 서로 같다고 할 수 없다.

6. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 \overline{OC} 위의 점 P로부터 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle POQ = \angle POR$ ② $\angle OQP = \angle ORP$
 ③ $\triangle POQ \cong \triangle POR$ ④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$
 ⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점 Q와 점 R은 수선의 발을 내린 것이므로

$$\angle OQP = \angle ORP = 90^\circ \text{ (②)}$$

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) \overline{OP} 는 공통

ii) $\angle PQO = \angle PRO = 90^\circ$ (\because 가정)

iii) $\angle QOP = \angle ROP$ (\because 가정)

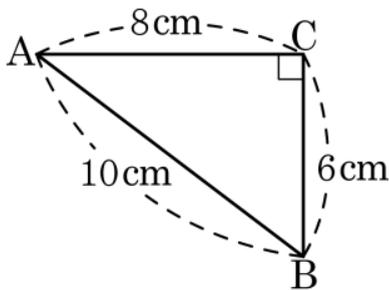
직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로

$\triangle POQ \cong \triangle POR$ (RHA합동)이다. (③)

합동인 삼각형의 두 대변의 길이는 같으므로 ④는 참이다.

또, 합동인 삼각형의 두 대각의 크기는 같으므로 ①은 참이다.

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이는?



① $36\pi\text{cm}^2$

② $25\pi\text{cm}^2$

③ $22\pi\text{cm}^2$

④ $20\pi\text{cm}^2$

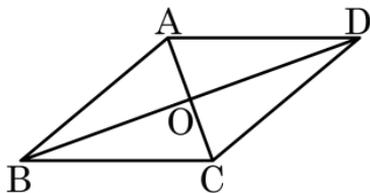
⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

외접원의 반지름은 빗변의 길이의 반이므로 $\frac{10}{2} = 5(\text{cm})$

따라서 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

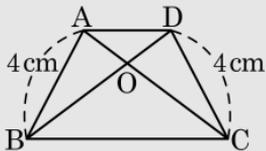
8. 다음 중 □ABCD가 항상 평행사변형이라고 할 수 없는 것은?



- ① $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\text{ cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\text{ cm}$
 ② $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle D = 70^\circ$
 ③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)
 ④ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\text{ cm}$
 ⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

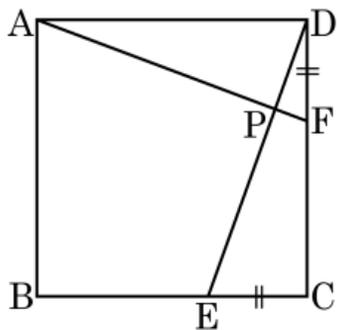
해설

- ① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
 ② 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle C = 110^\circ$ 이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
 ③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
 ④ (반례) 등변사다리꼴



- ⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

9. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다.
 $\overline{EC} = \overline{FD}$, $\square PECF = 12 \text{ cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$
 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm²

▶ 정답: 12 cm²

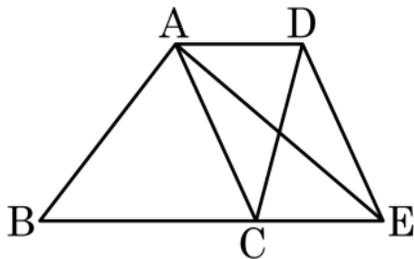
해설

$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ (SAS 합동) 이므로

$\triangle DPF$ 는 공통

따라서 $\triangle APD = \square PECF = 12 (\text{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 의 넓이는 20cm^2 이고, $\triangle ACE$ 의 넓이는 8cm^2 이다. $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2
 ④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

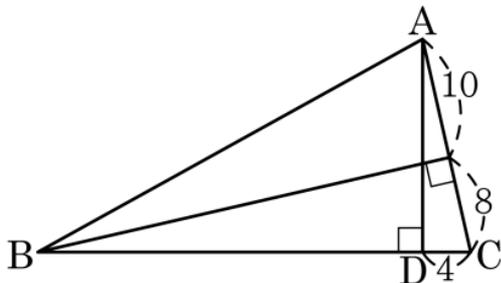
해설

$\triangle ACE = \triangle ADE = \triangle ADC = \triangle CED$ 이고

$\triangle ABC = \square ABCD - \triangle ACD$ 이므로

$\triangle ABC = 20 - 8 = 12(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A, B에서 변 \overline{BC} , \overline{AC} 에 각각 수선을 그었다. \overline{BD} 의 길이를 구하면?



- ① 32 cm ② 33 cm ③ 34 cm ④ 35 cm ⑤ 36 cm

해설

$$\triangle ADC \sim \triangle BEC \text{ (AA 닮음)}$$

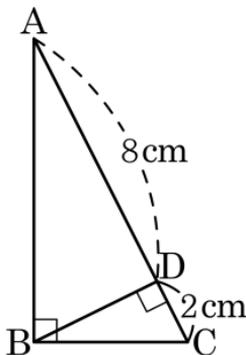
$$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{DC} : \overline{EC}$$

$$18 : (\overline{BD} + 4) = 4 : 8$$

$$4\overline{BD} + 16 = 144$$

$$4\overline{BD} = 128, \overline{BD} = 32$$

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 20cm^2

② 21cm^2

③ 22cm^2

④ 23cm^2

⑤ 24cm^2

해설

$\triangle DBA \sim \triangle DCB$ 이므로

$$\overline{BD}^2 = 8 \times 2$$

$$\overline{BD} = 4$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (8 + 2) \times 4 = 20(\text{cm}^2)$$

13. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$ 일 때,
 $x + y$ 의 값은?

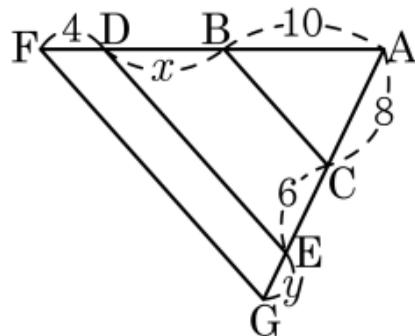
① 11.7

② 10.7

③ 9.7

④ 8.7

⑤ 7.7



해설

$$10 : x = 8 : 6$$

$$8x = 60, x = 7.5$$

$$7.5 : 4 = 6 : y$$

$$7.5y = 24, y = 3.2$$

$$\therefore x + y = 7.5 + 3.2 = 10.7$$

14. 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 넓이가 24cm^2 인 땅의 실제의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : km^2

▷ 정답 : 6 km^2

해설

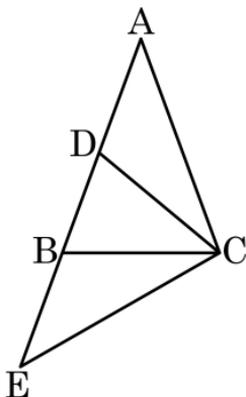
$$1^2 : 50000^2 = 1 : 2500000000$$

실제의 넓이를 x 라 하면

$$24 : x = 1 : 2500000000$$

$$x = 60000000000 (\text{cm}^2) = 6 (\text{km}^2)$$

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC, ECD, CBD 는 $\angle ABC = \angle ACB, \angle ECD = \angle EDC, \angle CBD = \angle CDB$ 인 이등변삼각형이고, $\angle ACE = 100^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : $40 \circ$

해설

$\angle BCD = \angle x, \angle ACD = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle x + \angle y$

$\triangle CBD$ 에서 $\angle CDB = \angle x + \angle y$

$\triangle ECD$ 에서 $\angle ECD = \angle x + \angle y$ 이므로

$\angle ECB = \angle y$

$\angle ACE = 100^\circ$ 이므로

$\angle x + 2\angle y = 100^\circ \cdots \textcircled{㉠}$

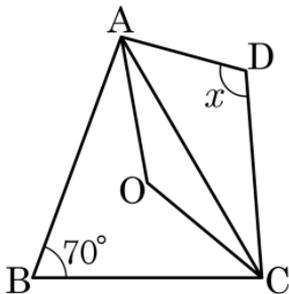
$\triangle CBD$ 에서 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$3\angle x + 2\angle y = 180^\circ \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하면 $\angle x = 40^\circ, \angle y = 30^\circ$

$\therefore \angle x = \angle BCD = 40^\circ$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ $^\circ$

▷ 정답 : $110_\underline{\quad}$

해설

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 140^\circ$$

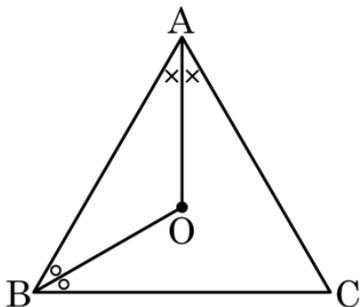
$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, \overline{OD} 를 그으면 $\angle D = a + b$

$\square AOCD$ 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360^\circ$,

$$360^\circ = 140^\circ + a + b + a + b = 140^\circ + 2(a + b), a + b = \angle ADC =$$

$$110^\circ$$

17. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심을 O라 하고, $\angle A + \angle B = 2\angle C$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$

▷ 정답 : 120°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 O이므로

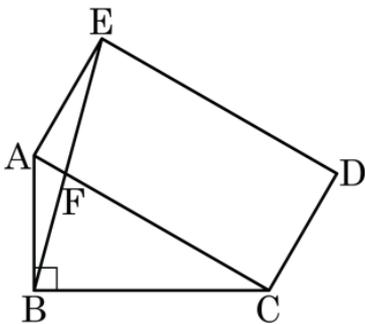
$\angle AOB = 2 \times \angle C$ 이고,

$\angle A + \angle B = 2 \times \angle C$ 이므로

$$\frac{\angle A + \angle B}{2} + \angle AOB = \angle C + 2\angle C = 180^\circ$$

따라서 $\angle C = 60^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 120^\circ$ 이다.

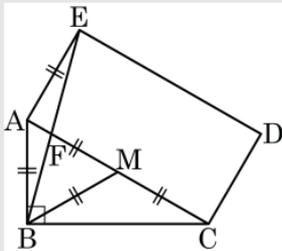
18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\square ACDE$ 는 $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 인 직사각형이다. \overline{AC} 와 \overline{BE} 의 교점을 F 라 할 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 15°

해설



직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 \overline{AC} 의 중점을 M 이라 하면 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$
 $\angle BAC = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이다.
 또한, $\overline{AC} = 2\overline{AE}$ 에서 $\overline{AM} = \overline{AE} = \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\therefore \angle AEB = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ - 90^\circ) = 15^\circ$$

19. 세 변의 길이가 18cm, 24cm, 36cm인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 3cm이고 이 삼각형과 닮음인 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비를 구하여라.

① 2 : 3

② 4 : 5

③ 1 : 2

④ 3 : 5

⑤ 1 : 3

해설

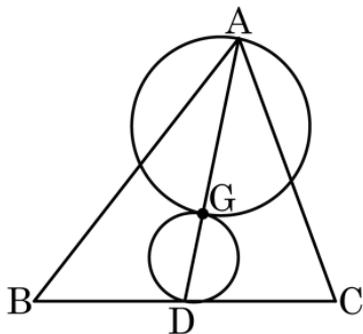
주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $18 : 24 : 36 = 3 : 4 : 6$ 이고 한 변의 길이가 3cm인 삼각형을 만들면 3가지 경우가 나온다.

그 중 가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $\frac{3}{2} : 2 : 3$ 이고, 가장 큰

삼각형의 세 변의 길이는 $3 : 4 : 6$ 이다.

따라서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비는 $3 : 6 = 1 : 2$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 할 때, \overline{AG} , \overline{GD} 를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



① 6 : 1

② 5 : 1

③ 4 : 1

④ 3 : 1

⑤ 2 : 1

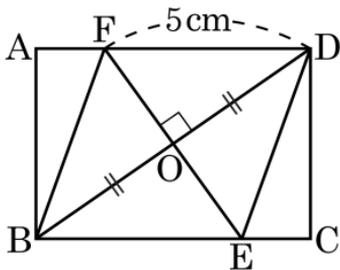
해설

점 G 가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다.
 \overline{GD} 의 길이를 a 라고 하면

\overline{GD} 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\frac{a^2}{4}\pi$ 이고,

\overline{AG} 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$ 이므로 넓이의 비는 4 : 1이다.

21. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD} \perp \overline{FE}$ 일 때, 사각형 FBED의 둘레의 길이를 구하여라.



- ① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$ (SAS합동) 이므로

$$\overline{FB} = \overline{FD}$$

$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$ (ASA합동) 이므로

$$\overline{FD} = \overline{EB}$$

$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$ (SAS합동) 이므로

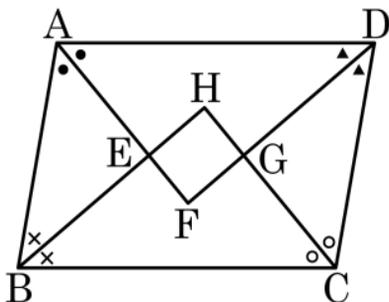
$$\overline{EB} = \overline{ED}$$

따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$ 이므로 $\square FBED$ 는 마름모이다.

따라서 $\square FBED$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20 \text{ (cm)}$$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 네 내각의 이등분선의 교점을 E, F, G, H라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

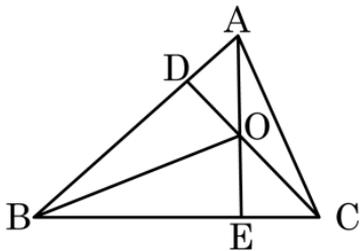


- ① $\triangle AFD \equiv \triangle CHB$ ② $\triangle AEB \equiv \triangle CGD$
 ③ $\overline{EG} \neq \overline{HF}$ ④ $\angle HEF = \angle EFG$
 ⑤ $\overline{BH} \parallel \overline{FD}$

해설

사각형 EFGH는 직사각형이다.

23. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 2 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 3$ 이다. $\triangle AOD$ 의 넓이가 20일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$\triangle ADO$ 와 $\triangle ACO$ 에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$ 이므로

$$\triangle ADO = \triangle ADC \times \frac{2}{2+3} = 20$$

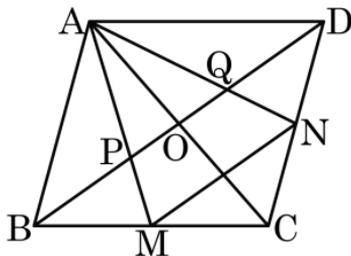
$$\therefore \triangle ADC = 50$$

$\triangle CAD$ 와 $\triangle CBD$ 에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 3$ 이므로

$$\triangle CAD = \triangle ABC \times \frac{1}{1+3} = 50$$

$$\therefore \triangle ABC = 200$$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 사각형 PQNM 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$ 배

해설

평행사변형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면 두 점 P, Q 는 각각 삼각형 ABC, ACD 의 무게중심이므로

$$\overline{BP} = 2\overline{OP}, \overline{DQ} = 2\overline{OQ}$$

$$\therefore \overline{PQ} = \frac{1}{3}\overline{BD}, \triangle APQ = \frac{S}{6}$$

$$\text{또 } \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD} \text{ 이므로 } \overline{MN} : \overline{PQ} = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} = 3 : 2$$

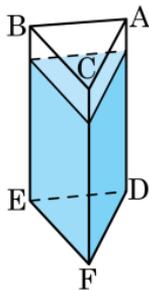
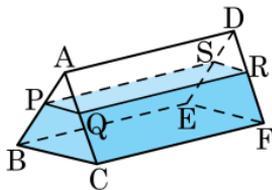
따라서 삼각형 APQ 와 삼각형 AMN 은 닮음비가 2 : 3 이고, 넓이비는 4 : 9

$$\triangle AMN = \frac{9}{4}\triangle APQ = \frac{9}{4} \times \frac{S}{6} = \frac{3}{8}S$$

$$\text{따라서 사각형 PQNM 의 넓이는 } \frac{3}{8}S - \frac{1}{6}S = \frac{5}{24}S \text{ 이므로}$$

사각형 ABCD 의 넓이는 사각형 PQNM 의 넓이의 $\frac{24}{5}$ 배

25. 삼각기둥 모양의 그릇에 물을 담아 왼쪽과 같이 놓았더니 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 4$ 이었다. 다음과 같이 세웠을 때의 물의 높이는 \overline{AD} 의 몇 배인지 바르게 구한 것은?



① $\frac{39}{49}$

② $\frac{40}{49}$

③ $\frac{41}{49}$

④ $\frac{42}{49}$

⑤ $\frac{43}{49}$

해설

$\triangle ABC = a \text{ cm}^2$, $\overline{CF} = b \text{ cm}$ 라 하면

물의 부피 $\frac{40}{49}ab \text{ cm}^3$

다음 그림에서 물의 높이를 $x \text{ cm}$ 라 하면

물의 부피는 $ax \text{ cm}^3$ 이므로

$$\frac{40}{49}ab = ax, x = \frac{40}{49}b$$

\therefore 물의 높이는 \overline{AD} 의 $\frac{40}{49}$ 배이다.