

1. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x - 2y)(3x + y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x - y + 2)(x - y + 1)$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2 + y^2)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x + 2y)(3x - y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y - 2)(y + 1)$$

$$= \{2x + (y - 2)\} \{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

2. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3y$

② $x - 2y$

③ $x - y$

④ $x + y$

⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\ &= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

3. 다음 중 $(x + y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

① $x^2 - 2xy - 4y^2$

② $x^2 - 2xy + 4y^2$

③ $x^2 + 2xy + 4y^2$

④ $x^2 - 4xy - 7y^2$

⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x + y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x + y) - 2y\}\{(x + y)^2 + (x + y)2y + (2y)^2\} \\&= (x - y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x - y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

4. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

① a

② $2a - 5b$

③ $2a(2a - 5b)$

④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$

⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

5. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x + y$

② $-x - y$

③ $x + y - 2$

④ $x - y$

⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

6. $(x^2 + x)(x^2 + x - 8) + 12$ 를 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 될 수 없는 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x - 2$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

$x^2 + x = A$ 로 놓으면 주어진 식은

$$A(A - 8) + 12 = A^2 - 8A + 12$$

$$= (A - 2)(A - 6)$$

$$\therefore (\text{준식}) = (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x - 2)(x + 3)$$

7. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$x^2 + x = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24 \\ &= (A-2)(A-12)+24 \\ &= A^2-14A+48=(A-6)(A-8) \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-8) \\ &= (x-2)(x+3)(x^2+x-8) \\ \therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8)=10 \end{aligned}$$

8. $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

② $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③ $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④ $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤ $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\text{즉, } (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

9. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + a \\ &= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) + a\end{aligned}$$

$x^2 + 5x + 4 = Y$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= Y(Y+2) + a \\ &= Y^2 + 2Y + a\end{aligned}$$

$\therefore$ 완전제곱식이 되려면 $a = 1$

10. $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때 $a+b+c+d$ 를 구하면?

①

16

② -16

③ 15

④ 18

⑤ 0

해설

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 에서

$x^2+5x=t$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (t+4)(t+2) - 24$$

$$= t^2 + 6t + 8 - 24 = t^2 + 6t - 16$$

$$= (t+8)(t-2)$$

이 때 $t = x^2 + 5x$ 이므로

$$\therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$$

$$\therefore a=5, b=8, c=5, d=-2$$

$$a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16$$

11. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2 - x + 7)(x^2 - 5x + 3)$ ② $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - x + 3)$
③ $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 3)$ ④ $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3)$
⑤ $(x^2 - 2x + 7)(x^2 - 5x + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3 \\ &= \{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\} - 3 \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 3 \\ &= (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 - 3 \\ &= (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 21 \\ &= (x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3) \end{aligned}$$

12. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

①

-6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$x^2 - x$ 를 X 로 치환하면

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$$

$$= (X + 1)(X - 3) - 5$$

$$= X^2 - 2X - 3 - 5$$

$$= X^2 - 2X - 8$$

$$= (X - 4)(X + 2)$$

$$= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2)$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

13. $x^4 - 8x^2 - 9$ 를 x 에 대한 일차식만의 곱으로 인수분해할 때, 계수는 다음 중 어떤 수라 할 수 있는가?

① 정수

② 유리수

③ 무리수

④ 실수

⑤ 복소수

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 8x^2 - 9 &= (x^2 - 9)(x^2 + 1) \\&= (x + 3)(x - 3)(x^2 + 1) \\&= (x + 3)(x - 3)(x + i)(x - i)\end{aligned}$$

∴ 복소수

14. 자연수 n 에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \end{aligned}$$

$$4\{(x+y)(x-y)\}^n = 4 \times 3^n$$

$$4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 3$$

15. 다항식 $x^4 + x^2y^2 + 25y^4$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + mxy + 5y^2)(x^2 + nxy + 5y^2)$ 가 되었다. 이 때 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값을 구하면?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 10x^2y^2 + 25y^4 - 9x^2y^2 \\&= (x^2 + 5y^2)^2 - (3xy)^2 \\&= (x^2 + 5y^2 - 3xy)(x^2 + 5y^2 + 3xy)\end{aligned}$$

$$\therefore m + n = 0$$

16. $x^4 - 23x^2y^2 + y^4$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

② $(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$

③ $(x^2 + 3xy + y^2)(x^2 - 3xy + y^2)$

④ $(x^2 + 4xy + y^2)(x^2 - 4xy + y^2)$

⑤ $(x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - 25x^2y^2 \\&= (x^2 + y^2)^2 - (5xy)^2 \\&= (x^2 + y^2 + 5xy)(x^2 + y^2 - 5xy) \\&= (x^2 + 5xy + y^2)(x^2 - 5xy + y^2)\end{aligned}$$

17. $x^4 + 4y^4$ 의 인수인 것은?

① $x^2 + y^2$

② $x^2 + 2y^2$

③ $x^2 + xy + 2y^2$

④ $x^2 - xy + 2y^2$

⑤ $x^2 + 2xy + 2y^2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 4y^4 &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)\end{aligned}$$

18. 다음 <보기> 중 다항식 $x^4 - 7x^2 + 9$ 을 인수분해 할 때, 그 인수로 알맞은 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠ $x^2 - 1$

㉡ $x^2 - x - 1$

㉢ $x^2 - x - 3$

㉣ $x^2 + x - 3$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 7x^2 + 9 &= x^4 - 6x^2 + 9 - x^2 \\&= (x^2 - 3)^2 - x^2 \\&= (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3) \\ \therefore \text{인수} &: (x^2 - x - 3), (x^2 + x - 3)\end{aligned}$$

19. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$

② $a + b - c$

③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$

⑤ $-a - b + c$

해설

$$a^2 - b^2 - c^2 + 2bc = a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc)$$

$$= a^2 - (b - c)^2$$

$$= (a + b - c)(a - b + c)$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$ (단, 복부호 동순)

20. 다음 보기 중 항상 옳다고 할 수 없는 등식은?

㉠ $x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)$

㉡ $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

㉢ $(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 1) = x^4 + x + 1$

㉣ $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$

㉤ $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉢ $x + 1 = A$ 로 치환하여 전개하면

$$(x^2 + A)(x^2 - A) = x^4 - A^2 = x^4 - x^2 - 2x - 1$$

21. $n^4 - 6n^2 + 25$ 의 값이 소수가 되게 하는 정수 n 의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 없다

⑤ 무수히 많다

해설

$$\begin{aligned} p &= n^4 - 6n^2 + 25 \\ &= n^4 + 10n^2 + 25 - 16n^2 \\ &= (n^2 + 5)^2 - (4n)^2 \\ &= (n^2 + 4n + 5)(n^2 - 4n + 5) \end{aligned}$$

p 가 소수이므로 $n^2 + 4n + 5 = 1$

또는 $n^2 - 4n + 5 = 1$ 이어야 한다.

$$n^2 + 4n + 4 = (n + 2)^2 = 0 \text{ 에서 } n = -2$$

$$n^2 - 4n + 4 = (n - 2)^2 = 0 \text{ 에서 } n = 2$$

따라서 구하는 n 은 두 개이다.

22. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

23. $a^2 + ab + a - b - 2$ 의 인수로 적당한 것은?

① $a - b - 2$

② $a + b - 2$

③ $a + b + 2$

④ $a + 1$

⑤ $b + 1$

해설

a 에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 + ab + a - b - 2 \\ &= a^2 + (b + 1)a - b - 2 \\ &= (a + b + 2)(a - 1)\end{aligned}$$

24. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= \{3x - (y + 3)\}(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

25. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $x + y + 2$

② $x - y + 2$

③ $x + 2y + 1$

④ $x - 2y + 1$

⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

26. $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$

② $x + y + 1$

③ $2x - y + 1$

④ $3x - y + 2$

⑤ $3x + y + 2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면

$$3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$$

$$= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$$

인수분해하면 $(x + y - 1)(3x - y + 2)$

27. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

① -1

② 1

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

28. 다항식 $P(x) = x^4 + 2x^3 + kx^2 - 2x + 8$ 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 정할 때 다음 중 $P(x)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x-1$

② $x+1$

③ $x-2$

④ $x+2$

⑤ $x+4$

해설

$$P(x) = (x-1)Q(x)$$

$$\therefore P(1) = 1 + 2 + k - 2 + 8 = 0$$

$$\therefore k = -9$$

$$\therefore P(x) = x^4 + 2x^3 - 9x^2 - 2x + 8$$

$$= (x-1)(x-2)(x+1)(x+4)$$

29. $x^6 + 4x^4 + x^2 - 6$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$ 로 인수분해 될 때,
 $a+b+c+d$ 의 값은?

① -5

② -2

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$$x^6 + 4x^4 + x^2 - 6 = (x+1)(x-1)(x^4 + 5x^2 + 6)$$

$$= (x+1)(x-1)(x^2 + 2)(x^2 + 3)$$

$$\therefore a+b+c+d = 5$$

30. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으려면?

① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$

② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$

③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$

④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 라 하면

$f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x - 1, x + 3$ 로 나누어떨어진다.

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)\end{aligned}$$

31. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ 을 인수분해 했을 때 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $(x - 1)^2$

⑤ $(x + 1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

1	1	1	-3	-1	2
		1	2	-1	-2
1	1	2	-1	-2	0
		1	3	2	
-1	1	3	2	0	
		-1	-2		
-2	1	2	0		
		-2			
	1	0			

$$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$$

32. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수($x \neq y \neq z$)이므로

$$x + y + z = 0$$

33. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{에서}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

34. $\frac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

① 2004

② 2005

③ 2006

④ 2007

⑤ 2008

해설

2007 = a 로 놓고

주어진 식을 a 에 대한 식으로 변형하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{a(a + 1) + 1} &= \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1} \\ &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2007 - 1 = 2006\end{aligned}$$

35. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

36. $\frac{2002^3 - 1}{2002 \times 2003 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 1999

② 2000

③ 2001

④ 2002

⑤ 2003

해설

$a = 2002$ 로 치환하면

$$\frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} = \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} = a - 1$$

$$\therefore 2002 - 1 = 2001$$

37. $\frac{2012^3 + 8}{2012 \times 2010 + 4}$ 의 값은?

① 2010

② 2011

③ 2012

④ 2013

⑤ 2014

해설

$a = 2012$ 라 치환하면,

$$\begin{aligned}\frac{2012^3 + 8}{2012 \times 2010 + 4} &= \frac{a^3 + 2^3}{a \times (a - 2) + 4} \\ &= \frac{(a + 2)(a^2 - 2a + 4)}{a^2 - 2a + 4} \\ &= 2012 + 2 \\ &= 2014\end{aligned}$$

38. $\frac{100^3 - 1}{101 \times 100 + 1}$ 의 값을 구하면?

①

99

② 100

③ 101

④ 102

⑤ 103

해설

$a = 100$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{a^3 - 1}{(a + 1)a + 1} &= \frac{(a - 1)(a^2 + a + 1)}{(a^2 + a + 1)} \\ &= a - 1 = 99\end{aligned}$$

39. $\frac{2012^3 + 1}{2012 \times 2011 + 1}$ 의 값을 a 라 할 때, $\frac{a+1}{a-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1007}{1006}$

해설

$$a = \frac{(2012 + 1)(2012^2 - 2012 + 1)}{(2012^2 - 2012 + 1)}$$

= 2013 이므로

$$\therefore \frac{a+1}{a-1} = \frac{2013+1}{2013-1} = \frac{2014}{2012} = \frac{1007}{1006}$$

40. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75

② 125

③ 900

④ 1000

⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned} 125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5 + (30 - 50) \div (-4) &= 5 + 5 = 10 \text{ 이므로} \\ (\text{준 식}) &= 10000 \div 10 = 1000 \end{aligned}$$

41. $11 \cdot 13^3 + 33 \cdot 13^2 + 33 \cdot 13 + 11$ 의 인수가 아닌 것을 고르면?

① 3

② 7

③ 11

④ 14

⑤ 22

해설

$11 = a, 13 = b$ 라 하면

$$a \cdot b^3 + 3ab^2 + 3ab + a$$

$$= a(b^3 + 3b^2 + 3b + 1)$$

$$= a(b+1)^3 = 11 \cdot 14^3$$

$$= 11 \times 2^3 \times 7^3$$

42. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$

② 0

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 1

해설

$$a^2 + b^2 + c^2$$

$$= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$5 = 1 - 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -2$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로}$$

$$2 - 3abc = 1 \cdot (5 + 2)$$

$$\therefore abc = -\frac{5}{3}$$

43. 가로 길이가 x cm, 세로 길이가 y cm, 높이가 z cm 인 직육면체에서 $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 + z^2 = 46$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는 몇 cm^2 인가?

① 45 cm^2

② 50 cm^2

③ 54 cm^2

④ 58 cm^2

⑤ 60 cm^2

해설

공식 $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + yz + zx)$ 을 이용하여
주어진 조건을 대입하면 $xy + yz + zx = 27$
겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이므로 54

44. $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

45. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

①

-1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$ 을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

46. $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$ 일 때, $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$ 의 인수인 것은?

① $a - b$

② $b + c$

③ $c + a$

④ $a + b + c$

⑤ abc

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)\{a^2 - a(c + b) + bc\} \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$

47. 실수 x, y 가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 13 ② $\frac{1173}{32}$ ③ 55 ④ 69 ⑤ 81

해설

$$\begin{aligned} & x^2y + xy^2 + x + y \\ &= xy(x + y) + (x + y) \\ &= (xy + 1)(x + y) \\ &= 7(x + y) = 63, \\ & x + y = 9, xy = 6 \\ & \therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\ & \qquad \qquad = 81 - 12 = 69 \end{aligned}$$

48. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

49. $x + y - 1 = 0$ 일 때, 다음 중 $2x^2 + y^2 - xy - 8$ 의 인수인 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $4x + 5$

⑤ $4x + 7$

해설

$$x + y - 1 = 0 \text{ 에서 } y = -x + 1$$

$$\therefore 2x^2 + y^2 - xy - 8$$

$$= 2x^2 + (-x + 1)^2 - x(-x + 1) - 8$$

$$= 4x^2 - 3x - 7$$

$$= (4x - 7)(x + 1)$$

50. $a + b - 2c = 1$, $a - b + 3c = 3$ 일 때, 다음 중 $a + ab + c^2$ 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $(a - 8)(a - 2)$

② $(a + 8)(a - 2)$

③ $-(a - 8)(a - 2)$

④ $-(a - 8)(a + 2)$

⑤ $-(a + 8)(a - 2)$

해설

$$a + b - 2c = 1 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$$a - b + 3c = 3 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{에서 } 2a + c = 4$$

$$\therefore c = -2a + 4 \quad \dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } b = -5 + 9$$

$$\begin{aligned} \therefore a + ab + c^2 &= a + a(-5a + 9) + (-2a + 4)^2 \\ &= -a^2 - 6a + 16 \\ &= -(a^2 + 6a - 16) \\ &= -(a + 8)(a - 2) \end{aligned}$$