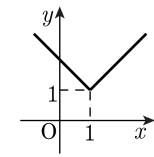
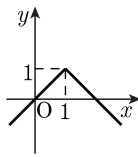


1. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

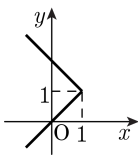
①



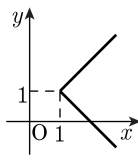
②



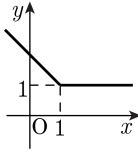
③



④



⑤

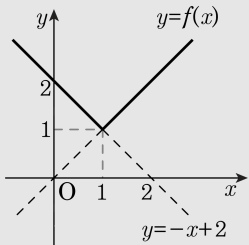


해설

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$y = \begin{cases} (x - 1) + 1 = x & (x \geq 1) \\ 1 - x + 1 = -x + 2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



2. 함수 $y = |x - 1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 < m < 0$ ② $-\frac{1}{2} < m < 1$ ③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$
 ④ $0 < m < 1$ ⑤ $1 < m < 2$

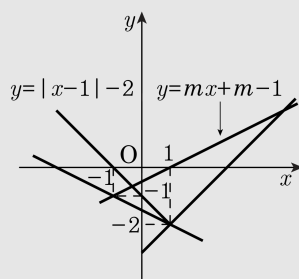
해설

$y = |x - 1| - 2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x + 1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계 없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두

점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$

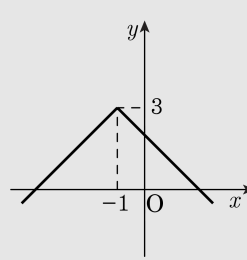


3. 함수 $y = -|x + 1| + 3$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -|x + 1| + 3$ 의 그래프는 다음
그림과 같으므로 최댓값은
 $x = -1$ 일 때, 3이다.



4. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림

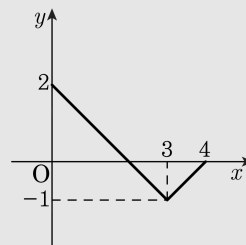
과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?

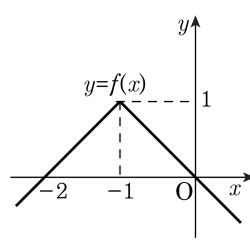
① $y = |x - 1| - 1$

② $y = |x + 1| - 1$

③ $y = |x - 1| + 1$

④ $y = -|x + 1| + 1$

⑤ $y = -|x + 1| - 1$



해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
 $y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,
 y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$
즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

6. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$M + m = 7 + 1 = 8$

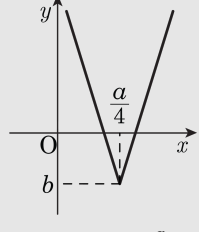
7. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4\left(x - \frac{a}{4}\right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

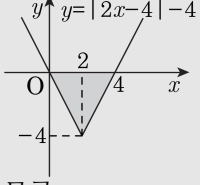
8. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은
 $2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$
(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$
따라서 (i), (ii)에 의하여
함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로
구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



9. 직선 $y = m|x - 1| + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10 일 때, m 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $-\frac{2}{5}$
- ⑤ 1

해설

$y = m|x - 1| + 2$
i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \cdots \textcircled{1}$
ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \cdots \textcircled{2}$

m 에 관계없이 정점 (1, 2)을 지난다.

x 절편은 $\textcircled{1}$ 에서 $x = \frac{m-2}{m}$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는

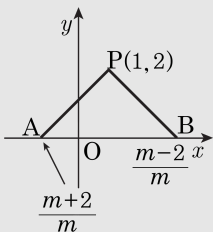
$$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = -\frac{4}{m}$$

$\therefore \triangle PAB$ 의 면적이 10이므로

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$$

$$10m = -4$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

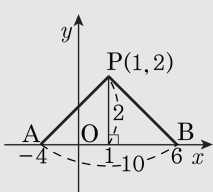
$$\overline{AB} = 10$$

즉 그래프의 x 절편이 -4, 6이다.

$y = m|x - 1| + 2$ 에 (6, 0)을 대입하면

$$0 = m|6 - 1| + 2, 5m = -2$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



10. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y=|x-a|+a-1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?
- ① $y = x + 1$ ② $y = x - 1$ ③ $y = x - 2$
- ④ $y = -x - 1$ ⑤ $y = -x + 1$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

i) $a > 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서, $y = |x - a| + a - 1$ 은 $y = x + 1$,
 $y = x - 1$ 과 만나며 $a \leq 1$ 일 때 $y = -x + 1$ 도 만난다.

ii) $a = 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.

iii) $a < 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.

i), ii), iii) 에서 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

11. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = 2|x - 1| - 2$$

$$(i) \ x < 1 \text{ 일 때, } y = -2(x - 1) - 2 = -2x$$

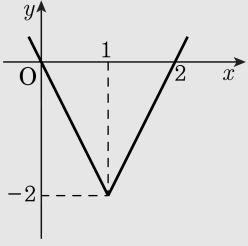
$$(ii) \ x \geq 1 \text{ 일 때, } y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$$

따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와

x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



12. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

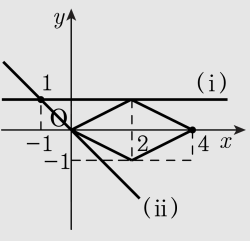
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
 $|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
 $x+2y=2$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을

각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한
 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2만큼
 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
 다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이
 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면

(i) $m \leq 0$

(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때

$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$

(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$

따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

13. 다음 <보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서 y 축에 대하여 대칭인 것을 모두 고르면?

- I. $y = 2|x| + 1$
II. $|y| = 2x + 1$
III. $|y| = 2|x| + 1$

- ① I ② II ③ III ④ I, II ⑤ I, III

해설

- I. x 에 절댓값이 있으므로 y 축에 대하여 대칭
II. y 에 절댓값이 있으므로 x 축에 대하여 대칭
III. x, y 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고 또한 y 축에 대해서도 대칭이다.

14. 두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$, $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 충분조건일 때, a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-1 < a < 1$ ② $-2 < a < 2$ ③ $-2 \leq a \leq 1$
 ④ $-1 \leq a \leq 1$ ⑤ $-2 \leq a \leq 2$

해설

두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$,
 $q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여
 q 는 p 이기 위한 충분조건이므로
 각각의 진리집합을 P, Q 라 하면 $Q \subset P$
 이다.

$x^2 + y^2 = 4$ 는 중심이 원점이고
 반지름의 길이가 2인 원이고,

$|x| + |y - a| = 1$ 의 그래프는

$|x| + |y| = 1$ 의 그래프를

y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이다.

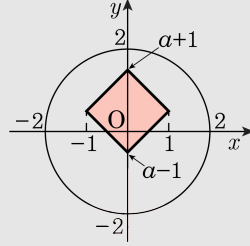
이 때 $P = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$

$Q = \{(x, y) \mid |x| + |y - a| \leq 1\}$ 이 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.

따라서 $Q \subset P$ 이라면 다음 그림에서

$a + 1 \leq 2, a - 1 \geq -2$

$\therefore -1 \leq a \leq 1$

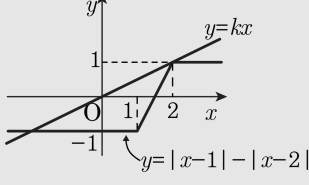


15. 함수 $y = |x - 1| - |x - 2|$ 의 그래프와 직선 $y = kx$ 가 세 점에서 만날 때, 상수 k 의 값이 될 수 없는 것은?

- ㉠ $\frac{1}{2}$ ㉡ $\frac{1}{3}$ ㉢ $\frac{1}{4}$ ㉣ $\frac{1}{5}$ ㉤ $\frac{1}{6}$

해설

$y = |x - 1| - |x - 2|$
(i) $x \geq 2$ 일 때, $y = x - 1 - (x - 2) = 1$
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x - 1 + x - 2 = 2x - 3$
(iii) $x < 1$ 일 때, $y = -(x - 1) + (x - 2) = -1$
 $y = |x - 1| - |x - 2|$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다.



$y = kx$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y = kx$ 의 그래프가 점 $(2, 1)$ 을 지날 때

$$1 = 2k \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

따라서 두 그래프가 세 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는

$$0 < k < \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

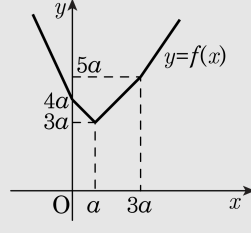
그러므로 보기 중 위 범위에 속하지 않는 것은 ㉠이다.

16. 함수 $f(x) = |x| + |x - a| + |x - 3a|$ 의 최솟값이 6 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i) $x < 0$ 일 때, $f(x) = -3x + 4a$
ii) $0 \leq x < a$ 일 때, $f(x) = -x + 4a$
iii) $a \leq x < 3a$ 일 때, $f(x) = x + 2a$
iv) $x \geq 3a$ 일 때, $f(x) = 3x - 4a$
따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고 최솟값은 $3a$ 이므로
 $3a = 6 \quad \therefore a = 2$



17. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2009|$ 은 $x=a$ 에서 최솟값을 가진다. 이때, a 의 값은?

① 1001 ② 1002 ③ 1003 ④ 1004 ⑤ 1005

해설

$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2009|$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 갖는 경우는

$$x = \frac{1+2009}{2} = 1005 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a = 1005$$

18. 방정식 $|x|+|y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형은 함수 $y = \frac{1}{2} (|x| - x) + 1$ 의 그래프에 의하여 두 부분으로 나누어진다. 이 때, 작은 부분의 넓이를 구하면?

- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{7}{5}$
- ⑤ 3

해설

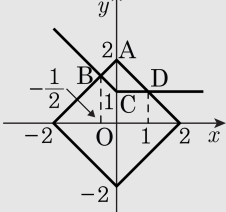
$y = \frac{1}{2} (|x| - x) + 1$ 에서

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로

$y = \frac{1}{2} (x - x) + 1 = 1$

(ii) $x < 0$ 일 때, $|x| = -x$ 이므로

$y = \frac{1}{2} (-x - x) + 1 = -x + 1$



따라서 $y = \frac{1}{2} (|x| - x) + 1$ 과 $|x|+|y| = 2$ 의 그래프는 위의 그림과 같다.

그러므로 구하는 작은 사각형 ABCD 의 넓이는

$\triangle ABC + \triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{3}{4}$

19. $|y-x| + |y+x| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 ?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

절댓값의 정의에 의하여

(i) $y - x \geq 0, y + x \geq 0$ 일 때,

$$y - x + y + x = 2$$

$$\therefore y = 1$$

(ii) $y - x \geq 0, y + x < 0$ 일 때,

$$y - x - y - x = 2$$

$$\therefore x = -1$$

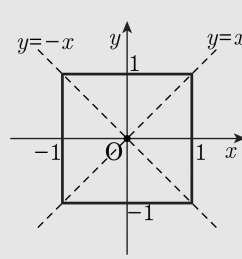
(iii) $y - x < 0, y + x \geq 0$ 일 때, $-y + x + y + x = 2$

$$\therefore x = 1$$

(iv) $y - x < 0, y + x < 0$ 일 때, $-y + x - y - x = 2$

$$\therefore y = -1$$

$$\therefore S = 2 \times 2 = 4$$



20. 수직선 위에 네 점 A(-2), B(0), C(1) 이 있다. 이 수직선 위의 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 P 의 좌표를 $P(x)$ 라고 하면
 $\overline{PA} = |x + 2|$, $\overline{PB} = |x|$, $\overline{PC} = |x - 1|$,
 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 이므로
 $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 로 놓고
 $x = -2, 0, 1$ 을 경계로 하여 구간을 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y = \begin{cases} -3x - 1 & (x < -2 \text{ 일 때}) \\ -x + 3 & (-2 \leq x < 0 \text{ 일 때}) \\ x + 3 & (0 \leq x < 1 \text{ 일 때}) \\ 3x + 1 & (x \geq 1 \text{ 일 때}) \end{cases}$$

따라서, $y = |x + 2| + |x| + |x - 1|$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 구하는 최솟값은 3 이다.

