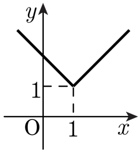
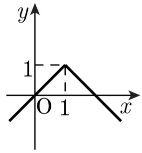
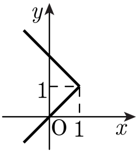
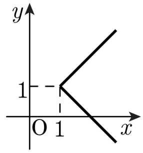
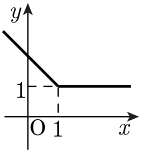
**1.** 다음 중 함수 $y = |x-1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

① 



② 



③ 



④ 


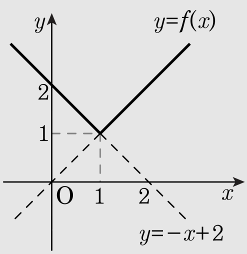

⑤ 



**해설**

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 \ (x \geq 1) \\ 1-x \ (x < 1) \end{cases}$$ 이므로

$$y = \begin{cases} (x-1)+1 = x \quad (x \geq 1) \\ 1-x+1 = -x+2 \ (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



**2.** 함수 $y=|x-1|-2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m-1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 $m$ 의 값의 범위를 구하면?

① $-1<m<0$　② $-\frac{1}{2}<m<1$　③ $-\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$

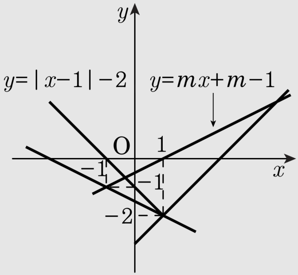
④ $0<m<1$　⑤ $1<m<2$

**해설**

$y=|x-1|-2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1,\ -2)$ 에서 꺽인 그래프이다.

또, 직선 $y=mx+m-1$ 은 $y=m(x+1)-1$ 에서 $m$ 의 값에 관계없이 점 $(-1,\ -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2}<m<1$

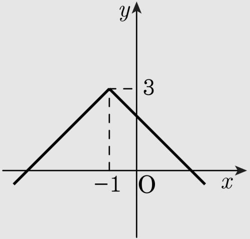


**3.** 함수 $y = -|x+1|+3$ 의 최댓값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$y = -|x+1|+3$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은 $x = -1$ 일 때, 3이다.



**4.** 함수 $y = |x-3| - 1$ 에 대하여 $0 \le x \le 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1　　② 2, 0　　③ 2, $-1$　　④ 1, $-1$　　⑤ 1, $-2$

**해설**

$0 \le x \le 4$ 에서

$y = |x-3| - 1$

$$= \begin{cases} x-4 & (3 \le x \le 4) \\ -x+2 & (0 \le x < 3) \end{cases}$$

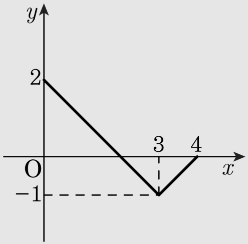
따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$x = 0$ 일 때

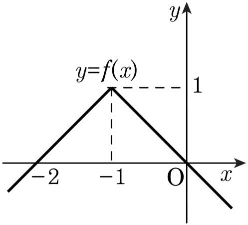
최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 $-1$ 이다.



**5.** 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?




① $y = |x-1| - 1$

② $y = |x+1| - 1$

③ $y = |x-1| + 1$

④ $y = -|x+1| + 1$

⑤ $y = -|x+1| - 1$

**해설**

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
$x$ 축의 방향으로 $-1$ 만큼,
$y$ 축의 방향으로 $1$ 만큼 평행이동한 것이므로
$y = -|x|$ 에 $x$ 대신 $x+1$ ,
$y$ 대신 $y-1$ 을 대입하면 $y-1 = -|x+1|$
즉, $f(x) = -|x+1| + 1$ 이므로 $y = -|x+1| + 1$

**6.** $0 \le x \le 3$ 에서 함수 $y = 2|x-1| + x$ 의 최댓값을 $M$ , 최솟값을 $m$ 이라 할 때, 상수 $M$ , $m$ 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9　② 8　③ 7　④ 6　⑤ 5

해설

$y = 2|x-1| + x$ 에서
( i ) $x \ge 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$
( ii ) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x-1) + x = -x + 2$ 이므로
$0 \le x \le 3$ 에서 $y = 2|x-1| + x$
따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 $7$ , $x = 1$ 일 때 최솟값 $1$ 을 가지므로
$M + m = 7 + 1 = 8$

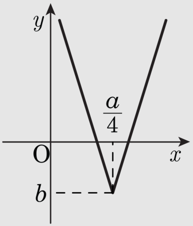
**7.** 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2를 가진다. 이 때, 상수 $a$, $b$ 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left|4\left(x - \frac{a}{4}\right)\right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 $x$ 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, $y$ 축의 방향으로 $b$ 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.




따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 $b$ 를 가지므로

$\frac{a}{4} = 3,\ b = -2$

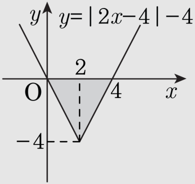
$\therefore\ a = 12,\ b = -2 \qquad \therefore\ a + b = 10$

**8.** 함수 $y = |2x-4|-4$ 의 그래프와 $x$ 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설




절대값 기호 안을 0으로 하는 $x$의 값은

$2x-4=0$ 에서 $x=2$

(ⅰ) $x<2$ 일 때, $y=-(2x-4)-4=-2x$

(ⅱ) $x \geq 2$ 일 때, $y=(2x-4)-4=2x-8$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의하여

함수 $y=|2x-4|-4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

**9.** 직선 $y = m\,|\,x-1\,|+2$ 와 $x$축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10일 때, $m$의 값은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{2}{5}$ ⑤ 1

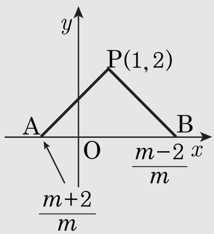
해설

$y = m\,|\,x-1\,|+2$

ⅰ) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \cdots$ ㉠

ⅱ) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \cdots$ ㉡

$m$ 에 관계없이 정점 $(1,\ 2)$ 을 지난다.




$x$절편은 ㉠에서 $x = \dfrac{m-2}{m}$

㉡에서 $x = \dfrac{m+2}{m}$

그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는

$\dfrac{m-2}{m} - \dfrac{m+2}{m} = \dfrac{-4}{m}$

$\therefore$ $\triangle$PAB의 면적이 10이므로

$S = \dfrac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\dfrac{4}{m}\right) = 10$

$10m = -4$

$\therefore\ m = -\dfrac{2}{5}$

해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

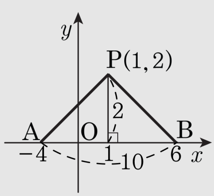
$\overline{\mathrm{AB}} = 10$

즉 그래프의 $x$절편이 $-4,\ 6$이다.

$y = m\,|\,x-1\,|+2$에 $(6,\ 0)$을 대입하면

$0 = m\,|\,6-1\,|+2,\ 5m = -2$

$\therefore m = -\dfrac{2}{5}$



**10.** 다음 중 임의의 실수 $a$ 에 대하여 $y=|x-a|+a-1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

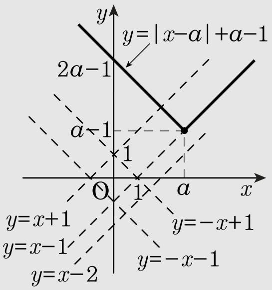
① $y=x+1$  ② $y=x-1$  ③ $y=x-2$

④ $y=-x-1$  ⑤ $y=-x+1$

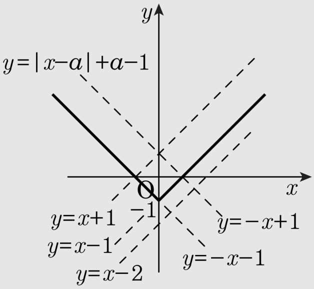
해설

$a$ 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

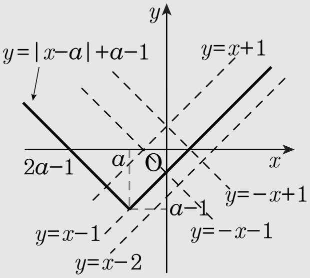
i ) $a>0$ 일 때,
$y=|x-a|+a-1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서, $y=|x-a|+a-1$ 은 $y=x+1$,
$y=x-1$ 과 만나며 $a \le 1$ 일 때
$y=-x+1$ 도 만난다.




ii ) $a=0$ 일 때,
$y=|x-a|+a-1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y=|x-a|+a-1$ 과
만나지 않는 그래프는 $y=x-2$ 밖에 없다.




iii) $a<0$ 일 때,
$y=|x-a|+a-1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y=|x-a|+a-1$ 과 만나지 않는
그래프는 $y=x-2$ 밖에 없다.




i ), ii ), iii) 에서 $y=|x-a|+a-1$ 의
그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y=x-2$ 이다.

**11.** 함수 $y = 2|x-1|-2$ 의 그래프와 $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

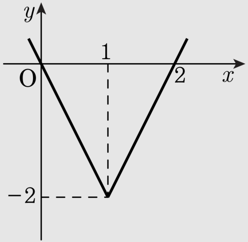
$y = 2|x-1|-2$

( i ) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x-1)-2 = -2x$

( ii ) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x-1)-2 = 2x-4$

따라서 $y = 2|x-1|-2$ 의 그래프와 $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 다음 그림에서

$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$

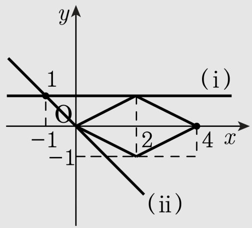


**12.** $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 $m$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
$|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
$x$ 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것
이다.




이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
$x+2y=2$ 의 그래프에서
$x \geq 0$ , $y \geq 0$ 인 부분을
각각 $x$ 축, $y$ 축, 원점에 대하여 대칭이동한
것이고, 이를 $x$ 축의 방향으로 2 만큼
평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.
직선 $y=mx+m+1$ 은 $m$ 의 값에 관계없이
점 $(-1,\ 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(i) $m \leq 0$
(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$
(i), (ii) 에서 $m$ 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$
따라서 $m$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 $-1$ 이다.

**13.** 다음<보기>에 주어진 함수의 그래프 중에서 $y$ 축에 대하여 대칭인 것을 모두 고르면?

| |
|---|
| Ⅰ. $y = 2\|x\| + 1$ |
| Ⅱ. $\|y\| = 2x + 1$ |
| Ⅲ. $\|y\| = 2\|x\| + 1$ |

① Ⅰ ② Ⅱ ③ Ⅲ ④ Ⅰ, Ⅱ ⑤ Ⅰ, Ⅲ

해설

Ⅰ. $x$에 절댓값이 있으므로 $y$축에 대하여 대칭

Ⅱ. $y$에 절댓값이 있으므로 $x$축에 대하여 대칭

Ⅲ. $x$, $y$ 에 모두 절댓값이 있으므로 원점에 대하여 대칭이고 또한 $y$축에 대해서도 대칭이다.

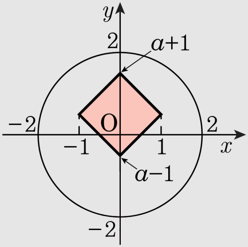
**14.** 두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$ , $q : |x| + |y - a| \leq 1$에 대하여 $q$는 $p$이기 위한 충분조건일 때, $a$의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < a < 1$ ② $-2 < a < 2$ ③ $-2 \leq a \leq 1$

④ $-1 \leq a \leq 1$ ⑤ $-2 \leq a \leq 2$

해설

두 조건 $p : x^2 + y^2 \leq 4$,
$q : |x| + |y - a| \leq 1$ 에 대하여
$q$ 는 $p$ 이기 위한 충분조건이므로
각각의 진리집합을 $P$, $Q$라 하면 $Q \subset P$ 이다.




$x^2 + y^2 = 4$ 는 중심이 원점이고
반지름의 길이가 2인 원이고,
$|x| + |y - a| = 1$ 의 그래프는
$|x| + |y| = 1$ 의 그래프를
$y$ 축의 방향으로 $a$ 만큼 평행이동한 것이다.
이 때 $P = \{(x,\ y) \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$
$Q = \{(x,\ y) \mid |x| + |y - a| \leq 1\}$ 이 나타내는 영역은 다음 그림과 같다.
따라서 $Q \subset P$이려면 다음 그림에서
$a + 1 \leq 2$ , $a - 1 \geq -2$
$\therefore -1 \leq a \leq 1$

**15.** 함수 $y = |x-1| - |x-2|$ 의 그래프와 직선 $y = kx$ 가 세 점에서 만날 때, 상수 $k$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① $\frac{1}{2}$  ② $\frac{1}{3}$  ③ $\frac{1}{4}$  ④ $\frac{1}{5}$  ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

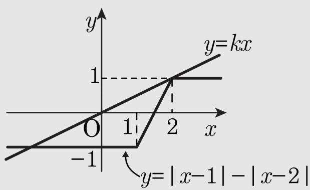
$y = |x-1| - |x-2|$

( i ) $x \geq 2$ 일 때, $y = x-1-(x-2) = 1$

( ii ) $1 \leq x < 2$ 일 때, $y = x-1+x-2 = 2x-3$

(iii) $x < 1$ 일 때, $y = -(x-1)+(x-2) = -1$

$y = |x-1| - |x-2|$ 의 그래프는 다음의 그림과 같다.




$y = kx$ 의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 $y = kx$ 의 그래프가 점 $(2,\ 1)$ 을 지날 때

$1 = 2k \quad \therefore k = \frac{1}{2}$

따라서 두 그래프가 세 점에서 만나기 위한 $k$ 의 값의 범위는

$0 < k < \frac{1}{2}$ 이다.

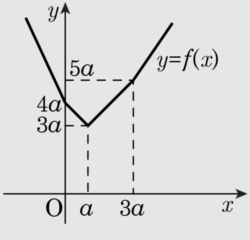
그러므로 보기 중 위 범위에 속하지 않는 것은 ① 이다.

**16.** 함수 $f(x) = |x| + |x-a| + |x-3a|$ 의 최솟값이 6 일 때, 상수 $a$ 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

i ) $x < 0$ 일 때, $f(x) = -3x + 4a$
ii ) $0 \le x < a$ 일 때, $f(x) = -x + 4a$
iii) $a \le x < 3a$ 일 때, $f(x) = x + 2a$
iv) $x \ge 3a$ 일 때, $f(x) = 3x - 4a$
따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고 최솟값은 $3a$ 이므로
$3a = 6 \quad \therefore \ a = 2$



**17.** 함수 $f(x) = | x-1 | + | x-2 | + \cdots + | x-2009 |$ 은 $x = a$ 에서 최솟값을 가진다. 이때, $a$ 의 값은?

① 1001 ② 1002 ③ 1003 ④ 1004 ⑤ 1005

해설

$f(x) = | x-1 | + | x-2 | + \cdots + | x-2009 |$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 갖는 경우는

$x = \frac{1+2009}{2} = 1005$ 일 때이다.

$\therefore \ a = 1005$

**18.** 방정식 $|x|+|y|=2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형은 함수 $y=\frac{1}{2}(|x|-x)+1$ 의 그래프에 의하여 두 부분으로 나누어진다. 이 때, 작은 부분의 넓이를 구하면?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ 3

해설

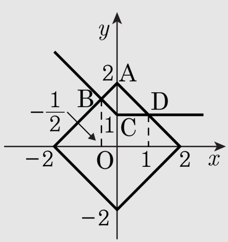
$y=\frac{1}{2}(|x|-x)+1$ 에서

( i ) $x \geq 0$ 일 때, $|x|=x$ 이므로

$$y=\frac{1}{2}(x-x)+1=1$$

( ii ) $x<0$ 일 때, $|x|=-x$ 이므로

$$y=\frac{1}{2}(-x-x)+1=-x+1$$




따라서 $y=\frac{1}{2}(|x|-x)+1$ 과 $|x|+|y|=2$ 의 그래프는 위의 그림과 같다.

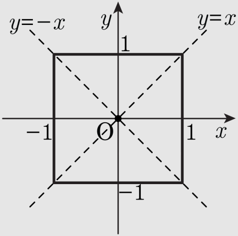
그러므로 구하는 작은 사각형 ABCD 의 넓이는

$$\triangle ABC+\triangle ACD=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 1=\frac{3}{4}$$

**19.** $|y-x|+|y+x|=2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설




절댓값의 정의에 의하여

(i) $y-x \geq 0$, $y+x \geq 0$ 일 때,

$y-x+y+x=2$

$\therefore\ y=1$

(ii) $y-x \geq 0$, $y+x < 0$ 일 때,

$y-x-y-x=2$

$\therefore\ x=-1$

(iii) $y-x<0$, $y+x \geq 0$ 일 때, $-y+x+y+x=2$

$\therefore\ x=1$

(iv) $y-x<0$, $y+x<0$ 일 때, $-y+x-y-x=2$

$\therefore\ y=-1$

$\therefore\ S=2\times 2=4$

**20.** 수직선 위에 네 점 A$(-2)$, B$(0)$, C$(1)$ 이 있다. 이 수직선 위의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

점 P 의 좌표를 P$(x)$ 라고 하면

$\overline{\mathrm{PA}}=|x+2|$, $\overline{\mathrm{PB}}=|x|$, $\overline{\mathrm{PC}}=|x-1|$,

$\overline{\mathrm{PA}}+\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{PC}}=|x+2|+|x|+|x-1|$ 이므로

$y=|x+2|+|x|+|x-1|$ 로 놓고

$x=-2,\ 0,\ 1$ 을 경계로 하여 구간을 나누면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$y=\begin{cases}-3x-1 & (x<-2\text{일 때})\\ -x+3 & (-2\le x<0\text{일 때})\\ x+3 & (0\le x<1\text{일 때})\\ 3x+1 & (x\ge 1\text{일 때})\end{cases}$$

따라서, $y=|x+2|+|x|+|x-1|$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 구하는 최솟값은 3 이다.