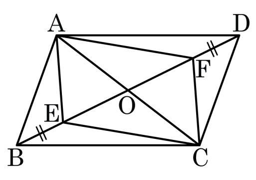
1. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

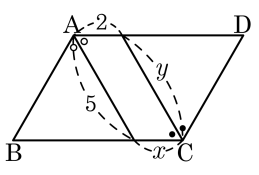
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE}=\overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

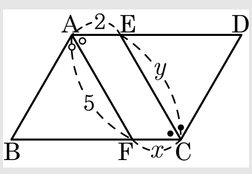
2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선을 그었을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

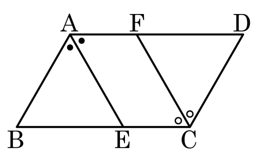
▷ 정답 : 7

해설



두 점을 E, F 라고 하면
□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle BAD = \angle BCD$ 이므로 $\dfrac{\angle BAD}{2} = \dfrac{\angle BCD}{2}$
$\angle ECF = \angle CED$ ($\because$ 엇각)
$\angle AFB = \angle FAE$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle AEC = \angle AFC$
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.
따라서 $x = 2,\ y = 5$ 이므로 $x + y = 7$ 이다.

3. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 ∠A 와 ∠C 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

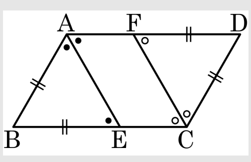


① $\overline{AB} = \overline{DF}$ ② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$ ④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

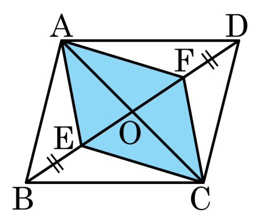
$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.
그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 를 만족하는 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 말을 차례대로 써넣어라.



가정 : □ABCD 는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$
결론 : □AECF 는 평행사변형
증명 : □ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \boxed{}$
가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \boxed{}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \boxed{}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
□AECF 는 평행사변형이다.

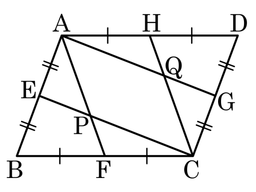
▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{\mathrm{OC}}$, $\overline{\mathrm{DF}}$, $\overline{\mathrm{OF}}$

해설

가정 : □ABCD 는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$
결론 : □AECF 는 평행사변형
증명 : □ABCD 는 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$
가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
□AECF 는 평행사변형이다.

5. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$ 의 교점을 P , $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{CB}}$

② $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$

③ $\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

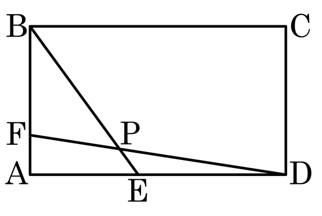
④ $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{CG}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AG}} // \overline{\mathrm{EC}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}} \cdots$ ①
$\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{CH}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}} \cdots$ ②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AE}=\overline{BF}$ 일 때, $\angle BPF$ 의 값을 구하여라.

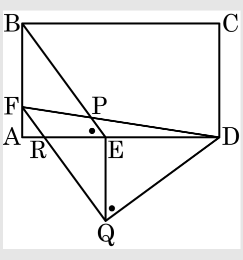


▶ 답: ______ °

▷ 정답: 45 °

해설

다음 그림과 같이 점 F 를 지나고 $\overline{BE}$ 에 평행한 직선과 점 E 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선의 교점을 Q 라 하면 □FBEQ 는 평행사변형이다.



$\therefore\ \overline{BE}=\overline{FQ},\ \overline{FB}=\overline{QE}, \angle FBE=\angle FQE$

선분 AB 와 선분 QE 는 평행하므로

$\angle QEA=\angle EAB=90°$ (엇각)

$\therefore\ \angle QED=90°$

$\overline{QE}=\overline{FB}=\overline{EA},\ \overline{ED}=\overline{AB}$ 이므로

$\triangle QED\equiv\triangle EAB$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{QD}=\overline{EB}=\overline{QF}, \angle DQE=\angle BEA$

이때, $\overline{AD}$ 와 $\overline{FQ}$ 의 교점을 R 이라 하면

선분 FQ 와 선분 BE 는 평행하므로

$\angle QRE=\angle BER$ (엇각)

$\therefore\ \angle DQE=\angle QRE$

$\triangle QRE$ 에서

$\angle QRE+\angle RQE=90°$ 이므로

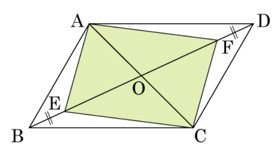
$\angle DQE+\angle RQE=\angle RQD=90°$

즉, $\triangle QFD$ 는 $\overline{QF}=\overline{QD}$ 이고 $\angle FQD=90°$ 인 직각이등변삼각형이므로

$\angle QFD=45°,\ \angle BPF=\angle QFD$ (엇각) 이므로

$\therefore\ \angle BPF=45°$ (엇각)

7. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건을 말하여라.



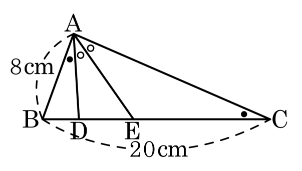
▶ 답:

▷ 정답: 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

8. $\triangle$ABC 에서 $\angle$BAD $=$ $\angle$ACE 이고 $\angle$DAE $=$ $\angle$CAE 이다. $5\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이는?



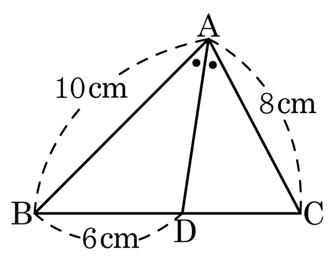
① 15 cm ② 18 cm ③ 20 cm

④ 22 cm ⑤ 24 cm

해설

$\angle$BAD $=$ $\angle$ACE 이고 $\angle$B 가 공통이므로
$\triangle$ABC 와 $\triangle$DBA 는 AA 닮음
따라서 $8 : \overline{\mathrm{BD}} = 20 : 8$,
$\overline{\mathrm{BD}} = \frac{16}{5}$ cm 이고 $\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{AD}} = 5 : 2$
그리고 $\triangle$ADC 에서 $\overline{\mathrm{AE}}$ 가 각의 이등분선이므로 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 2 : 5$
따라서 $\overline{\mathrm{DE}} = \frac{2}{7}\left(20 - \frac{16}{5}\right) = \frac{24}{5}$ (cm)
$5\overline{\mathrm{DE}} = 24$ (cm)

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



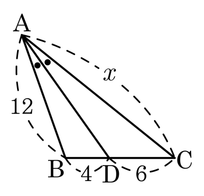
① 10 cm ② 10.2 cm ③ 10.4 cm
④ 10.6 cm ⑤ 10.8 cm

해설

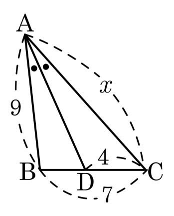
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$
$\overline{BC} = x$라 하면
$10 : 8 = 6 : (\overline{BC} - 6)$
$10(\overline{BC} - 6) = 48$
$10\overline{BC} - 60 = 48$
$10\overline{BC} = 108$
$\overline{BC} = 10.8(\text{cm})$

10. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, x 의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 18

▷ 정답 : (2) 12

해설

(1) $12 : x = 4 : 6$, $4x = 72$

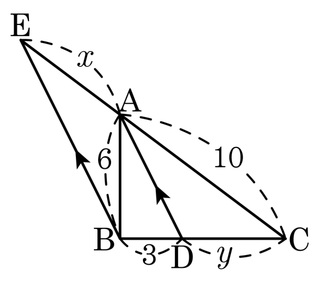
$\therefore\ x = 18$

(2) $9 : x = 3 : 4$

$3x = 36$

$\therefore\ x = 12$

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BE}$ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

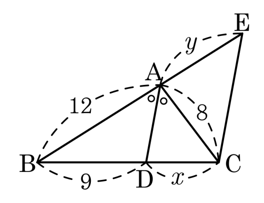
▷ 정답 : $x = 6$

▷ 정답 : $y = 5$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABE$ 의 외각의 이등분선이므로 $\angle DAB = \angle ABE$ 이다.
따라서 $\angle DAC = \angle BEA$ 이고 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $x = 6$ 이고, $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로 $3 : 5 = 3 : y$ 이다.
따라서 $y = 5$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{EC}}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

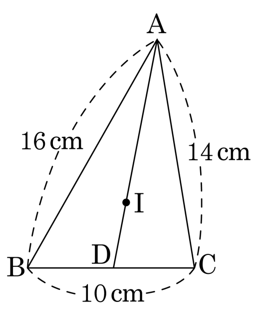


① 14　② 13　③ 12
④ 11　⑤ 10

해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $12 : 8 = 9 : x \therefore x = 6$
$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $12 : y = 9 : 6 \therefore y = 8$
$\therefore x + y = 6 + 8 = 14$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 16\,cm, \overline{BC} = 10\,cm,\ \overline{CA} = 14\,cm$ 일 때, $\overline{AI} : \overline{ID}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3 : 1$

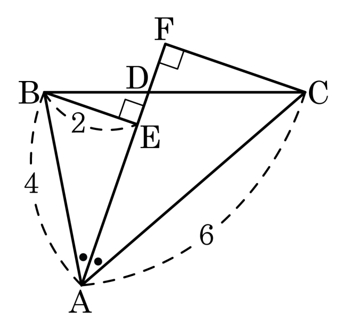
해설

$16 : 14 = \overline{BD} : \overline{DC}$
$8 : 7 = \overline{BD} : (10 - \overline{BD})$
$80 - 8\overline{BD} = 7\overline{BD},\ 15\overline{BD} = 80$
$\overline{BD} = \frac{16}{3}(\,cm)$

$\overline{BI}$ 는 $\angle B$ 를 이등분하므로 $\frac{16}{3} : 16 = \overline{DI} : \overline{IA}$ 이다.

따라서 $\overline{AI} : \overline{ID} = 16 : \frac{16}{3} = 48 : 16 = 3 : 1$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

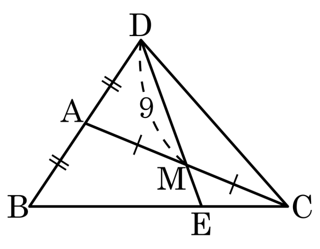
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACF$ 는 닮음이다.

$\therefore\ 4 : 2 = 6 : \overline{CF}$

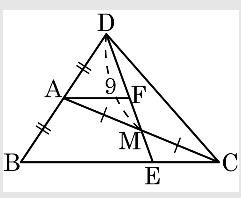
$\therefore\ \overline{CF} = 3$

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 M , 점 D 와 M 을 지나 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{DM} = 9$ 일 때, $\overline{ME}$ 의 길이는?



① 5　② 4.5　③ 4　④ 3　⑤ 2.5

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\triangle AFM \equiv \triangle CEM$

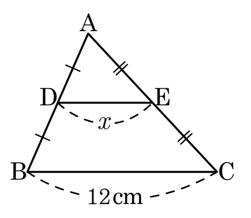
$\therefore \overline{FM} = \overline{ME}$

$\overline{DF} = \overline{FE}$ 이므로 $\overline{DF} : \overline{FM} = 2 : 1$

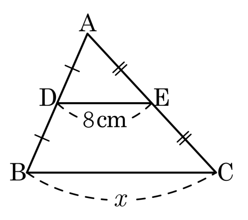
$\therefore \overline{ME} = \overline{FM} = \overline{DM} \times \frac{1}{3} = 9 \times \frac{1}{3} = 3$

16. 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 x 의 길이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $6\,\mathrm{cm}$

▷ 정답 : (2) $16\,\mathrm{cm}$

해설

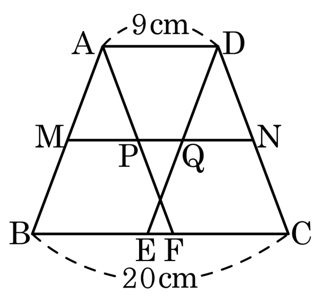
(1) 삼각형의 중점연결정리에 의하여

$x = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} = \frac{1}{2}\cdot 12 = 6(\mathrm{cm})$

(2) 삼각형의 중점연결정리에 의하여

$x = 2\overline{\mathrm{DE}} = 2\cdot 8 = 16(\mathrm{cm})$

17. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AF} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이다. $\overline{AD} = 9\,\mathrm{cm}$, , $\overline{BC} = 20\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$ cm

해설

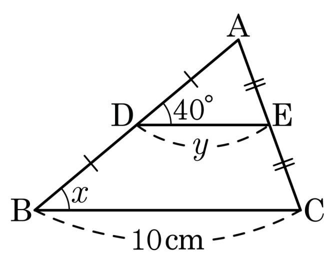
$\overline{MN} = \frac{1}{2}(20+9) = \frac{29}{2}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{MQ} = \overline{PN} = \overline{AD} = 9\,(\mathrm{cm})$ 이므로

$\overline{MN} = 9 + 9 - \overline{PQ} = \frac{29}{2}$

$\therefore \overline{PQ} = \frac{7}{2}\,(\mathrm{cm})$

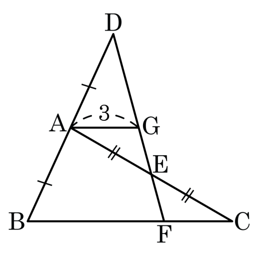
18. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 D, E가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점일 때, x, y의 값은?



① $x=30°$, $y=5\text{cm}$ ② $x=35°$, $y=7\text{cm}$
③ $x=40°$, $y=7\text{cm}$ ④ $x=40°$, $y=5\text{cm}$
⑤ $x=45°$, $y=7\text{cm}$

해설
$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로 $\angle x = \angle ADE = 40°$
$y = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5(\text{cm})$

19. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 점D 를 잡았다. $\overline{AE} = \overline{CE}$ 인 점 E 에 대하여 $\overline{DE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 F 라고 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① 5 ② 9 ③ 12

④ 17 ⑤ 20

해설

$\angle GAE = \angle ECF$(엇각),

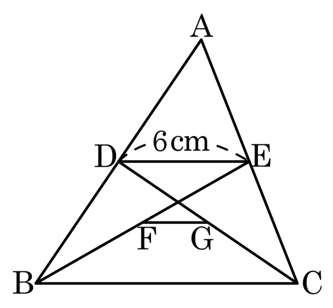
$\angle AEG = \angle FEC$(맞꼭지각) , $\overline{AE} = \overline{CE}$

$\therefore \triangle EGA \equiv \triangle EFC$(ASA합동)

$\therefore \overline{CF} = \overline{AG} = 3, \overline{BF} = 2\overline{AG} = 6$

$\therefore 3 + 6 = 9$

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고, 점 F, G 는 각각 $\overline{BE}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{DE} = 6\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{FG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

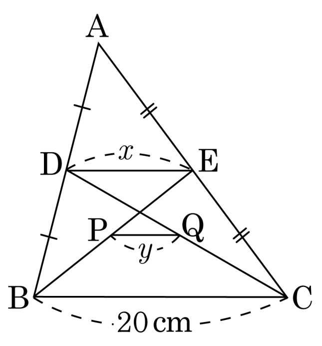
▷ 정답 : 3 cm

해설

$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 12(\mathrm{cm})$

$\overline{FG} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{DE}) = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\mathrm{cm})$

21. 다음 그림에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. 점 P, Q 는 각각 $\overline{BE}$, $\overline{CD}$ 의 중점일 때, x, y 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 답: cm

▷ 정답: $x = 10$ cm

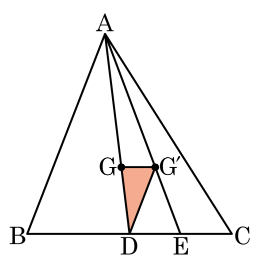
▷ 정답: $y = 5$ cm

해설

$x = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = 10(\text{cm})$

$y = \frac{1}{2}(20 - 10) = 5(\text{cm})$

22. 점 G, G′ 는 $\triangle$ABC, $\triangle$ADC 의 무게중심일 때, $\triangle$GDG′ 의 넓이는 $\triangle$ABC 의 넓이의 몇 배 인가?



① $\frac{1}{6}$ 배 ② $\frac{1}{12}$ 배 ③ $\frac{1}{18}$ 배
④ $\frac{1}{36}$ 배 ⑤ $\frac{1}{42}$ 배

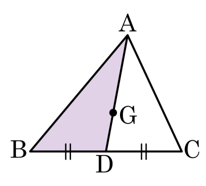
해설

$$\triangle \mathrm{GDG'} = \frac{1}{3}\triangle \mathrm{G'AD} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle \mathrm{ADC}\right) = \frac{1}{9}\left(\frac{1}{2}\triangle \mathrm{ABC}\right) = \frac{1}{18}\triangle \mathrm{ABC}$$

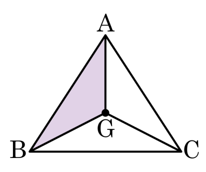
따라서 $\triangle$GDG′ 는 $\triangle$ABC 의 $\frac{1}{18}$ 배

23. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\triangle ABC = 24\,\mathrm{cm}^2$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $12\,\mathrm{cm}^2$

▷ 정답 : (2) $8\,\mathrm{cm}^2$

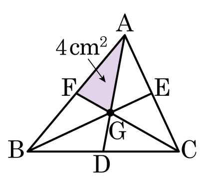
해설

(1) $\triangle ABD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 24 = 12(\mathrm{cm}^2)$

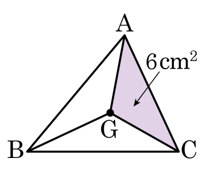
(2) $\triangle AGC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \cdot 24 = 8(\mathrm{cm}^2)$

24. 색칠한 도형의 넓이가 다음과 같을 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

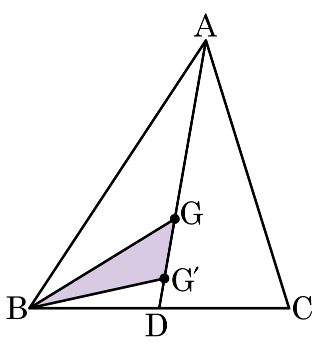
▷ 정답 : (1) $24\,cm^2$

▷ 정답 : (2) $18\,cm^2$

해설

(1) $\triangle ABC = 6 \times \triangle AFG = 24(\,cm^2)$
(2) $\triangle ABC = 3 \times \triangle AGC = 18(\,cm^2)$

25. 다음 그림에서 점 G, G' 은 각각 $\triangle\mathrm{ABC}$, $\triangle\mathrm{GBC}$ 의 무게중심이다. $\triangle\mathrm{GBG}' = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 구하여라.



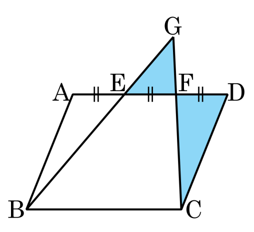
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $36\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{GBC} = 3\triangle\mathrm{GBG}' = 3 \times 4 = 12(\,\mathrm{cm}^2)$
$\triangle\mathrm{ABC} = 3\triangle\mathrm{GBC} = 3 \times 12 = 36(\,\mathrm{cm}^2)$

26. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 삼등분점이다. $\overline{\mathrm{BE}}, \overline{\mathrm{CF}}$ 의 연장선의 교점을 G 라하고, $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{GFE}$ 와 $\triangle\mathrm{FCD}$ 의 넓이의 비와 그 합은?



① $1:3, 6\,\mathrm{cm}^2$　　② $1:2, 9\,\mathrm{cm}^2$

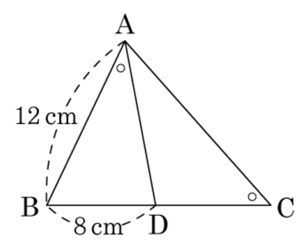
③ $1:3, 12\,\mathrm{cm}^2$　　④ $1:3, 15\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $1:2, 18\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{GEF} \backsim \triangle\mathrm{GBC}$ 에서 닮음비는
$\overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{BC}} = 1:3$ 이므로 넓이의 비는 $1:9$ 이다.
$\triangle\mathrm{ABE} = \triangle\mathrm{FCD} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD}$ 이므로 $\triangle\mathrm{GEF} : \square\mathrm{EBCF} = 1:8, \triangle\mathrm{FCD} : \square\mathrm{EBCF} = 1:4$
$\therefore \triangle\mathrm{GEF} : \triangle\mathrm{FCD} = 1:2$
$\square\mathrm{EBCF} = \frac{2}{3}\square\mathrm{ABCD} = 24(\mathrm{cm}^2)$, $\triangle\mathrm{GFE} = 3\left(\mathrm{cm}^2\right), \triangle\mathrm{FCD} = 6\left(\mathrm{cm}^2\right)$
$\therefore \triangle\mathrm{GEF} + \triangle\mathrm{FCD} = 9(\mathrm{cm}^2)$

27. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACB$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 의 넓이의 비를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4 : 9$

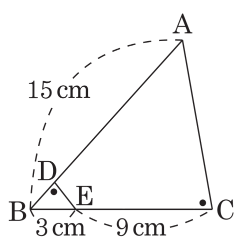
해설

$\triangle ABD \backsim \triangle CBA$

닮음비는 $\overline{BD} : \overline{BA} = 8 : 12 = 2 : 3$

넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$

28. 다음 그림에서 $\angle ACB = \angle EDB$ 이고 $\overline{AB} = 15\,\text{cm}$, $\overline{BE} = 3\,\text{cm}$, $\overline{EC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 의 넓이의 비를 구하여라.



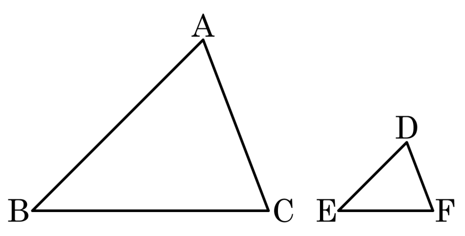
▶ 답 :

▷ 정답 : 25 : 1

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 의 닮음비가 5 : 1 이므로 넓이의 비는 25 : 1 이다.

29. 다음 그림과 같이 닮음비가 $5:2$ 인 두 도형에 대하여 다음을 구하여라.



(1) 넓이의 비
(2) $\triangle ABC = 50\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이

▶ 답 :

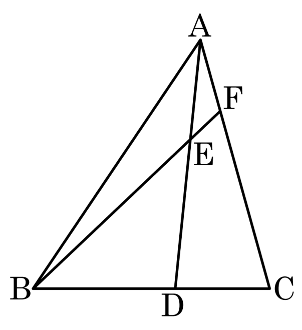
▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $25:4$

▷ 정답 : (2) $8\,\mathrm{cm}^2$

해설
(1) $5^2 : 2^2 = 25:4$
(2) $25:4 = 50 : \triangle DEF$
$\therefore\ \triangle DEF = 8\,\mathrm{cm}^2$

30. 다음과 같이 넓이가 36 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 2\overline{DC}$, $\overline{ED} = 3\overline{AE}$ 이고, 선분 BE 의 연장선과 변 AC 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{BE} = 5\overline{EF}$ 일 때, $\triangle ABE + \square CDEF$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

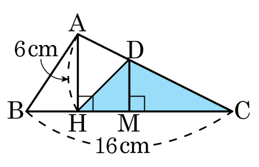
▷ 정답 : 16.8

해설

$\overline{BE} = 5\overline{EF}$ 이므로 $\triangle ABE = 5\triangle AEF$
$\overline{ED} = 3\overline{AE}$ 이므로 $\triangle EBD = 3\triangle ABE$
따라서 $\triangle EBD = 15\triangle AEF$
$\overline{BD} = 2\overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABD = 2\triangle ACD$ 이다.
$\triangle AEF$ 의 넓이를 k 라 하면
$\triangle ABD = 5k + 15k = 20k$
따라서 $\triangle ABC = 30k = 36$ 이므로 $k = \frac{6}{5}$ 이다.

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle ABE + \square CDEF &= 5k + (10k - k) \\ &= 14k \\ &= 14 \times \frac{6}{5} \\ &= 16.8 \end{aligned}$$

31. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AH} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DHC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

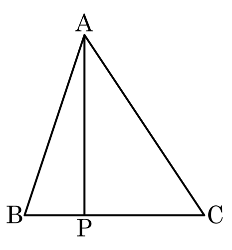
▷ 정답 : $24\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AM}$ 을 그으면 $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle DHC &= \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 6 \\ &= 24\ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

32. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 8\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

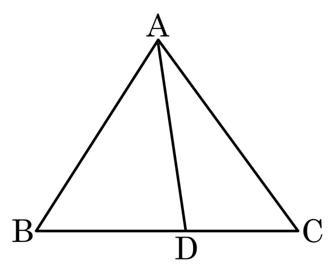
▷ 정답 : $\frac{8}{3}$ cm^2

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle ABP = 8 \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}\ (\text{cm}^2)$

33. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이가 $70cm^2$이고 $\overline{BD}:\overline{DC}=4:3$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?

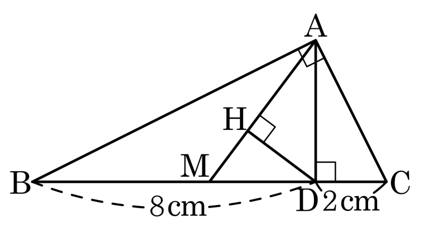


① $15cm^2$ ② $20cm^2$ ③ $25cm^2$
④ $30cm^2$ ⑤ $35cm^2$

해설

$\triangle ADC$의 넓이는 $=70\times\frac{3}{4+3}=30(cm^2)$

34. 다음 그림의 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BD} = 8cm$, $\overline{CD} = 2cm$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?



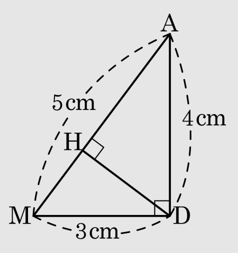
① $\frac{12}{5}cm$　② $8cm$　③ $\frac{17}{5}cm$

④ $9cm$　⑤ $\frac{19}{5}cm$

해설

i) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$

$\therefore \overline{AD} = 4(cm)$ ($\because \overline{AD} > 0$)



점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5cm$

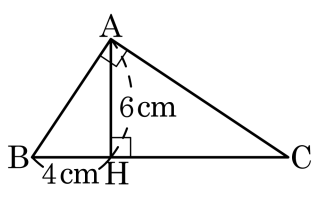
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$

ii) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$ 이므로

$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$

$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}cm$

35. $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 일 때, $\triangle AHC$ 의 넓이는 ?

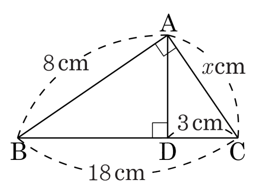


① $18cm^2$　② $27cm^2$　③ $36cm^2$
④ $40cm^2$　⑤ $42cm^2$

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH}\cdot\overline{CH}$
$36 = 4\times\overline{CH}$, $\overline{CH} = 9(cm)$
$\therefore$ ($\triangle AHC$ 의 넓이)$= \frac{1}{2}\times 9\times 6 = 27(cm^2)$

36. 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



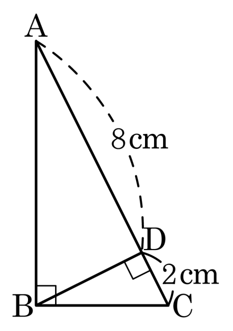
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서 $\angle C$는 공통이고, $\angle BAC = \angle ADC$ 이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음) 이다.
$\overline{DC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{BC}$ 이므로
$3 : x = x : 10$
따라서 $x^2 = 30$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $20cm^2$　② $21cm^2$　③ $22cm^2$
④ $23cm^2$　⑤ $24cm^2$

해설

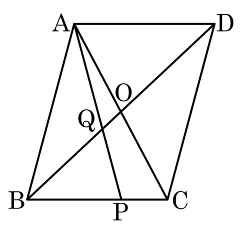
$\triangle DBA \backsim \triangle DCB$ 이므로

$\overline{BD}^2 = 8 \times 2$

$\overline{BD} = 4$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (8+2) \times 4 = 20(cm^2)$

38. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $160\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 P, $\overline{\mathrm{AQ}}$: $\overline{\mathrm{QP}} = 3 : 2$ 일 때, □QPCO 의 넓이는?



① $22\,\mathrm{cm}^2$ ② $24\,\mathrm{cm}^2$ ③ $26\,\mathrm{cm}^2$

④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{APC} &= \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}\\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 160\\ &= 40(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

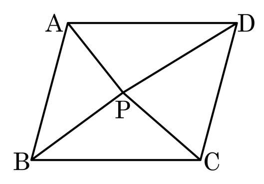
$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{PCO} = \triangle\mathrm{APO} &= \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC}\\ &= \frac{1}{2}\times 40 = 20(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

$\overline{\mathrm{AQ}}$: $\overline{\mathrm{QP}} = 3 : 2$ 이므로

$$\triangle\mathrm{QPO} = \frac{2}{5}\triangle\mathrm{APO} = \frac{2}{5}\times 20 = 8(\mathrm{cm}^2)$$

$$\begin{aligned}\therefore \square\mathrm{QPCO} &= \triangle\mathrm{PCO} + \triangle\mathrm{QPO}\\ &= 20 + 8 = 28(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

39. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PAB 의 넓이가 $16\,\text{cm}^2$, $\triangle$PCD 의 넓이가 $18\,\text{cm}^2$ 일 때, $\square$ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

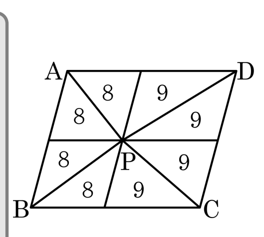
▷ 정답 : 68 cm^2

해설

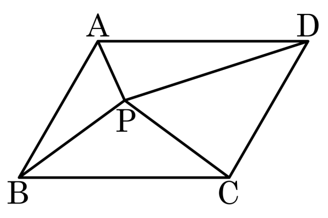
평행사변형의 넓이에서

$$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2}\square ABCD$$ 이므로

$16 + 18 = \frac{1}{2}\square ABCD$, $\square ABCD = 68\ (\text{cm}^2)$



40. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$: $\overline{PC}$ = 1 : 2 이고, □ABCD = 60cm^2 일 때, △APD 의 넓이 = (   )cm^2 이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라. (단, 점 P 는 대각선 AC 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

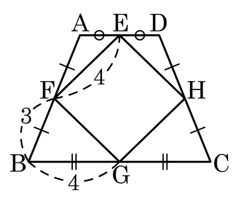
해설

△APD 와 △DPC 에서 높이는 같고 밑변의 길이는 1 : 2 이므로

△APD : △DPC = 1 : 2

$\therefore\ \triangle APD = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2} \times 60 \times \frac{1}{3} = 10(cm^2)$

41. 다음은 등변사다리꼴 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이를 구하여라.



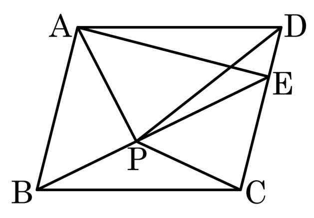
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

등변사다리꼴의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 의 둘레는 $4 \times 4 = 16$ 이다.

42. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 이고, $\triangle DPC = 100cm^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① $30cm^2$　② $40cm^2$　③ $60cm^2$

④ $70cm^2$　⑤ $75cm^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때,

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉠

또한, $\overline{CD}$ 위의 한 점 E 를 잡을 때,

$\triangle ABE = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABP + \triangle DPC = \triangle ABE$ 이고,

$\triangle ABE = \triangle ABP + \triangle APE$ 이므로

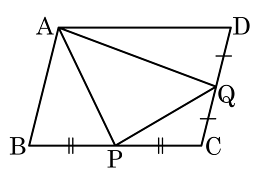
$\triangle APE = \triangle DPC = 100(cm^2)$

$\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 에서 $\triangle ABP : \triangle APE = 3 : 4$ 이므로

$\triangle ABP : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle ABP = 75(cm^2)$

43. 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q 는 각각 변 BC, CD 의 중점이다. □ABCD 의 넓이가 $32\mathrm{cm}^2$ 일 때, △APQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

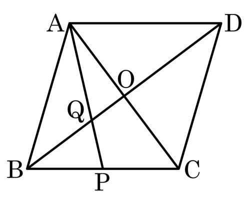
$\triangle\mathrm{ABP} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{4}\times 32 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{AQD} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{4}\times 32 = 8\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{PCQ} = \frac{1}{8}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{8}\times 32 = 4\ (\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{APQ} = 32 - (8+8+4) = 12\ (\mathrm{cm}^2)$

44. 다음 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $120\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 점 P, $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 2:1$ 일 때, □QPCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

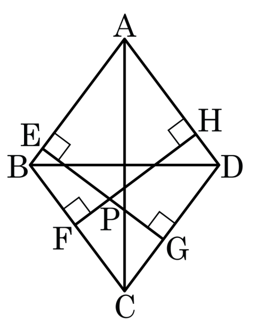
해설

$$\triangle\mathrm{APC} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$$
$$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\square\mathrm{ABCD}$$
$$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 120 = 30(\mathrm{cm}^2)$$
$$\triangle\mathrm{PCO} = \triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC}$$
$$= \frac{1}{2}\times 30 = 15(\mathrm{cm}^2)$$

$\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 2:1$ 이므로

$$\triangle\mathrm{QPO} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{APO} = \frac{1}{3}\times 15 = 5(\mathrm{cm}^2)$$
$$\therefore\ \square\mathrm{QPCO} = \triangle\mathrm{PCO} + \triangle\mathrm{QPO} = 15+5$$
$$= 20(\mathrm{cm}^2)$$

45. 넓이가 216cm^2 인 마름모 ABCD 가 있다. □ABCD 의 내부의 한 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이를 각각 l_1 , l_2 , l_3 , l_4 라 하고, $l_1+l_2+l_3+l_4=\frac{432}{15}(\text{cm})$ 일 때, 마름모의 한 변의 길이를 구하여라.

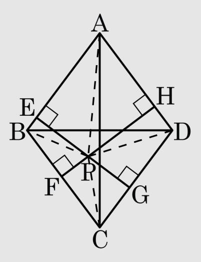


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

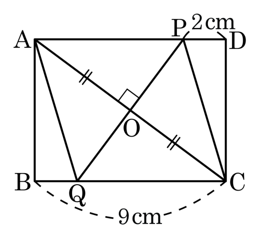
해설

점 P 와 네 꼭짓점 A, B, C, D 를 연결하면
다음과 같이 삼각형 4 개가 만들어진다.



$\overline{\text{AB}}=a(\text{cm})$ 라 할 때,
□ABCD
$=\triangle\text{PAB}+\triangle\text{PBC}+\triangle\text{PCD}+\triangle\text{PDA}$ 이므로
$\frac{1}{2}\times a\times(l_1+l_2+l_3+l_4)=216$
$\frac{1}{2}\times a\times\frac{432}{15}=216$
$\therefore a=15(\text{cm})$

46. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{PQ}}$, $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{CO}}$ 일 때, □AQCP 의 둘레의 길이는?



① 26 cm ② 27 cm ③ 28 cm

④ 29 cm ⑤ 30 cm

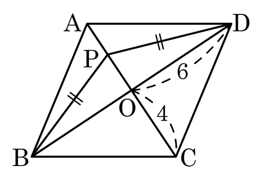
해설

$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{QC}}$

$\overline{\mathrm{AP}} = 9 - 2 = 7$

따라서 28 cm 이다.

47. 다음 그림의 □ABCD 은 평행사변형이다. 대각선 AC 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



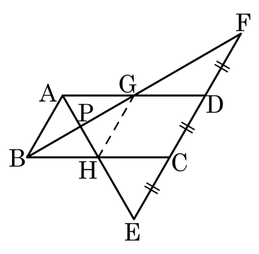
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\overline{OP}$ 는 공통, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이고 $\overline{BP} = \overline{DP}$ 이므로 $\triangle BPO \equiv \triangle DPO$ (SSS 합동)
$\triangle APB$ 와 $\triangle ADP$ 에서 $\overline{AP}$ 는 공통이고
$\overline{BP} = \overline{DP}$ 이고,
$\angle APB = \angle APD$ 이므로 $\triangle APD \equiv \triangle APB$ (SAS 합동)
따라서 $\angle PAB = \angle PAD$ 이다.
따라서 □ABCD 는 마름모이고, $\angle AOD = 90°$ 이므로
넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times 4 = 48$ 이다.

48. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



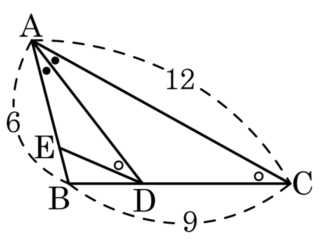
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}\,^{\circ}$

▷ 정답 : $90\,^{\circ}$

해설

$\angle BAP = \angle AEF$ (엇각) 이고, $\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle AED = \angle EAG$ 이다.
또, $\angle ABP = \angle BFD$ (엇각) 이고, $\overline{BC} = \overline{CF}$ 이므로 $\angle FBC = \angle BFC$ 이다.
$\angle A + \angle B = 180\,^{\circ}$ 이므로 $\angle ABP + \angle BAP = 90\,^{\circ}$ 이고, $\angle APB = 90\,^{\circ}$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 9$, $\overline{AC} = 12$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고, $\overline{AB}$ 위에 $\angle ADE = \angle ACB$ 가 되도록 점 E 를 잡는다. 이 때, $\triangle BDE$ 는 $\triangle ADE$ 의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답: 배

▷ 정답: $\frac{1}{3}$배

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로

$6 : 12 = \overline{BD} : (9 - \overline{BD})$

$\therefore\ \overline{BD} = 3,\ \overline{CD} = 9 - 3 = 6$

$\triangle BDE \backsim \triangle BAD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BD} : \overline{BA} = \overline{BE} : \overline{BD}$

$3 : 6 = \overline{BE} : 3$

$\therefore \overline{BE} = \frac{3}{2},\ \overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

이 때, $\triangle BDE = a$ 라 하면

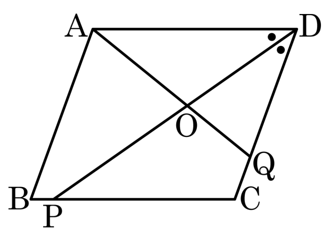
$\triangle BDE : \triangle ADE = \overline{BE} : \overline{AE}$ 에서

$a : \triangle ADE = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$

$\therefore\ \triangle ADE = 3a$

따라서 $\triangle BDE$ 는 $\triangle ADE$ 의 $\frac{1}{3}$ 배이다.

50. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} : \overline{DQ} : \overline{QC} = 9 : 6 : 2$ 이고 $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 P 라고 할 때, $\square ABCQ$ 의 넓이는 $\triangle DOQ$ 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



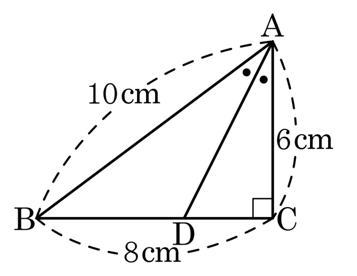
▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : $\frac{25}{6}$ 배

해설

$\triangle DAQ$ 에서
$\overline{AD} : \overline{DQ} = \overline{AO} : \overline{OQ} = 9 : 6 = 3 : 2$ 이므로
$\triangle DOQ = 2a$ 라 하면 $\triangle DAO = 3a$ 이다.
$\triangle ADQ = \frac{1}{2} \times \frac{6}{8} \times \square ABCD$ 에서 $5a = \frac{3}{8}\square ABCD$
$\therefore\ \square ABCD = \frac{40}{3}a$
따라서 $\square ABCQ = \frac{40}{3}a - 5a = \frac{25}{3}a$ 이므로 $\square ABCQ : \triangle DOQ = \frac{25}{3}a : 2a$ 이다.
$\therefore\ \square ABCQ = \frac{25}{6}\triangle DOQ$

51. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고 점 D 는 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하면?



① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2

④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

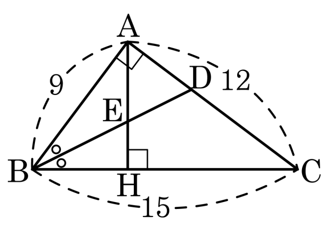
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 넓이는 $8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $5 : 3$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 3$ 이다.

$\therefore \triangle ABD = \frac{3}{8}\triangle ABC = \frac{3}{8} \times 24 = 9(\text{cm}^2)$

52. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{AH}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$

$9 : 15 = 3 : 5$

$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므로 $\triangle ABD = \frac{3}{8} \times 54 = \frac{81}{4}$

또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$81 = \overline{BH} \times 15 \qquad \therefore\ \overline{BH} = \frac{27}{5}$

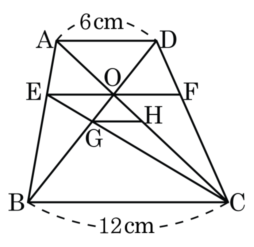
이 때, $\triangle ABD \backsim \triangle HBE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \frac{27}{5} = 5 : 3$

$\therefore\ \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle AED = \frac{2}{5}\triangle ABD = \frac{2}{5} \times \frac{81}{4} = \frac{81}{10}$

53. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$, $\overline{EF} /\!/ \overline{AD}$, $\overline{GH} /\!/ \overline{AD}$ 이다. $\triangle AOD = 9\,\text{cm}^2$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $72\,\text{cm}^2$　② $81\,\text{cm}^2$　③ $90\,\text{cm}^2$
④ $99\,\text{cm}^2$　⑤ $108\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AD} : \overline{BC} = 6 : 12 = 1 : 2$
$\triangle AOD : \triangle OBC = 1 : 4 = 9 : \triangle OBC$
$\therefore\ \triangle OBC = 36\,\text{cm}^2$
$\triangle OBC$ 의 높이를 h 라고 하면
$36 = \dfrac{1}{2} \times 12 \times h \qquad \therefore\ 6\ (\text{cm})$
$\triangle OAD$ 의 높이를 h 라고 하면
$9 = \dfrac{1}{2} \times 6 \times h' \qquad \therefore\ h' = 3\ (\text{cm})$
사다리꼴 ABCD 의 높이는 $h + h' = 9\ (\text{cm})$ 이므로
따라서 구하는 사다리꼴 ABCD 의 넓이는
$\dfrac{1}{2} \times (6 + 12) \times 9 = 81\ (\text{cm}^2)$

54. A 피자집에서 판매하는 피자의 가격이 표와 같을 때, x의 값은 얼마인가? (단, 피자의 두께는 같고 내용물도 같으며 가격은 넓이에 비례한다.)

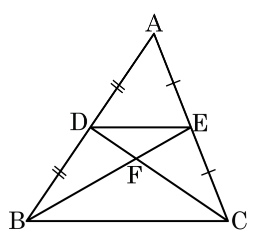
	반지름의 길이	가격
Small	$30\,\mathrm{cm}$	x
Large	$40\,\mathrm{cm}$	$16,000$원

① 4000 원　② 6000 원　③ 8000 원　④ 9000 원　⑤ 12000 원

해설

Small 피자와 Large 피자의 닮음비는 $30 : 40 = 3 : 4$ 이다.
따라서 넓이의 비는 $9 : 16$ 이므로 Large 피자의 가격이 $16,000$ 원이라면 Small 피자의 가격은 $9,000$ 원이다.

55. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ABC = 48\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm^2

▷ 정답: 4 cm^2

해설

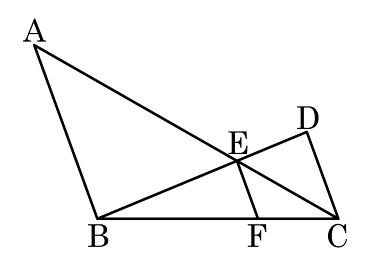
점 F 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle FBC = \frac{1}{3}\triangle ABC = 16\ (\text{cm}^2)$

$\triangle DEF : \triangle FBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle DEF = \frac{1}{4}\triangle FBC = 4\ (\text{cm}^2)$

56. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{CD}//\overline{EF}$, $\overline{AB} = 3\overline{EF}$ 이고, 삼각형 CEF 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이를 구하여라.



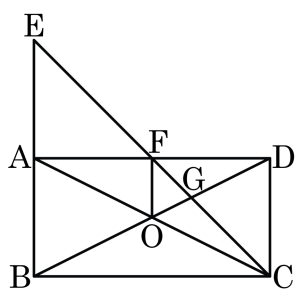
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

삼각형 CEF 와 삼각형 CAB 는 닮음비가 $1:3$ 으로 닮은 도형이므로 넓이비는 $1:9$
따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 = 108$
$\overline{BF} : \overline{FC} = 2:1$ 이므로 삼각형 BEF 와 BDC 는 닮음비가 $2:3$ 으로 닮은 도형
$\overline{AB} : \overline{CD} = 2:1$ 이므로 삼각형 BCD 의 넓이는 $108 \times \frac{1}{2} = 54$
삼각형 BEF 와 BCD 의 넓이비는 $4:9$ 이므로 삼각형 BEF 의 넓이는 $54 \times \frac{4}{9} = 24$
따라서 사각형 CDEF 의 넓이는 $54 - 24 = 30$ 이고, 삼각형 CDE 의 넓이는 $30 - 12 = 18$

57. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직사각형 ABCD 의 변 AB 의 연장선 위에 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 점 E 를 잡고, 선분 CE 가 변 AD , 대각선 BD 와 만나는 점을 각각 F, G 라 할 때, $\dfrac{\triangle OAB}{\triangle OFG}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는 $\dfrac{S}{2}$

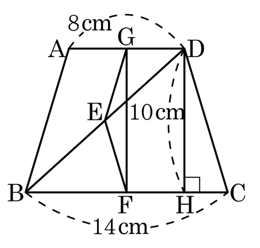
삼각형 AEF, CDF 에서 $\overline{AE} = \overline{CD}$, $\angle AFE = \angle CFD$, $\angle EAF = \angle FDC$ 이므로
두 삼각형은 합동이고 $\overline{AF} = \overline{FD}$
점 F 는 선분 AD 의 중점, 점 O 는 선분 AC 의 중점이므로 점 G 는 삼각형 ACD 의 무게중심

또 삼각형 GCD 의 넓이는 $\dfrac{S}{3}$ 이고, 삼각형 OFG 와 삼각형 GCD 의 넓이비는 $1 : 4$ 이므로

삼각형 OFG 의 넓이는 $\dfrac{S}{3} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{S}{12}$

$\therefore \dfrac{\triangle OAB}{\triangle OFG} = \dfrac{\frac{S}{2}}{\frac{S}{12}} = 6$

58. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle EGF$ 와 $\square ABCD$ 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?



① 7 : 42 ② 8 : 43 ③ 8 : 44 ④ 3 : 44 ⑤ 8 : 45

해설

$\square ABFG = (7+4) \times 10 \times \frac{1}{2} = 55 \ (cm^2)$

$\square ABEG = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 30 \ (cm^2)$

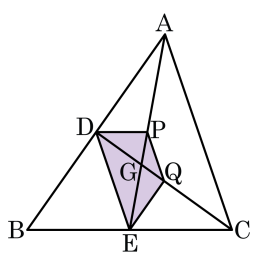
$\triangle EBF = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 14 \times 10 = \frac{35}{2} \ (cm^2)$

$\triangle EGF = 55 - \left(30 + \frac{35}{2}\right) = \frac{15}{2} \ (cm^2)$

$\square ABCD = (14+8) \times 10 \times \frac{1}{2} = 110 \ (cm^2)$

$\therefore \triangle EGF : \square ABCD = \frac{15}{2} : 110$
$= 15 : 220 = 3 : 44$

59. 다음 $\triangle ABC$ 에서 P, Q 는 각각 두 중선 $\overline{AE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\triangle ABC = 24\,\text{cm}^2$ 일 때, $\square DEQP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle DGP = \frac{1}{4}\triangle GEC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1\ \left(\text{cm}^2\right)$

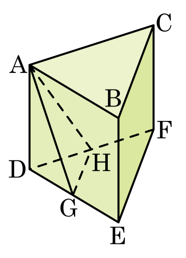
$\triangle GEQ = \frac{1}{4}\triangle ADG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 24 = 1\ \left(\text{cm}^2\right)$

$\triangle DEG = \frac{1}{4}\triangle AGC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 24 = 2\ \left(\text{cm}^2\right)$

$\triangle PGQ = \frac{1}{4}\triangle DEG = \frac{1}{4} \times 2 = \frac{1}{2}\ \left(\text{cm}^2\right)$

$\therefore\ \square DEQP = 1 + 1 + 2 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}\ \left(\text{cm}^2\right)$

60. 다음 삼각기둥에서 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 중점이다. 삼각기둥의 부피가 $84\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 삼각뿔 A – DGH 의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : 7 $\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

(삼각뿔 A – DGH 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \triangle\mathrm{DEF} \times \overline{\mathrm{AD}}$

$= \frac{1}{12} \times$ (삼각기둥의 부피)

$= \frac{1}{12} \times 84 = 7 \ \left(\mathrm{cm}^3\right)$

61. 닮음비가 $1:2$ 인 두 정육면체의 부피의 합이 $189\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 큰 정육면체의 부피를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답: $168\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

닮음비가 $1:2$ 이므로 부피비는 $1:8$ 이다. 작은 정육면체의 부피를 a 라고 하면

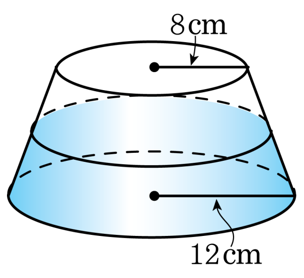
$a+8a=189$

$9a=189$

$a=21$

$\therefore$ (큰 정육면체의 부피) $=8a=8\times21=168\,(\mathrm{cm}^3)$

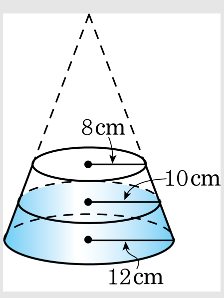
62. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 물을 채우는 데 182 분이 걸렸다. 물을 가득 채우는 데 더 걸리는 시간을 구하여라.



▶ 답: ______ 분

▷ 정답: 122분

해설



$8 : 10 : 12 = 4 : 5 : 6$

$4^3 : 5^3 : 6^3 = 64 : 125 : 216$

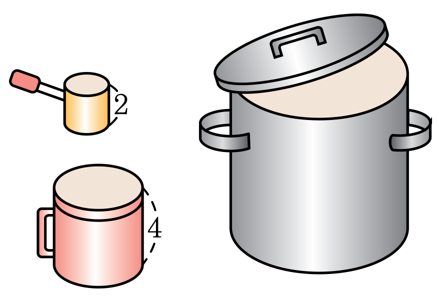
$(125 - 64) : (216 - 125) = 61 : 91$

더 걸리는 시간을 x 라고 하면

$61 : 91 = x : 182$

$\therefore\ x = 122$ (분)

63. 국자와 냄비와 컵은 모두 닮은꼴이다. 국물을 국자에 가득 떠서 64번 부었더니 냄비가 가득 찼다. 이때, 컵으로 냄비에 국물을 가득 채우려면 몇 번 부어야 하는지 구하여라.



① 2번　② 4번　③ 8번　④ 12번　⑤ 16번

해설

(국자와 컵의 부피의 비) $= 1 : 8$

$$\begin{aligned}(\text{냄비의 부피}) &= (\text{국자의 부피}) \times 64 \\ &= \frac{(\text{컵의 부피})}{8} \times 64 \\ &= (\text{컵의 부피}) \times 8\end{aligned}$$

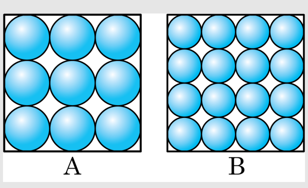
64. 정육면체 모양의 상자에 구슬 27 개를 넣으면 꼭 맞는 구슬 A 와 같은 상자에 구슬 64 개를 넣었을 때 꼭 맞는 구슬 B 가 있다. 구슬 A 의 부피가 32π 일 때, 구슬 B 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}\pi$

해설

구슬 A, B 가 상자에 담겨 있는 모양을 정면에서 비교해 보면 다음과 같다.



그러므로 두 구슬의 반지름의 비는 $4 : 3$ 이고, 부피의 비는 $64 : 27$

따라서 구슬 B 의 부피는 $32\pi \times \frac{27}{64} = \frac{27}{2}\pi$ 이다.

65. 서로 닮은 두 원기둥 P, Q 의 겉넓이의 비가 $16:49$ 이고 원기둥 P 의 부피가 $32\pi\,\text{cm}^3$ 일 때, 원기둥 Q 의 부피를 구하여라.

▶ 답: ______ cm^3

▷ 정답: $\frac{343}{2}\pi\,\text{cm}^3$

해설

(겉넓이의 비) $= 16:49 = 4^2:7^2$

(부피의 비) $= 4^3:7^3 = 64:343$

$64:343 = 32\pi:$ (원기둥 Q의 부피)

$\therefore$ (원기둥 Q의 부피) $= \frac{343}{2}\pi(\text{cm}^3)$

66. 서로 닮은 두 원뿔 A, B 의 부피의 비가 $8 : 27$ 이고, A 의 겉넓이가 40π 일 때, B 의 겉넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90π

해설

두 도형의 부피의 비가 $8 : 27$ 이므로 두 도형의 닮음비는 $2 : 3$
따라서 두 도형의 겉넓이의 비는 $4 : 9$ 이므로 B 의 겉넓이는
$9 \times \dfrac{40\pi}{4} = 90\pi$ 이다.

67. 실제 거리가 200 m 인 두 지점 사이의 거리를 4 cm 로 나타내는 지도가 있다. 이 지도에서 실제 넓이가 15 km^2 인 땅의 넓이를 구하여라.

① $6000\,\mathrm{cm}^2$ ② $6500\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7000\,\mathrm{cm}^2$
④ $7500\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8000\,\mathrm{cm}^2$

해설
(축척) $= 4 : 20000 = 1 : 5000$
(넓이의 비) $= 1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$
$1 : 25000000 = x : 150000000000$
$x = 6000\ \left(\mathrm{cm}^2\right)$

68. 5 만분의 1 지도에서 5cm 거리에 있는 두 지점의 실제 거리를 Am , 실제 거리가 500m 인 두 지점의 지도상의 거리를 Bm 라고 할 때, $\mathrm{A}+100\mathrm{B}$ 의 값은?

① 2501 ② 251 ③ 2510 ④ 2600 ⑤ 260

해설

(실제 거리) $= 5\times 50000 = 250000(\mathrm{cm}) = 2500(\mathrm{m})$ 이므로
$\mathrm{A}=2500$
(지도상의 거리) $= 500\times \dfrac{1}{50000} = 0.01(\mathrm{m})$ 이므로
$\mathrm{B}=0.01$
$\therefore\ \mathrm{A}+100\mathrm{B}=2501$

69. 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 $56\,\mathrm{cm}$ 로 나타나는 두 지점 사이를 시속 $70\,\mathrm{km}$ 로 차를 타고 가면 몇 분이 걸리는지 구하여라.

▶ 답: 분

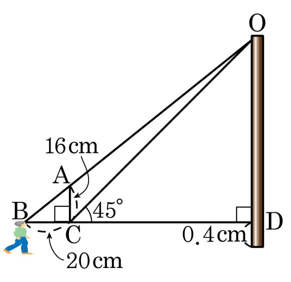
▷ 정답: 24분

해설

$50000 \times 56 = 2800000(\mathrm{cm}) = 28(\mathrm{km})$

(걸리는 시간) $= (28 \div 70) \times 60 = 24$(분)

70. 다음 그림은 천문대의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 천문대 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{400}$ 로 그린 것이다. 천문대의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 321.6 m

해설

$\overline{CD} = \overline{OD} = x$ 라 하면

$20 : 16 = (20 + x) : x$

$20x = 320 + 16x,\ 4x = 320,\ x = 80$ (cm)

천문대의 높이 : $80.4 \times 400 = 32160$ (cm)

$= 321.6$ (m)

71. 축척이 1 : 25000 인 지도에서의 거리가 40 cm 인 두 지점 사이를 자전거를 타고 시속 10 km 의 속력으로 왕복하는 데 걸리는 시간은?

① 2 시간 ② 2.5 시간 ③ 3 시간
④ 3.5 시간 ⑤ 4 시간

해설
실제 거리 : $40 \times 25000 = 1000000\,(\mathrm{cm}) = 10\ (\mathrm{km})$
$\frac{10}{10} \times 2 = 2$ (시간)

72. 축척이 $1:50000$ 인 지도 위에서 넓이가 $8\,\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제의 넓이는 몇 km^2 인지 구하여라.

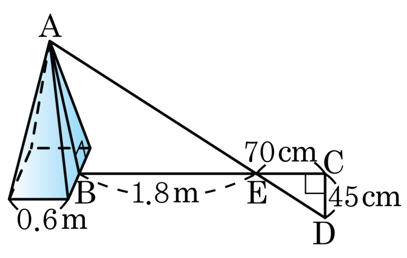
▶ 답： $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{km}^2}$

▷ 정답： $2\ \underline{\mathrm{km}^2}$

해설

(축척) $= 1:50000$,
(넓이의 비) $= 1:2500000000$
(실제 땅의 넓이)
$= 8\times 2500000000$
$= 20000000000\ \left(\mathrm{cm}^2\right) = 2\ \left(\mathrm{km}^2\right)$

73. 다음 그림은 정사각뿔 모양의 건물의 높이를 재려고 그린 축척 $\frac{1}{40}$ 의 축도이다. 이 건물의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 54 m

해설

건물의 꼭대기 점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{HE} = \frac{0.6}{2} + 1.8 = 2.1(\mathrm{m})$

$\overline{AH}\ :\ 45 = 210\ :\ 70$

$\therefore\ \overline{AH} = 135(\mathrm{cm})$

따라서 실제의 높이는 $135 \times 40 = 5400(\mathrm{cm}) = 54(\mathrm{m})$ 이다.