1. 다음 보기 중 x 에 대한 이차방정식인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $x(x-1)=x^2$ ㉡ $3x^2-2x+5$

㉢ $x^2(2+x)=3+x^2$ ㉣ $4x^2-6=0$

㉤ $(x-1)(x+2)=0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 정리하면 $-x=0$: x 에 대한 일차방정식이다.
㉡ x 에 대한 이차식이다.
㉢ 정리하면 $x^3+x^2-2=0$: x 에 대한 삼차방정식이다.
㉣ x 에 대한 이차방정식이다.
㉤ 정리하면 $x^2+x-2=0$: x 에 대한 이차방정식이다.

2. $-2 \le x \le 1$를 만족하는 정수 x에 대하여, 이차방정식 $2x^2 - x - 1 = 0$의 해를 구하여라. (단, x 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

$x = -2, -1, 0, 1$ 을 각각 대입하면 $x = 1$ 일 때 이차방정식 $2x^2 - x - 1 = 0$ 을 만족한다.

3. $-1 \le x \le 2$인 x에 대하여 이차방정식 $2x^2 + 5x + 2 = 0$의 해를 구하면?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$(\text{준식}) = (2x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -\frac{1}{2}$

4. 이차방정식 $x^2 - x = 6x - 2$ 의 근이 $x = \dfrac{a \pm \sqrt{b}}{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, a, b 는 유리수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$x^2 - 7x + 2 = 0$ 이므로

$x = \dfrac{-(-7) \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} = \dfrac{7 \pm \sqrt{41}}{2}$ 이다.

따라서 $a = 7, b = 41$ 이므로

$a + b = 48$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$의 한 근이 -5일 때, a의 값을 구하면?

① -15 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2+2x-a=0$에 $x=-5$를 대입하면 $25-10-a=0$

$\therefore\ a=15$

6. 두 이차방정식 $x^2-2x-15=0$ 과 $x^2-9=0$ 의 공통인 근을 고르면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$(x+3)(x-5)=0,\ x=-3,\ 5$

$(x+3)(x-3)=0,\ x=-3,\ 3$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 -3 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{4}$

해설

$D = 25 + 4a = 0,\ a = -\frac{25}{4}$

$x^2 - 5x + \frac{25}{4} = 0,\ \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0$

$x = \frac{5}{2} = b$

$\therefore a + b = -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$

8. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 이 중근을 가질 때, 다음 중 옳은 것은?

① $b^2 - 4ac = 0$ ② $c = a^2$ ③ $x = \dfrac{b}{2a}$

④ $b^2 - 4ac < 0$ ⑤ $ac > 0$

해설

이차방정식이 중근을 가지면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) $= 2$

$2x^2 - 3x - k = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$8 - 6 - k = 0$

$\therefore\ k = 2$

10. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$
두 근의 곱은 a 이므로
$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$

11. 반지름이 r인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$\pi(r-2)^2 = 9\pi$

$r^2 - 4r - 5 = 0$

$(r+1)(r-5) = 0$

$r = 5\ (\because r > 0)$

(처음 원의 넓이)$= \pi r^2 = 25\pi$

12. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore\ a+\frac{1}{a}=-5$

13. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a + b - ab$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $-\frac{8}{3}$ ④ -1 ⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$3x^2 - 4x - 4 = 0$

$(3x + 2)(x - 2) = 0$

$x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = 2$

$a + b - ab = -\frac{2}{3} + 2 - \left(-\frac{2}{3} \times 2\right) = \frac{8}{3}$

14. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 해가 $-3,\ 5$ 일 때, $ax^2+bx+5=0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a=-3+5,\ a=-2$

$b=-3\times 5=-15$

$ax^2+bx+5=0$ 에 $a=-2,\ b=-15$ 대입하면

$-2x^2-15x+5=0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2}=-\frac{15}{2}$ 이다.

15. 구청에서 매달 2째, 4째 주 수요일에만 컴퓨터 수업을 한다. 어느 달에 수업한 수요일의 날짜의 곱이 176 일 때, 이 달에 4째 주 수요일의 날짜는?

① 8 일 ② 15 일 ③ 18 일 ④ 22 일 ⑤ 29 일

해설

2째 주 수요일과 4째 주 수요일의 날짜를 각각 $x-14$, x 일이라 하면,

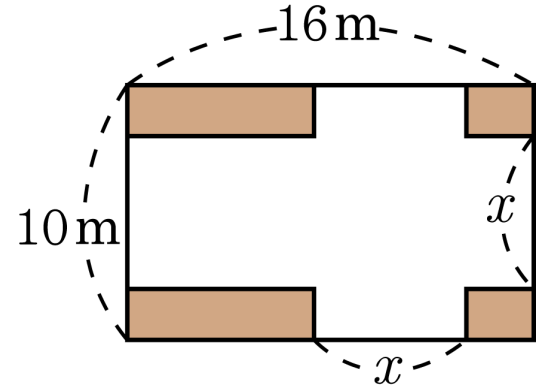
$x(x-14)=176$

$x^2-14x-176=0$

$(x-22)(x+8)=0$

$x>0$ 이므로 22 일이다.

16. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 16 m, 10 m인 직사각형 모양의 땅에 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 땅의 넓이가 $40\,\mathrm{m}^2$일 때, x의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ m

▷ 정답 : 6 m

해설

길의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(16-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(16-x)(10-x)=40$

$x^2-26x+120=0$

$(x-6)(x-20)=0$

$\therefore\ x=6$(단, $0<x<10$)

17. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 짝수이다. 두 근의 제곱의 차가 12일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a,\ a+2$ (단, a 는 짝수)로 놓으면

$m = -2a - 2,\ n = a^2 + 2a$

$(a+2)^2 - a^2 = 12$ 에서

$4a + 4 = 12,\ 4a = 8, a = 2$

$m = -2 \times 2 - 2 = -6$

$n = 4 + 4 = 8$

$\therefore\ n - m = 8 + 6 = 14$

18. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 35 개 일 때, n 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 35$ 이므로

$n^2 - 3n - 70 = 0$

$(n+7)(n-10) = 0$

$n = 10 (\because n > 0)$

19. 어떤 무리수 x가 있다. x의 소수 부분을 y라 할 때 x의 제곱과 y의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \dfrac{5 + \sqrt{41}}{2}$
② $x = \dfrac{2 + \sqrt{41}}{5}$
③ $x = \dfrac{5 + \sqrt{37}}{3}$
④ $x = \dfrac{-2 + \sqrt{41}}{5}$
⑤ $x = \dfrac{3 + \sqrt{37}}{4}$

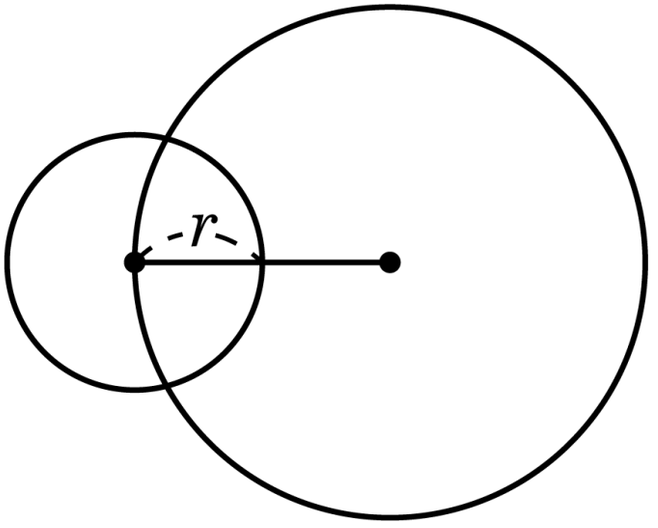
해설

$x^2 + y^2 = 33,\ 0 \le y < 1$
$0 \le y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \le \sqrt{33}$
따라서 x의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
$x^2 + (x-5)^2 = 33$

$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$

$\therefore\ x = \dfrac{5 + \sqrt{41}}{2}\ (\because x > 0)$

20. 다음 그림과 같이 반지름이 r 인 원과 반지름이 이 원의 두 배인 원이 겹치고 있다. 겹치지 않는 부분의 넓이의 차가 12π 라고 할 때 , 반지름 r 의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

겹치는 부분은 두 원 모두에 있는 부분이므로, 겹치지 않는 부분의 넓이의 차는 두 원의 넓이의 차와 같다.

따라서 식으로 나타내면 $(2r)^2\pi - r^2\pi = 12\pi$ 이다.

$r^2 - 4 = 0$

$\therefore\ r = 2\ (\because r > 0)$