

1. 등식 $x^3 + x - 1 = (x - a)(x - b)(x - c)$ 가 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 3

④ 7

⑤ -7

해설

$$x^3 + x - 1$$

$$= (x - a)(x - b)(x - c)$$

$$= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc$$

$$\therefore a + b + c = 0, ab + bc + ca = 1, abc = 1$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$$

$$\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3$$

2. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 5$ 에 대하여 $f(x-1) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$ 일 때, 상수 $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

$$\begin{aligned} f(x-1) &= (x-1)^3 - 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 5 \\ &= x^3 + Ax^2 + Bx + C \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

①은 x 에 대한 항등식이므로
양변에 $x = 0, 1, 2$ 를 차례로 대입하면,

$$x = 0 \text{ 일 때, } -1 = C$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 5 = 1 + A + B + C$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } 5 = 8 + 4A + 2B + C$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$A = -6, B = 11, C = -1$$

3. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

4. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 를 대입하면 $0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$

$x^4 = -1$ 을 대입하면 $0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면 $a = -3, b = -4$

$\therefore a + b = -7$

5. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때, $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때, $2a - b$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

준 식의 양변에

$$x^2 = 2 \text{를 대입하면 } 4a + b = -16$$

$$x^4 = -1 \text{을 대입하면 } -a + b = -1$$

$$\therefore a = -3, b = -4$$

$$\therefore 2a - b = -2$$

6. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+1} = k \text{ (일정값} = k \text{)} \text{라 놓으면 } 2x+3a = k(4x+1) \text{에서}$$

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k=0, 3a-k=0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{이므로 } 3a = k \text{에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

7. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

8. $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$ 가 $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

x, y 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

9. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 2, b = 2$

③ $a = 2, b = 0$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을 x, y 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

10. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x-1)^2(x+k) + 2x + 1$$

$$= x^3 + (k-2)x^2 + (3-2k)x + k + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$a = k - 2, \quad b = 3 - 2k, \quad 3 = k + 1$$

$$k = 2 \text{ 이므로 } a = 0, \quad b = -1$$

$$\therefore a - b = 0 - (-1) = 1$$

11. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 + 1)(x + c)$$

$$= x^3 + cx^2 + x + c$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\text{따라서 } a = 3, b = 1$$

12. x 의 다항식 $x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때, 나머지가 $2x + 1$ 이 되도록 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 + ax + b$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때,
몫을 $x + q$ 라 하면 (일반적으로 $px + q$ 로 해야겠지만 x^3 의 계수가 1이므로 $x + q$)

$$x^3 + ax + b = (x^2 - 3x + 2)(x + q) + 2x + 1$$

$$\therefore x^3 + ax + b = (x - 2)(x - 1)(x + q) + 2x + 1$$

이 등식은 x 에 관한 항등식이므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 + a + b = 2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 8 + 2a + b = 4 + 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = -5, b = 7$$

$$\therefore a + b = 2$$

13. 다항식 $4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2}$ 가 $(x-r)^2$ 으로 나누어 떨어질 때, 양수 r 의 값은?

① 1.2

② 1.5

③ 1.8

④ 2.1

⑤ 2.4

해설

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 - 21x + \frac{45}{2} \cdots \textcircled{1}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-r)^2(4x-\alpha) \\ &= (x^2 - 2rx + r^2)(4x - \alpha) \\ &= 4x^3 - (\alpha + 8r)x^2 + (4r^2 + 2r\alpha)x - r^2\alpha \end{aligned}$$

①과 계수비교를 하면

$$\alpha + 8r = 2 \cdots \textcircled{2}, \quad 4r^2 + 2r\alpha = -21 \cdots \textcircled{3}$$

②에서 $\alpha = 2 - 8r$,

③에 대입하면

$$4r^2 + 2r(2 - 8r) = -21$$

$$12r^2 - 4r - 21 = 0, \quad (2r - 3)(6r + 7) = 0$$

$$\therefore r = \frac{3}{2} \quad (\because r > 0)$$

14. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r}
 x + (a-1) \\
 x^2 + x + 1 \overline{) x^3 + ax^2 + 2x + b} \\
 \underline{-(x^3 + x^2 + x)} \\
 (a-1)x^2 + x + b \\
 \underline{-(a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1)} \\
 (2-a)x + b - a + 1
 \end{array}$$

$$2 - a = 2, b - a + 1 = 1$$

$$a = 0, b = 0$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라 할 때 $f(x)$ 를 $\frac{g(x)}{n}$ 로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

- ① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$ ② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
 ③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$ ④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
 ⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{ 에서 } f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x),$$

$$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x), R'(x) = R(x)$$

$$\therefore Q'(x) = n \cdot Q(x), R'(x) = R(x)$$

16. x 에 대한 삼차식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 $x^2 + 1$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = 3$

② $a = 1, b = 3$

③ $a = 3, b = -1$

④ $a = -3, b = -1$

⑤ $a = 3, b = 1$

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (x^2 + 1)(x + c) \\ &= x^3 + cx^2 + x + c\end{aligned}$$

$$\therefore a = c, b = 1, c = 3$$

$$\therefore a = 3, b = 1$$

17. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 3$$

$$= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$$

$$= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$$

$x = 4$, $x = -3$ 을 각각 대입하면

$$16a + 4b + 67 = 47 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$9a - 3b - 24 = -51 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2$, $b = 3$

$$\therefore a + b = 1$$

18. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$ 의 값은?

① -12

② -10

③ 0

④ 10

⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r}
 x-6 \\
 x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\
 \underline{-(x^3+2x^2+x)} \\
 -6x^2+(a-1)x+b \\
 \underline{-(6x^2-12x-6)} \\
 (a+11)x+b+6
 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a+11=0, b+6=7$

$$\therefore a = -11, b = 1$$

$$\therefore a + b = -10$$

해설

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 4x^2 + ax + b \\
 &= (x+1)^2(x+k) + 7 \\
 &= x^3 + (k+2)x^2 + (2k+1)x + k + 7
 \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$k+2=-4, 2k+1=a, k+7=b$$

$$k=-6 \text{ 이므로 } a=-11, b=1$$

$$\therefore a+b=-10$$

19. 모든 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$x = 2$ 를 대입하면,

$$\{2 \times (2)^3\} - (3 \times 2^2) - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

20. x 에 대한 다항식 $(ax - 1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 125일 때, 실수 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$x = 1$ 을 대입하면 계수들의 합을 얻을 수 있다.

$$\text{즉, } (a - 1)^3 = 125, a - 1 = 5$$

$$\therefore a = 6$$

21. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$$

$$= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19} \text{로 놓으면}$$

계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한 결과와 같으므로 항등식의 성질에서

$$(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$$

22. 다항식 $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$$

$$= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15} = 1$$

23. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

24. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 -5 이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 1 이라고 한다. 이 때, 상수 m, n 에 대하여 $m + n$ 은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ 이 라 하면,

$$f(x) = (x + 1)Q_1(x) - 5$$

$$f(x) = (x - 2)Q_2(x) + 1$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = -5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 1$$

$$m = -3, \quad n = 2$$

따라서 $m + n = -1$ 이다.

25. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① $-\frac{19}{3}$

② $-\frac{25}{6}$

③ $-\frac{29}{6}$

④ $-\frac{14}{3}$

⑤ $-\frac{7}{2}$

해설

$$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$$

$$f(x) = (x+1)Q_1(x) + 5 \text{ 으로 놓으면 } f(-1) = 5$$

$$f(x) = (x-2)Q'(x) \text{ 으로 놓으면 } f(2) = 0$$

$$\text{따라서, } f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } m = \frac{1}{6}, \quad n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$$

26. 다항식 $f(x)$ 에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$ 일 때, $f(x)$ 를 $(2x-1)(3x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : $12x - 3$

해설

구하는 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$ 을 각각 양변에 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3, \quad f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $12x - 3$

27. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 3이고, $x+1$ 로 나눈 나머지가 -1 일 때, $(x^2+x+2)f(x)$ 를 x^2-1 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 3, f(-1) = -1$

$$(x^2+x+2)f(x) = (x^2-1)Q(x) + ax + b$$

$x=1, x=-1$ 을 대입한다.

$$4f(1) = 12 = a + b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2f(-1) = -2 = -a + b \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면,

$$a = 7, b = 5$$

$$\therefore \text{나머지 } R(x) = 7x + 5$$

$$R(1) = 12$$

28. x^3 의 계수가 1 인 삼차다항식 $f(x)$ 를 $x-1, x-2, x-3$ 으로 나눈 나머지가 각각 2, 4, 6 일 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 11

⑤ 14

해설

$$f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$a + b + c = 2, 4a + 2b + c = 4, 9a + 3b + c = 6$$

$$a = 0, b = 2, c = 0$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 2x$$

$$f(4) = 3 \times 2 \times 1 + 8 = 14$$

29. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - x$ 로 나누면 3이 남고 $x^2 + x - 6$ 로 나누면 $x - 1$ 이 남을 때, $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$$f(x) = x(x-1)Q_1(x) + 3$$

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q_2(x) + x-1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = 3, f(2) = 1 \text{ 이므로}$$

$$a + b = 3, 2a + b = 1$$

$$\text{연립하여 풀면, } a = -2, b = 5$$

$$\therefore (\text{구하는 나머지}) R(x) = -2x + 5$$

$$\therefore R(1) = 3$$

30. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5$, $f(3) = 9$

$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,

$f(2) = 2a + b = 5$, $f(3) = 3a + b = 9$ 을

연립하여 풀면 $a = 4$, $b = -3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

31. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $x+1$

③ $-x+1$

④ x

⑤ $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

32. 다항식 $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누면 떨어지고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때, $P(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

① x

② $-x+1$

③ $x+1$

④ $-2x+2$

⑤ $2x+2$

해설

$$P(x) = (x+1)Q(x)$$

$$P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$$

$$P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$$

$$P(-1) = 0, \quad P(2) = 3 \text{ 이므로,}$$

$$-a + b = 0, \quad 2a + b = 3$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

따라서 나머지는 $x+1$ 이다.

33. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -2 이고, $x-2$ 로 나눈 나머지가 1 일 때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $2x+1$

② $x+1$

③ $x-1$

④ $2x-1$

⑤ $3x+2$

해설

$$f(x) = (x+1)Q_1(x) - 2$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 1$$

$$f(x) = (x+1)(x-2)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(-1) = -a + b = -2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -1$$

구하는 나머지는 $x-1$

34. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $-2x + 1$

② $-2x - 1$

③ $-2x + 3$

④ $-2x + 5$

⑤ $-2x + 7$

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 하면,

$f(1) = 3, f(2) = 1$ 이므로

$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$ 연립하면

$a = -2, b = 5$

$\therefore$ 나머지는 $-2x + 5$ 이다.

35. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때의 나머지가 3이고, $x-2$ 로 나누어서 떨어진다. 이 다항식을 $(x+1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $-x+2$

③ $x-1$

④ 2

⑤ 3

해설

$R(x) = ax + b$ 라 두면

$$R(-1) = -a + b = 3, R(2) = 2a + b = 0$$

$$a = -1, b = 2 \text{ 이므로 } R(x) = -x + 2$$

36. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때, 나머지가 3 이고, 다항식 $f(x+2)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $ax+4$ 이다. 이때, 상수 a 의 값을 구하는 과정을 나타낸 것이다. ()안에 알맞지 않은 것을 고르면?

풀이) $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 3 이므로 (㉠) 이다.

$f(x+2)$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하면 (㉡)... (㉢)

(㉣)은 x 에 대한 항등식이므로 $x = -1$ 을 대입하면 (㉤) 이다.

따라서 (㉤)에서 (㉥)이다.

① ㉠ $f(1) = 3$

② ㉡ $f(x+2) = (x+1)^2 Q(x) + ax + 4$

③ ㉢ $f(-1) = -a + 4$

④ ㉤ $-a + 4 = 3$

⑤ ㉥ $a = 1$

해설

㉣에 $x = -1$ 를 대입하면 $f(1) = -a + 4$

37. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

38. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 각각 3, -1 이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2+3x+2 로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+5$

② $-3x$

③ $3x+6$

④ $4x+7$

⑤ $5x+8$

해설

다항식 $f(x)$ 를 x^2+3x+2 , 즉 $(x+1)(x+2)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라고 하면

$f(x) = (x+1)(x+2)Q(x) + ax + b$ 로 놓을 수 있다.

문제의 조건에서 $f(-1) = 3$, $f(-2) = -1$ 이므로

$$f(-1) = -a + b = 3$$

$$f(-2) = -2a + b = -1$$

이것을 풀면 $a = 4$, $b = 7$

따라서, 구하는 나머지는 $4x+7$

39. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지는 -5 이고, $x-1$ 로 나눈 나머지는 -1 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

$f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b$$

한편, $f(x)$ 를 $x+1$, $x-1$ 로 나눈 나머지가 각각 -5 , -1 이므로

$$f(-1) = -a + b = -5, \quad f(1) = a + b = -1$$

이것을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-3$

따라서 구하는 나머지는 $2x-3$ 이다.

40. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 -3 이 남고, $x+3$ 으로 나누면 27 이 남는다. 이 $f(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 으로 나눌 때, 그 나머지는?

① $6x - 9$

② $-6x + 9$

③ $2x + 3$

④ $-2x - 3$

⑤ $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를 $(x-2)(x+3)$ 으로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q(x) + ax + b$$

문제의 조건으로부터

$$f(2) = -3, f(-3) = 27 \text{ 이므로}$$

$$2a + b = -3, -3a + b = 27$$

$$\therefore a = -6, b = 9$$

따라서 구하는 나머지는 $-6x + 9$ 이다.

41. $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면 $f(x) = (x^2-3x+2)Q(x) + ax+b$

그런데 $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ 이므로

$$a+b=3, 2a+b=5$$

$$\therefore a=2, b=1$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

42. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에 $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에 $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

43. 다항식 $f(x)$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1 이고,
또 $Q(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x - 2$ 로
나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x - 3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2 - 3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

44. x 의 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때, $(x^2 - x + 3)f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10

② 6

③ 0

④ 30

⑤ 12

해설

$$f(-1) = 2$$

$$(x^2 - x + 3)f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 대입

$$\therefore R = 5f(-1) = 5 \times 2 = 10$$

45. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1

② 0

③ 3

④ 7

⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$x=2$ 를 대입하면 $f(2) = 11$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$x=1$ 을 대입하면 $f(2) = R$

$$\therefore R = 11$$

46. 다항식 $f(x)$ 를 $(3x+2)(x-4)$ 로 나눈 나머지가 $-2x+1$ 일 때, $f(x^2+3)$ 을 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① 7

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -7

해설

$$f(x) = (3x+2)(x-4)Q(x) - 2x + 1 \cdots ①$$

$$f(x^3+3) = (x-1)Q'(x) + R \cdots ②$$

①의 양변에 $x=4$ 를 대입하면 $f(4) = -7$

②의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $f(4) = R$

$$\therefore R = -7$$

47. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $-x + 4$ 이다. 다항식 $f(x+1)$ 을 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $-x + 3$

③ $x - 1$

④ $2x$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는 $-x + 3$

48. 다항식 $f(x)$ 를 일차식 $ax + b(a \neq 0)$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라 할 때,
 $xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① R

② aR

③ bR

④ $-\frac{b}{a}R$

⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$$f(x) = (ax + b)Q(x) + R \quad \therefore R = f\left(-\frac{b}{a}\right)$$

$g(x) = xf(x)$ 를 $ax + b$ 로 나눈 나머지는

$$g\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) = -\frac{b}{a}R$$

49. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + c$ 를 $x+2$ 로 나누면 3이 남고, $x^2 - 1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + c &= (x+2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x+1)(x-1)Q_2(x)\end{aligned}$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

50. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

k	1	a	-1	b
		c	d	33
	1	4	11	37

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

3	1	a	-1	b
		3	$3a + 9$	$9a + 24$
	1	$a + 3$	$3a + 8$	$9a + b + 24$

이때 $k = 3$, $c = 3$, $a + 3 = 4$, $3a + 9 = d$, $9a + b + 24 = 37$
 이므로

$$k = 3, c = 3, a = 1, d = 12, b = 4$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$$