1. 다항식 $8x^3 - 1$을 $4x^2 + 2x + 1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)\left(4x^2 + 2x + 1\right)$
$\therefore Q(x) = 2x - 1$
$\therefore$ 상수항은 -1

2. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x ② $x-1$ ③ $x+1$

④ $x^3 - x$ ⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned} x^4 - x^2 &= x\left(x^3 - x\right) \\ &= x^2\left(x^2 - 1\right) \\ &= x^2(x-1)(x+1) \end{aligned}$$

3. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$ ② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$ ④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\ &= (3A + 2)(A - 1) \\ &= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

4. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6\\ &= X^2+X-6\\ &= (X+3)(X-2)\\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2)\\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

5. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3$을 인수분해하면?

① $(x^2-x+7)(x^2-5x+3)$　② $(x^2-5x+7)(x^2-x+3)$

③ $(x^2-5x+6)(x^2-5x+3)$　④ $(x^2-5x+7)(x^2-5x+3)$

⑤ $(x^2-2x+7)(x^2-5x+3)$

해설

$$
\begin{aligned}
&(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)-3\\
&=\{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\}-3\\
&=(x^2-5x+4)(x^2-5x+6)-3\\
&=(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24-3\\
&=(x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+21\\
&=(x^2-5x+7)(x^2-5x+3)
\end{aligned}
$$

6. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x-3$ ② $x+3$

③ x^2+1 ④ x^2+9

⑤ x^3+3x^2+x+3

해설

준 식을 인수분해 하면

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2+1)(x^2-9)$

$= (x^2+1)(x+3)(x-3)$

⑤ $x^2(x+3)+x+3 = (x^2+1)(x+3)$

7. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

(준식) $= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2$
$= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2$
$= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

8. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$을 인수분해 하면?

① $(x+y+1)(3x+y-3)$ ② $(x-y+1)(3x-y-3)$

③ $(3x+y+1)(x-y-3)$ ④ $(x+y+1)(3x-y-3)$

⑤ $(x-y-1)(3x-y-3)$

해설

$3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$
$= \{3x - (y+3)\}(x+y+1)$
$= (x+y+1)(3x-y-3)$

9. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$ ② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$ ④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

(준식) $=(c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b)$

$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$

$=(c-b)(a-b)(a-c)$

$=(a-b)(b-c)(c-a)$

10. $x^3+x^2-8x-12$를 인수분해하면 $(x-3)\square$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3+x^2-8x-12=(x-3)(x+2)^2$

$\therefore \square=(x+2)^2$

11. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$(\text{준식}) = \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab}$$
$$= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc}$$
$$= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc}$$
$$= \frac{-3abc}{abc} = -3$$

해설

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$
$$= \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right)$$
$$= \frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a}$$
$$= \frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a} \ (\because\ a+b+c=0)$$
$$= -3$$

12. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형　② 직각삼각형
③ 이등변삼각형　④ 둔각삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해 한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$
$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$
$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$
$(a+b \neq 0)$
$c^2 - a^2 - b^2 = 0$
$\therefore c^2 = a^2 + b^2$
$\therefore$ $C = 90°$인 직각삼각형

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

㉠ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
㉡ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
㉢ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
㉣ $a=b$ 인 이등변삼각형
㉤ $b=c$ 인 이등변삼각형

① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형

② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형

③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

④ $a=b$ 인 이등변삼각형

⑤ $b=c$ 인 이등변삼각형

해설

$\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 에서

$(a-b+c)(a-b-c) = (a+b+c)(-a-b+c)$

$(a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) = 0$

$\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} = 0$

$(a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 = 0$

$a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2$

$= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2$

$= 2(a^2 + b^2 - c^2) = 0$

$\therefore a^2 + b^2 - c^2 = 0$

그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

14. $\dfrac{1000^2}{252^2-248^2}$ 은?

① 62500　② 1000　③ 500

④ 250　⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2-248^2} &= \frac{1000\cdot 1000}{(252+248)(252-248)}\\ &= \frac{1000}{500}\cdot\frac{1000}{4}\\ &= 500\end{aligned}$$

15. $\dfrac{1999^3-1}{1999\times 2000+1}$을 계산하면?

① 1920 ② 1909 ③ 1998 ④ 1892 ⑤ 2000

해설

$x=1999$라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3-1}{1999\times 2000+1} &= \frac{x^3-1}{x(x+1)+1}\\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}\\ &= x-1\\ &= 1998\end{aligned}$$

16. $a+b+c=4$, $ab+bc+ca=3$, $abc=1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값을 구하면?

① 30　② 31　③ 32　④ 33　⑤ 34

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
위 식에 대입 $a^2+b^2+c^2+6=16$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=10$
$a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=4\times(10-3)+3\times1$
$=31$

17. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$a-b=1+i$ ……㉠

$b-c=1-i$ ……㉡

㉠+㉡을 계산하면 $a-c=2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{(1+i)^2+(1-i)^2+(-2)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{1+2i-1+1-2i-1+4\}$

$=2$

18. $x^4+2x^2+9=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$로 인수분해될 때, $|ab-cd|$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$(준식)=(x^2+3)^2-(2x)^2$

$=(x^2+2x+3)(x^2-2x+3)$

여기서 계수를 비교하면

$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=3$

$\therefore |ab-cd|=|2\times3-(-2)\times3|=12$

19. $a+b+c=0$일 때, 다음 중 $2a^2+bc$와 같은 것은?

① $(a-c)^2$　② $(b+c)^2$　③ $(a+b)(b+c)$

④ $(a-b)(a-c)$　⑤ $(a-b)(a+c)$

해설

$$\begin{aligned}
2a^2+bc &= 2a^2-b(a+b) \ (\because\ c=-a-b)\\
&= 2a^2-ab-b^2\\
&= (a-b)(2a+b)\\
&= (a-b)(a+b+a)\\
&= (a-b)(a-c) \ (\because a+b=-c)
\end{aligned}$$

20. 세 개의 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $[a,\ b,\ c] = (a-b)(a-c)$라 할 때, $[a,\ b,\ c]+[b,\ c,\ a]+[c,\ a,\ b]=0$이면 $[a,\ b,\ c]$의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

$(a-b)(a-c)+(b-c)(b-a)+(c-a)(c-b)=0$

전개하여 정리하면 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

$\therefore\ a=b=c$

$\therefore\ [a,\ b,\ c]=(a-b)(a-c)=0$