

1. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$ 상수항은 -1

2. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

3. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

4. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$
③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$
⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X+3)(X-2) \\&= (x^2+x+3)(x^2+x-2) \\&= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

5. 다음 식 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2 - x + 7)(x^2 - 5x + 3)$ ② $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - x + 3)$
③ $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 5x + 3)$ ④ $(x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3)$
⑤ $(x^2 - 2x + 7)(x^2 - 5x + 3)$

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 3 \\ &= \{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\} - 3 \\ &= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 3 \\ &= (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 - 3 \\ &= (x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 21 \\ &= (x^2 - 5x + 7)(x^2 - 5x + 3) \end{aligned}$$

6. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

7. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

8. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= \{3x - (y + 3)\}(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

9. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\&= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\&= (c-b)(a-b)(a-c) \\&= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

10. $x^3 + x^2 - 8x - 12$ 를 인수분해하면 $(x-3)$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$

② $(x-2)^2$

③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$

⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$$x^3 + x^2 - 8x - 12 = (x-3)(x+2)^2$$

$$\therefore \text{□} = (x+2)^2$$

11. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$a + b + c = 0$ 이면 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 이다.

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(a+c)}{ac} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(-a) + b^2(-b) + c^2(-c)}{abc} \\ &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\ &= \frac{-3abc}{abc} = -3 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} &a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\ &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) \\ &= \frac{a+c}{b} + \frac{b+a}{c} + \frac{b+c}{a} \\ &= \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} \quad (\because a+b+c=0) \\ &= -3 \end{aligned}$$

12. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형

② 직각삼각형

③ 이등변삼각형

④ 둔각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$$

$$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$$

$$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

$$(a+b \neq 0)$$

$$c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

$\therefore C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c}$ 일 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ㉠ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 ㉡ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
 ㉢ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
 ㉣ $a = b$ 인 이등변삼각형
 ㉤ $b = c$ 인 이등변삼각형

- ① 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형
 ② 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형
 ③ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형
 ④ $a = b$ 인 이등변삼각형
 ⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

$$\frac{a-b+c}{a+b+c} = \frac{-a-b+c}{a-b-c} \text{ 에서}$$

$$(a-b+c)(a-b-c) = (a+b+c)(-a-b+c)$$

$$(a-b+c)(a-b-c) + (a+b+c)(a+b-c) = 0$$

$$\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} + \{(a+b)+c\}\{(a+b)-c\} = 0$$

$$(a-b)^2 - c^2 + (a+b)^2 - c^2 = 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 - c^2 + a^2 + 2ab + b^2 - c^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2 - 2c^2$$

$$= 2(a^2 + b^2 - c^2) = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 - c^2 = 0$$

그러므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형이다.

14. $\frac{1000^2}{252^2 - 248^2}$ 은?

① 62500

② 1000

③ 500

④ 250

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1000^2}{252^2 - 248^2} &= \frac{1000 \cdot 1000}{(252 + 248)(252 - 248)} \\ &= \frac{1000}{500} \cdot \frac{1000}{4} \\ &= 500\end{aligned}$$

15. $\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1}$ 을 계산하면?

① 1920

② 1909

③ 1998

④ 1892

⑤ 2000

해설

$x = 1999$ 라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1} &= \frac{x^3 - 1}{x(x+1) + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ &= x - 1 \\ &= 1998\end{aligned}$$

16. $a + b + c = 4$, $ab + bc + ca = 3$, $abc = 1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

17. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$ 일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$a-b=1+i \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$b-c=1-i \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}+\textcircled{㉡}$ 을 계산하면 $a-c=2$

$$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ (1+i)^2 + (1-i)^2 + (-2)^2 \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 1+2i-1+1-2i-1+4 \}$$

$$= 2$$

18. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

19. $a + b + c = 0$ 일 때, 다음 중 $2a^2 + bc$ 와 같은 것은?

① $(a - c)^2$

② $(b + c)^2$

③ $(a + b)(b + c)$

④ $(a - b)(a - c)$

⑤ $(a - b)(a + c)$

해설

$$\begin{aligned} 2a^2 + bc &= 2a^2 - b(a + b) \quad (\because c = -a - b) \\ &= 2a^2 - ab - b^2 \\ &= (a - b)(2a + b) \\ &= (a - b)(a + b + a) \\ &= (a - b)(a - c) \quad (\because a + b = -c) \end{aligned}$$

20. 세 개의 실수 a, b, c 에 대하여 $[a, b, c] = (a - b)(a - c)$ 라 할 때,
 $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] = 0$ 이면 $[a, b, c]$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a - b)(a - c) + (b - c)(b - a) + (c - a)(c - b) = 0$$

$$\text{전개하여 정리하면 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore [a, b, c] = (a - b)(a - c) = 0$$