

1. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

2. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

- ① -9 ② -10 ③ -11 ④ -12 ⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

3. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

4. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣ 이다.

5. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

6. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

7. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i$ 에서

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

9. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로
i) $a = 0$ 일 때,
 $3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.
ii) $a \neq 0$ 일 때,
 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면
 $a > 0 \cdots \textcircled{1}$
 $\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, a(a - 3) < 0$
 $\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$
i), ii)에서 $0 \leq a < 3$
따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

10. y 절편이 3이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -2x + 3$ ② $y = -\frac{1}{2}x - 3$ ③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

두 직선이 수직일 조건은
가울기의 곱이 -1 일 때이다.
 $2x + y - 1 = 0$ 에서 $y = -2x + 1$
구하고자 하는 직선의 방정식을
 $y = mx + 3$ 이라면

$$m \times (-2) = -1, \therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 3$$

11. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$$

$$= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

12. 다항식 $(x+3)^4 - 6(x+3)^2 + 8$ 을 인수분해 하면 $(x+1)(x+5)g(x)$ 일 때, $g(-1)g(1)$ 의 값으로 옳은 것은?

① 28 ② 26 ③ 24 ④ 14 ⑤ 12

해설

$A = (x+3)^2$ 로 치환하면 주어진 식은

$$\begin{aligned} A^2 - 6A + 8 &= (A-4)(A-2) \\ &= (x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)g(x) \end{aligned}$$

따라서, $g(x) = x^2 + 6x + 7$

$$\therefore g(-1) \times g(1) = 2 \times 14 = 28$$

13. 실수 x, y 가 $x^2 - y^2 = 4$ 를 만족할 때, $2x - y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - y^2 = 4 \text{ 에서 } y^2 = x^2 - 4 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

이 때, $y^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 - 4 \geq 0$

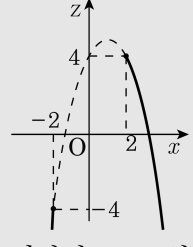
$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 2$$

$$2x - y^2 = 2x - (x^2 - 4) = -x^2 + 2x + 4$$

$$= -(x - 1)^2 + 5$$

$f(x) = -(x - 1)^2 + 5$ 로 놓으면

$x \leq -2, x \geq 2$ 에서 함수 $z = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.



따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값은 4 이다.

14. 두 점 $A(1, 2), B(3, -2)$ 를 이은 $\overline{AB}$ 의 B 방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 을 만족하는 점 C 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

점 C 는 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 외분하는 점이므로 $C(5, -6)$ 이다.
 $\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$

15. 좌표평면 위의 두 원 $x^2 + y^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$ 이 접할 때, r 의 값?

① $2 - \sqrt{2}$ 또는 $2 + \sqrt{2}$

② $2 - \sqrt{3}$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

③ $3 - \sqrt{2}$ 또는 $3 + \sqrt{2}$

④ $3 - \sqrt{3}$ 또는 $3 + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 또는 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

해설

두 원이 내접하는 경우 밖에 없고, 원의 중심 (1, 1) 이 다른 원의 내부에 존재하므로

$$|3 - r| = \sqrt{2}$$

$$\therefore 3 - r = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore r = 3 \pm \sqrt{2}$$

16. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0, \quad 3x - 4y + 6 = 0$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$
따라서 , 원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선
 $3x - 4y + 6 = 0$ 까지의 거리 d 는
$$d = \frac{|17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{5}$$

이때, $\frac{17}{5} > 2$ 이므로 원과 직선은 만나지 않는다.
∴ 교점의 개수 : 0 개

17. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = a - 3$ 이 x 축과 만나고, y 축과 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > -2$

② $a \geq -1$

③ $-1 \leq a < 2$

④ $-2 < a \leq 2$

⑤ $-2 \leq a < 3$

해설

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y = a - 3$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = a + 2$$

중심이 (2, 1) 이고, 반지름이 $\sqrt{a+2}$ 인 원이다.

$$x \text{ 축과 만나려면 } \sqrt{a+2} \geq 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$y \text{ 축과 만나지 않으려면 } 0 < \sqrt{a+2} < 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 동시에 만족하므로

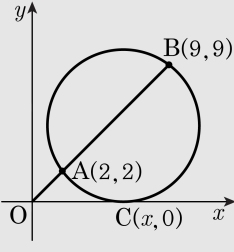
$$\therefore -1 \leq a < 2$$

18. 좌표평면 위의 두 점 (2, 2), (9, 9) 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 점접의 x 좌표는 ?

- ① $\frac{9}{2}$
- ② 5
- ③ $\frac{11}{2}$
- ④ 6
- ⑤ $\frac{13}{2}$

해설

그림에서 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$



$$x^2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{9^2 + 9^2} = 36 \quad x = 6$$

19. 점 $(0, 2)$ 를 점 $(1, 0)$ 으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $ax+y+b=0$ 이 직선 $2x+y+3=0$ 으로 평행이동될 때, 상수 a, b 에 대하여 $2a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 $(0, 2)$ 를 점 $(1, 0)$ 으로 옮기는 평행이동은
 $(x, y) \rightarrow (x+1, y-2)$
이때, 직선 $ax+y+b=0$ 을
 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면
 $a(x-1)+(y+2)+b=0$
 $ax+y+b-a+2=0 \dots\dots\dots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 이 직선 $2x+y+3=0$ 과 같아야 하므로
 $a=2, b-a+2=3$ 에서 $b=3$
 $\therefore 2a-b=4-3=1$

20. 연립부등식 $x \leq 0$, $y \leq 0$, $x + y \geq -3$ 을 만족시키는 x , y 에 대하여 $x - y$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x - y = k$ 라 하면

$y = x - k$

따라서 기울기가 1 인 직선이 부등식을
지날 때,

y 절편이 가장 클 때 최솟값이 되고 y 절
편이 가장 작을 때 최댓값이 된다.

그러므로 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때 최솟값이
 -3 이고,

점 $(0, -3)$ 을 지날 때 최댓값이 3 이다.

$\therefore$ 최댓값과 최솟값의 합은 0 이다.

