

1. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

2. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

3. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

4. 다음 보기의 주어진 직선 중 서로 평행한 것끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $6x + 3y = 4$

㉡ $2x - y = 1$

㉢ $x = -2y + 1$

㉣ $y = -2x + 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

해설

각각의 방정식을 y 에 대하여 정리하면

㉠. $6x + 3y = 4$ 에서 $y = -2x + \frac{4}{3}$

㉡. $2x - y = 1$ 에서 $y = 2x - 1$

㉢. $x = -2y + 1$ 에서 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

㉣. $y = -2x + 5$

따라서, 서로 평행한 것은 ㉠, ㉣이다.

5. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

$\therefore$ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

6. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.

그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$

따라서 $x = -3$

7. 두 복소수 $z_1 = a + (3b - 1)i$, $z_2 = (b + 1) - 5i$ 에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + (3b - 1)i = (b + 1) + 5i \text{에서}$$

$$\begin{cases} a = b + 1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases} \quad \text{이므로 연립하면}$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m + a - 1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ 2

⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4} = 0$ 을 만족한다.

$$\frac{D'}{4} = (m + a - 1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m(2a - 2) + (1 - 2a + 2b) = 0$$

m 에 대한 항등식이므로

$$2a - 2 = 0, 1 - 2a + 2b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{3}{2}$$

9. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로

i) $a = 0$ 일 때,

$3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $a \neq 0$ 일 때,

$ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면

$$a > 0 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, \quad a(a - 3) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\Delta}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$

i), ii)에서 $0 \leq a < 3$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

10. y 절편이 3이고, 직선 $2x + y - 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -2x + 3$ ② $y = -\frac{1}{2}x - 3$ ③ $y = -x + 3$
④ $y = \frac{1}{2}x - 3$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 3$

해설

두 직선이 수직일 조건은

기울기의 곱이 -1 일 때이다.

$2x + y - 1 = 0$ 에서 $y = -2x + 1$

구하고자 하는 직선의 방정식을

$y = mx + 3$ 이라면

$$m \times (-2) = -1, \therefore m = \frac{1}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + 3$$

11. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & 4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \\ &= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\} \end{aligned}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

12. 다항식 $(x+3)^4 - 6(x+3)^2 + 8$ 을 인수분해 하면 $(x+1)(x+5)g(x)$ 일 때, $g(-1)g(1)$ 의 값으로 옳은 것은?

- ① 28 ② 26 ③ 24 ④ 14 ⑤ 12

해설

$A = (x+3)^2$ 로 치환하면 주어진 식은

$$\begin{aligned} A^2 - 6A + 8 &= (A-4)(A-2) \\ &= (x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)(x^2 + 6x + 7) \\ &= (x+1)(x+5)g(x) \end{aligned}$$

따라서, $g(x) = x^2 + 6x + 7$

$$\therefore g(-1) \times g(1) = 2 \times 14 = 28$$

13. 실수 x, y 가 $x^2 - y^2 = 4$ 를 만족할 때, $2x - y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x^2 - y^2 = 4 \text{ 에서 } y^2 = x^2 - 4 \dots\dots ㉠$$

이 때, $y^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 - 4 \geq 0$

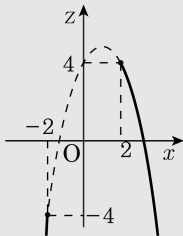
$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 2$$

$$2x - y^2 = 2x - (x^2 - 4) = -x^2 + 2x + 4$$

$$= -(x-1)^2 + 5$$

$f(x) = -(x-1)^2 + 5$ 로 놓으면

$x \leq -2, x \geq 2$ 에서 함수 $z = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같다.



따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값은 4 이다.

14. 두 점 $A(1, 2), B(3, -2)$ 를 이은 $\overline{AB}$ 의 B 방향으로의 연장선 위에 $\overline{AC} : \overline{BC} = 2 : 1$ 을 만족하는 점 C 의 좌표를 (a, b) 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 61

해설

점 C 는 선분 AB 를 2 : 1 로 외분하는 점이므로 $C(5, -6)$ 이다.
 $\therefore a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2 = 61$

15. 좌표평면 위의 두 원 $x^2 + y^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$ 이 접할 때, r 의 값?

① $2 - \sqrt{2}$ 또는 $2 + \sqrt{2}$

② $2 - \sqrt{3}$ 또는 $2 + \sqrt{3}$

③ $3 - \sqrt{2}$ 또는 $3 + \sqrt{2}$

④ $3 - \sqrt{3}$ 또는 $3 + \sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 또는 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

해설

두 원이 내접하는 경우 밖에 없고, 원의 중심 $(1, 1)$ 이 다른 원의 내부에 존재하므로

$$|3 - r| = \sqrt{2}$$

$$\therefore 3 - r = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore r = 3 \pm \sqrt{2}$$

16. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0, \quad 3x - 4y + 6 = 0$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

따라서, 원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선

$3x - 4y + 6 = 0$ 까지의 거리 d 는

$$d = \frac{|17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{5}$$

이때, $\frac{17}{5} > 2$ 이므로 원과 직선은 만나지 않는다.

∴ 교점의 개수 : 0개

17. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = a - 3$ 이 x 축과 만나고, y 축과 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a > -2$

② $a \geq -1$

③ $-1 \leq a < 2$

④ $-2 < a \leq 2$

⑤ $-2 \leq a < 3$

해설

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y = a - 3$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = a+2$$

중심이 $(2, 1)$ 이고, 반지름이 $\sqrt{a+2}$ 인 원이다.

x 축과 만나려면 $\sqrt{a+2} \geq 1 \cdots \textcircled{1}$

y 축과 만나지 않으려면 $0 < \sqrt{a+2} < 2 \cdots \textcircled{2}$

①, ②를 동시에 만족하므로

$$\therefore -1 \leq a < 2$$

18. 좌표평면 위의 두 점 $(2, 2)$, $(9, 9)$ 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 점점의 x 좌표는 ?

① $\frac{9}{2}$

② 5

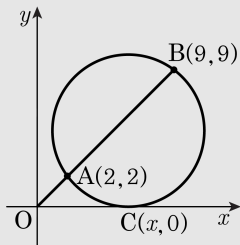
③ $\frac{11}{2}$

④ 6

⑤ $\frac{13}{2}$

해설

그림에서 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$



$$x^2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{9^2 + 9^2} = 36 \quad x = 6$$

19. 점 $(0, 2)$ 를 점 $(1, 0)$ 으로 옮기는 평행이동에 의하여 직선 $ax+y+b=0$ 이 직선 $2x+y+3=0$ 으로 평행이동될 때, 상수 a, b 에 대하여 $2a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점 $(0, 2)$ 를 점 $(1, 0)$ 으로 옮기는 평행이동은

$$(x, y) \rightarrow (x+1, y-2)$$

이때, 직선 $ax+y+b=0$ 을

x 축의 방향으로 1만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면

$$a(x-1) + (y+2) + b = 0$$

$$ax + y + b - a + 2 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

직선 $\textcircled{1}$ 이 직선 $2x+y+3=0$ 과 같아야 하므로

$$a = 2, \quad b - a + 2 = 3 \quad \text{에서} \quad b = 3$$

$$\therefore 2a - b = 4 - 3 = 1$$

20. 연립부등식 $x \leq 0, y \leq 0, x + y \geq -3$ 을 만족시키는 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -3

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 3

해설

$x - y = k$ 라 하면

$$y = x - k$$

따라서 기울기가 1 인 직선이 부등식을
지날 때,

y 절편이 가장 클 때 최솟값이 되고 y 절
편이 가장 작을 때 최댓값이 된다.

그러므로 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때 최솟값이
-3 이고,

점 $(0, -3)$ 을 지날 때 최댓값이 3 이다.

$\therefore$ 최댓값과 최솟값의 합은 0 이다.

