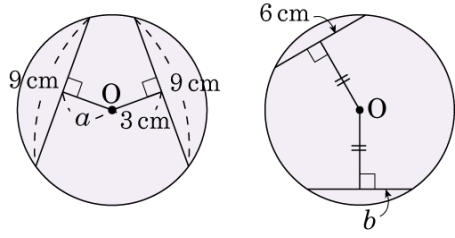


1. 다음 그림에서 $a + b$ 의 합을 구하여라.



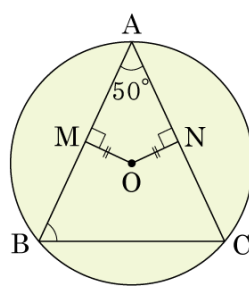
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $a + b = 9$ cm

해설

- (1) 한 원이나 합동인 원에서 현의 길이가 같으면 중심에서 현에 내린 수선의 길이도 같다. $a = 3$
- (2) 중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으면 그 현의 길이도 같다. $b = 6$

2. 다음 그림에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기는?



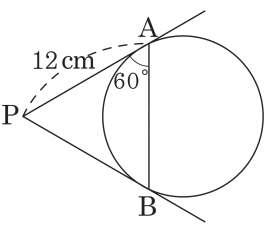
- ① 55° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 85°

해설

중심에서 현에 이르는 거리가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$
 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형

$$\therefore \angle B = (180^\circ - 50^\circ) \times \frac{1}{2} = 65^\circ$$

3. 다음 그림에서 직선 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

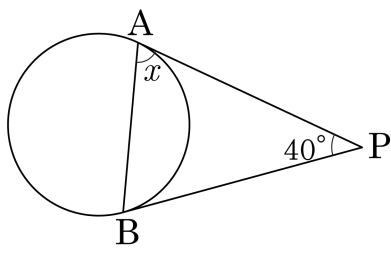


- ① $12\sqrt{3}\text{cm}$ ② $6\sqrt{3}\text{cm}$ ③ 6cm
 ④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로 $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 점 A, B를 각각 접점으로 하는 원의 접선이다. $\angle APB$ 의 크기가 40° 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

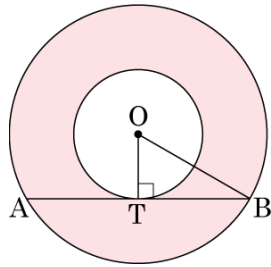
▷ 정답 : 70°

해설

$\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\angle x = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$$

5. 다음 그림과 같이 두 원의 중심은 O 이고
색칠한 부분의 넓이가 $100\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작
은 원에 접하는 현 AB 의 길이를 구하여
라. (단, T 는 접점)



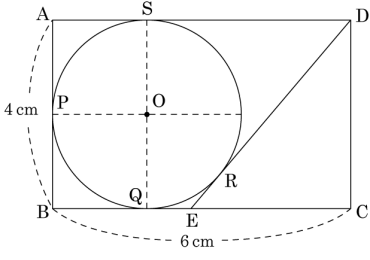
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

큰 원의 반지름 : R , 작은 원의 반지름 : r
 $R^2\pi - r^2\pi = 100\pi$, $R^2 - r^2 = 100$
 $\triangle OTB$ 에서 $R^2 - r^2 = \overline{BT}^2 = 100$ 이므로 $\overline{BT} = 10$
 $\overline{AB} = 2\overline{BT} = 20$ cm

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



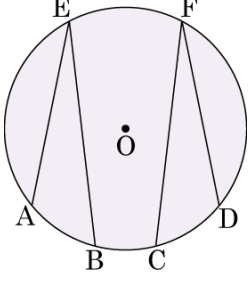
$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \overline{AS} = 2 \\ \overline{DS} &= \overline{DA} - \overline{AS} = 4 \\ (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} \\ &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1} \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4} \\ &= \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

7. 다음 안에 알맞은 것을 써넣어라
다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 이면
 $\angle AEB =$



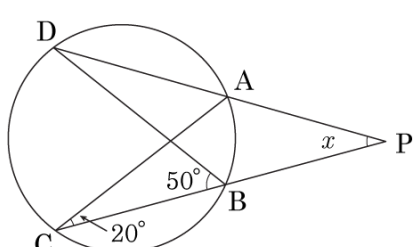
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle CFD$

해설

같은 길이의 호에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로 $\angle AEB = \angle CFD$

8. 다음 그림과 같이 두 현 AD, BC의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle ACB = 20^\circ$, $\angle CBD = 50^\circ$ 일 때, $\angle P$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



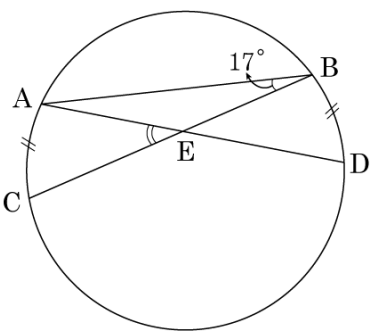
▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$\angle ACB = \angle ADB = 20^\circ$, $\angle PDB + x = 50^\circ$ 이므로 $x = 30^\circ$ 이다.

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 이고 $\angle ABC = 17^\circ$ 일 때, $\angle AEC$ 의 크기는?

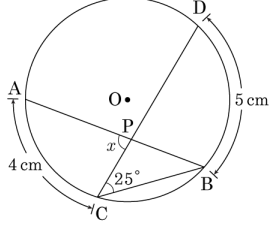


- ① 13° ② 17° ③ 21° ④ 28° ⑤ 34°

해설

호의 길이가 같으므로 $\angle ABC = \angle BAD = 17^\circ$
 $\angle AEC = \angle ABC + \angle BAE = 17^\circ + 17^\circ = 34^\circ$

10. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4\text{ cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 5\text{ cm}$, $\angle DCB = 25^\circ$ 일 때, $\angle APC$ 의 크기는?



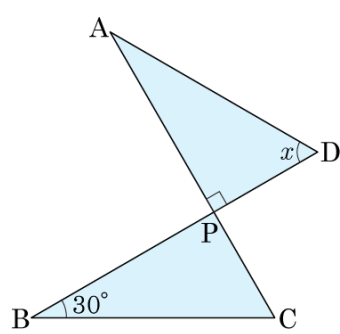
- ① 35° ② 45° ③ 55° ④ 65° ⑤ 75°

해설

$$\begin{aligned} 5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} &= \angle ABC : \angle BCD \\ 4 : 5 &= \angle ABC : 25^\circ \\ \therefore \angle ABC &= 20^\circ \\ \therefore \angle APC &= \angle PBC + \angle PCB = 20^\circ + 25^\circ = 45^\circ \end{aligned}$$

11. 다음 그림의 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있도록 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

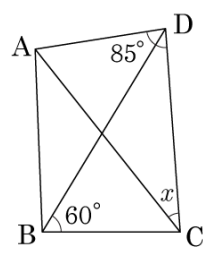
- ① 45° ② 50° ③ 55°
 ④ 60° ⑤ 65°



해설

$$\begin{aligned} \angle CBP &= \angle DAP = 30^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

12. 다음 사각형 ABCD 가 원 위에 있을 때, x 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▶ 정답 : 35°

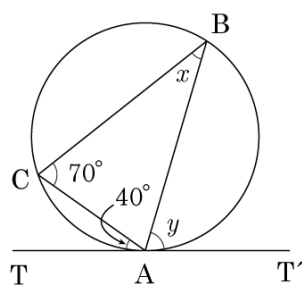
해설

원에 내접하는 사각형은 대각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle DBC = \angle DAC = 60^\circ$$

$$\therefore x = 180^\circ - (60^\circ + 85^\circ) = 35^\circ$$

13. $\overleftrightarrow{TT'}$ 은 원 O 의 접선일 때, $\angle x + \angle y =$ () $^{\circ}$ 이다. ()에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 110

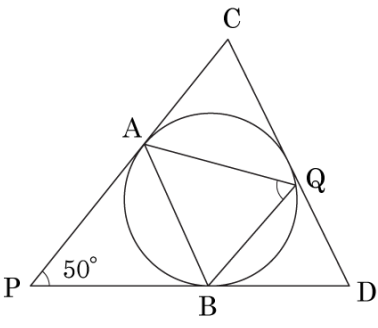
해설

원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 현에 대한 원주각의 크기와 같다.

$$\angle y = 70^{\circ}, \angle x = 40^{\circ}$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 110^{\circ}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 가 접선 일 때, $\angle AQB$ 의 크기는?

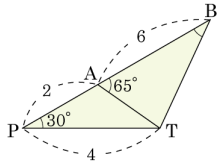


- ① 65° ② 60° ③ 55° ④ 45° ⑤ 40°

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\angle ABP = 65^\circ$
 또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로
 $\angle ABP = \angle AQB = 65^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30^\circ$, $\angle BAT = 65^\circ$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



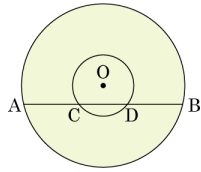
- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65^\circ - 30^\circ = 35^\circ$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 중심이 점 O 이고 반지름의 길이가 다른 두 개의 원이 있다. $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

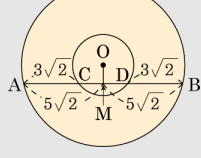


- ① $5\sqrt{2}\text{cm}$ ② $4\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $2\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{2}\text{cm}$

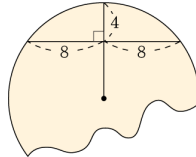
해설

$$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{MA} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5\sqrt{2}(\text{cm}),$$

$$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

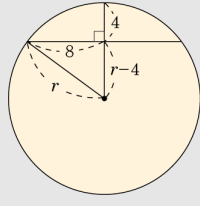


17. 다음 그림과 같이 원모양의 토기 파편이 있을 때, 이 토기의 지름의 길이는?



- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설



그림에서

$$r^2 = 8^2 + (r-4)^2$$

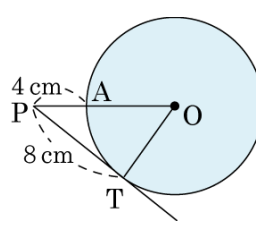
$$r^2 = 64 + r^2 - 8r + 16$$

$$8r = 80$$

$$\therefore r = 10$$

따라서 토기의 지름의 길이는 $2 \times 10 = 20$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?

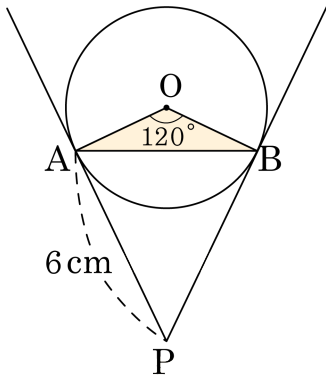


- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r+4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

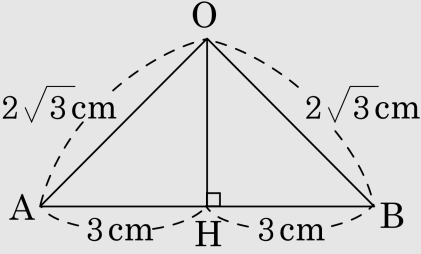
19. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?



- ① 4cm^2 ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ 10cm^2
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

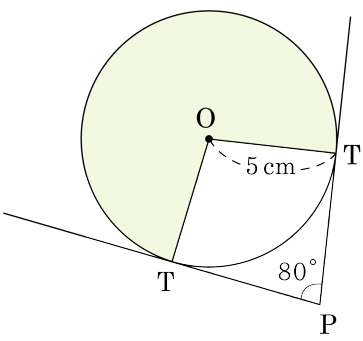
해설

$\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle OAP$ 에서 $\angle OPA = 30^\circ$, $\angle AOP = 60^\circ$
 $\overline{AO} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AO} : 6 \quad \therefore \overline{AO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때,
 $\overline{OH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (3)^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$, $\overrightarrow{PT'}$ 이 원 O에 접할 때, 색칠한 부분의 넓이는?

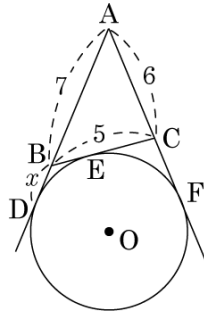


- ① $\frac{125}{9}\pi \text{ cm}^2$
 ② $\frac{125}{18}\pi \text{ cm}^2$
 ③ $\frac{325}{9}\pi \text{ cm}^2$
- ④ $\frac{325}{18}\pi \text{ cm}^2$
 ⑤ $\frac{225}{18}\pi \text{ cm}^2$

해설

원의 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

21. 다음 그림에서 세 점 D, E, F 는 접점이다.
 $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{BC} = 5$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



- ① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

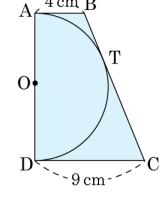
해설

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \overline{BE}, \overline{CE} = \overline{CF} \text{ 이므로} \\ \overline{AD} + \overline{AF} &= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{AC} + \overline{CF}) \\ &= (\overline{AB} + \overline{BE}) + (\overline{AC} + \overline{CE}) \\ &= \overline{AB} + (\overline{BE} + \overline{CE}) + \overline{AC} \\ &= 7 + 5 + 6 = 18\end{aligned}$$

$$\text{그런데 } \overline{AD} = \overline{AF} \text{ 이므로 } \overline{AD} = 18 \times \frac{1}{2} = 9$$

$$\therefore \overline{BD} = \overline{AD} - \overline{AB} = 9 - 7 = 2$$

22. 그림에서 $\overline{AD}$ 는 반원의 지름이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반원에 접한다. 이 때, AD 의 길이는?

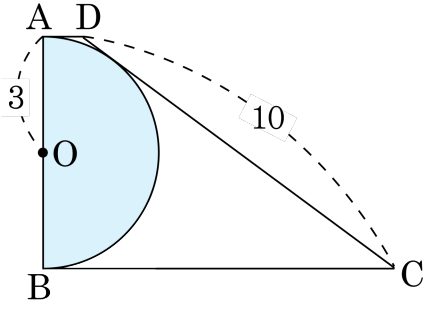


- ① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

점 B 에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.
 $\overline{AB} = \overline{BT}$, $\overline{DC} = \overline{CT}$
 $\overline{CH} = 5\text{ cm}$, $\overline{BC} = \overline{BT} + \overline{CT} = 13\text{ cm}$
 $\therefore \overline{BH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{BH} = 12\text{ cm}$

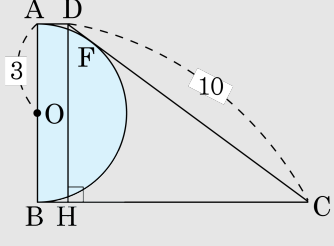
23. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 는 반지름의 길이가 6인 반원 O에 접하고 $\overline{AB}$ 는 반원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 10$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



점 D에서 내린 수선의 발을 점 H라 하고, 반원과 접선 $\overline{CD}$ 의 교점을 점 F라 한다.

$\triangle DHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$, $\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = \overline{AD} = \overline{DF} = x$ 이다.

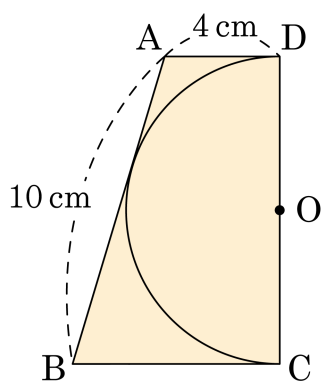
또한, $\overline{CF} = \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{DF} + \overline{CF} \Rightarrow 10 = x + (8 + x)$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = 1 + 8 = 9$$

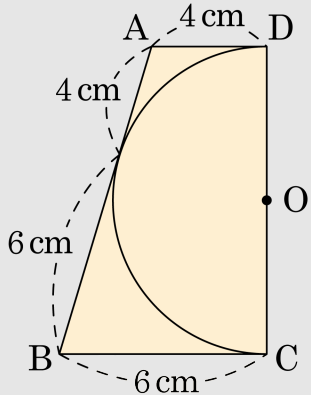
24. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DA}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



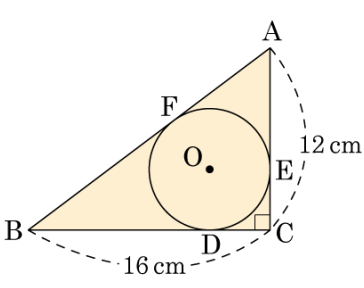
- ① 4cm ② 6cm ③ $4\sqrt{2}$ cm
④ $2\sqrt{2}$ cm ⑤ $\sqrt{11}$ cm

해설

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DA}$ 가 원 O 에 접하므로



25. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $BC = 16\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 O의 반지름의 길이는?

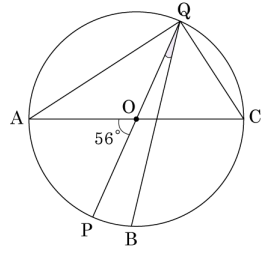


- ① 1.5cm
- ② 2cm
- ③ 2.5cm
- ④ 3cm
- ⑤ 4cm

해설

□ODCE는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,
 $\overline{AE} = \overline{AF} = 12 - x$
 $\overline{BD} = \overline{BF} = 16 - x \therefore \overline{AB} = 28 - 2x \cdots \textcircled{1}$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$
 $\overline{AB}^2 = 16^2 + 12^2 = 400$
 $\therefore \overline{AB} = 20\text{ cm} (\because \overline{AB} > 0) \cdots \textcircled{2}$
 ①, ②에 의해 $28 - 2x = 20$
 $\therefore x = 4$

26. 다음 그림에서 $\overline{AC}$, $\overline{PQ}$ 는 원 O 의 지름이고, $\overline{BQ}$ 는 $\angle AQC$ 의 이등분선이다. $\angle AOP = 56^\circ$ 일 때, $\angle PQB$ 의 크기는?



- ① 13°
- ② 14°
- ③ 15°
- ④ 16°
- ⑤ 17°

해설

$\triangle AOQ$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle AQO = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$ 이다.

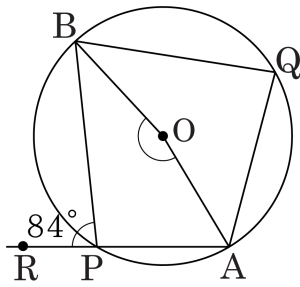
또한, 반원에 대한 원주각 $\angle AQC = 90^\circ$ 이고 $\overline{BQ}$ 의 이등분선이므로

$$\angle AQB = \angle AQO + \angle PQB$$

$$45^\circ = 28^\circ + \angle PQB$$

$$\therefore \angle PQB = 17^\circ$$

27. 다음 그림과 같이 $\angle BPR = 84^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는 얼마인가?



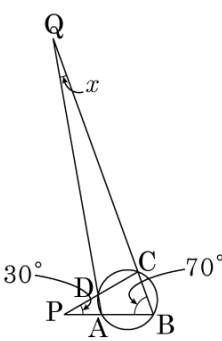
- ① 162° ② 164° ③ 166° ④ 168° ⑤ 170°

해설

$\angle AQB = 84^\circ$ 이므로
 $\angle AOB = 2 \times 84^\circ = 168^\circ$ 이다.

28. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 30^\circ, \angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle BQA$ 의 값을 구하면?

- ☒ ① 10° ② 20° ③ 30°
 ④ 40° ⑤ 50°



해설

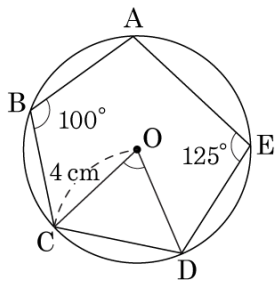
$\angle ADC = 110^\circ$ ($\because \angle ABC$ 의 대각) 이고, $\angle PAQ = x + 70^\circ$ 이다.
 $\triangle PAD$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
 $110^\circ = 30^\circ + x^\circ + 70^\circ$
 $\therefore x^\circ = 10^\circ$

29. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 오각형 ABCDE에서 $\angle ABC = 100^\circ$, $\angle AED = 125^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 길이는?

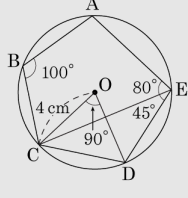
- ① πcm

② $2\pi\text{cm}$
- ③ $4\pi\text{cm}$

④ $8\pi\text{cm}$
- ⑤ $11\pi\text{cm}$



해설

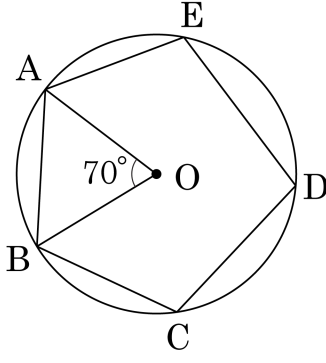


보조선 $\overline{CE}$ 를 그어 내접하는 사각형에서 $\angle AEC = 80^\circ$ 이므로 $\angle CED = 45^\circ$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 의 중심각 $\angle COD = 2\angle CED = 90^\circ$ 이다.

따라서 $5.0\text{pt}\widehat{CD} = 2\pi \times 4 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = 2\pi(\text{cm})$ 이다.

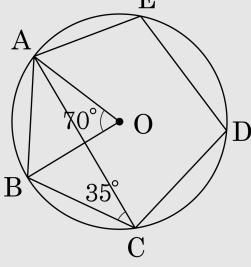
30. 다음 그림과 같이 원 O에 내접하는 오각형 ABCDE에서 $\angle AOB = 70^\circ$ 일 때, $\angle C + \angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 215_°

해설



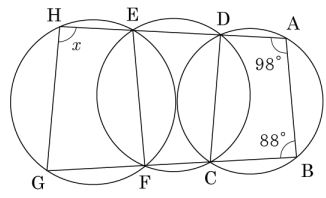
점 A와 점 C를 연결하면 $\angle ACB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

또 $\square ACDE$ 는 원에 내접하므로

$$\angle E + \angle ACD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle C + \angle E = 35^\circ + 180^\circ = 215^\circ$$

31. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



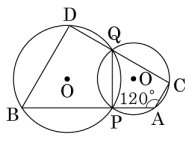
▶ 답 : °

▷ 정답 : 92 °

해설

$\angle ADC = 92^\circ$
 $\angle x = \angle EFC = \angle ADC = 92^\circ$

32. 다음 그림에서 $\angle DBP$ 의 크기를 구하면?

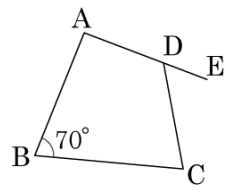


- ① 80° ② 75° ③ 70° ④ 65° ⑤ 60°

해설

$$\begin{aligned}\angle PQD &= \angle CAP = 120^\circ \\ \angle DBP &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ\end{aligned}$$

33. 다음 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 70^\circ$ 일 때, 이 사각형이 원에 내접하기 위한 조건으로 옳은 것은?

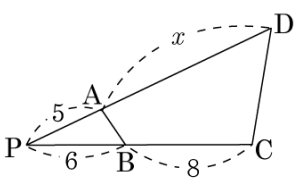


- ① $\angle A = 110^\circ$ ② $\angle C = 70^\circ$
③ $\angle D = 120^\circ$ ④ $\angle A + \angle D = 180^\circ$
⑤ $\angle EDC = 70^\circ$

해설

원에 내접하는 사각형은 대각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle B = \angle EDC = 70^\circ$ 이다.

34. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 때, AD의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{59}{5}$

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로

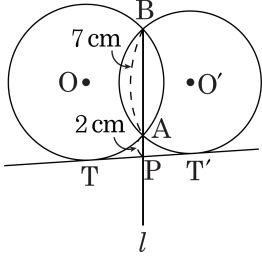
$$\overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PB} \times \overline{PC}$$

$$5 \times (5 + x) = 6 \times 14, \quad 25 + 5x = 84$$

$$5x = 59$$

$$\therefore x = \frac{59}{5}$$

35. 직선 l 은 두 원 O, O' 의 접선이고 두 원의 교점 A, B 를 이은 선분 AB 의 연장선과 l 과의 교점을 P 라 한다. $\overline{AP} = 2\text{cm}, \overline{AB} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{TT'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $6\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}, \quad \overline{PT'}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$\overline{PT}^2 = 2 \times 9 = 18$$

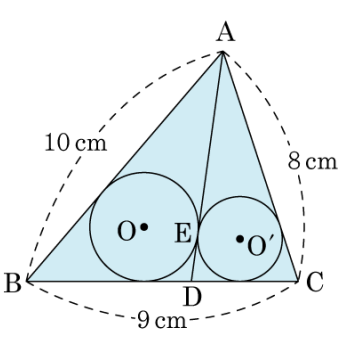
$$\overline{PT} = 3\sqrt{2} (\because \overline{PT} > 0)$$

$$\therefore \overline{TT'} = 2\overline{PT} = 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} (\text{cm})$$

36. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{BC} = 9\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?

- ① 2 cm ② 2.3 cm
 ③ 3.8 cm ④ 4 cm

⑤ 4.5 cm

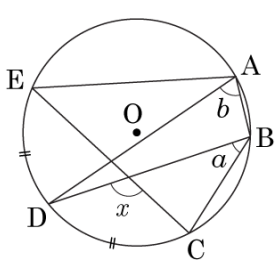


해설

$$\begin{aligned}
 10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} &= 9 \\
 18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} &= 9 \\
 \therefore \overline{AE} - \overline{ED} &= \frac{9}{2} = 4.5(\text{ cm})
 \end{aligned}$$

37. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DC}$ 이고, $\angle DBC = a^\circ$, $\angle DAB = b^\circ$ 일 때, x 의 값은?

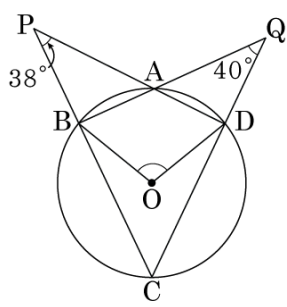
- ① $a^\circ + b^\circ$ ② $180 - a^\circ$
 ③ $180 - b^\circ$ ④ $90 + a^\circ$
 ⑤ $90 + b^\circ$



해설

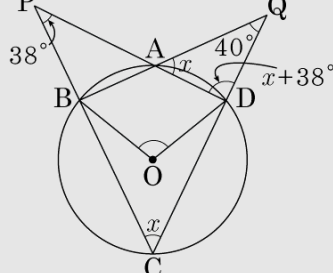
$5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DC}$ 이므로 $\angle EAD = \angle DBC = a^\circ$ 이고
 내접사각형 ABCE 에서 $\angle EAB = a^\circ + b^\circ$
 한편, $\angle EAB$ 의 대각 $\angle BCE = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ)$ 이다.
 따라서 $\angle x = \angle DBC + \angle BCE = a^\circ + 180^\circ - (a^\circ + b^\circ) = 180^\circ - b^\circ$
 $\therefore x = 180 - b^\circ$

38. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



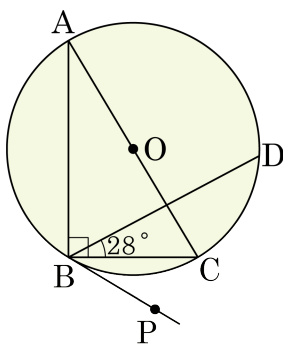
- ① 78° ② 82° ③ 90° ④ 98° ⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38^\circ$,
 $\angle DAQ = \angle BCD = x$
 $\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
 $\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

39. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.
 $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 44 ▶

▶ 정답 : 31°

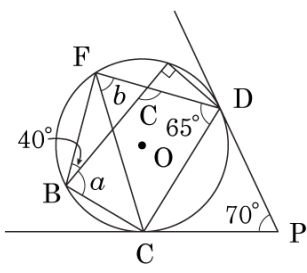
해설

$$\angle ABD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 28^\circ = \angle BAD - 28^\circ = 31^\circ$$

40. 다음 그림에서 두 반직선은 원 O의 접선이다. $\angle BAD = 90^\circ, \angle EDC = 65^\circ, \angle EBF = 40^\circ, \angle CPD = 70^\circ$ 일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기는?



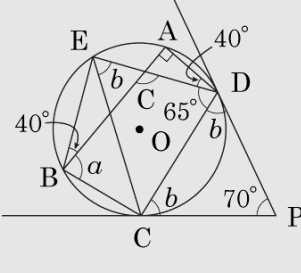
- ① 240° ② 245° ③ 255° ④ 260° ⑤ 320°

해설

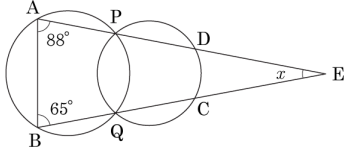
1) 사각형 EBCD가 원에 내접하므로 $\angle a + 40^\circ + 65^\circ = 180^\circ \therefore \angle a = 75^\circ$

2) 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $\angle b = \angle PDC = \angle PCD = 55^\circ$ ($\because \overline{PD} = \overline{PC}$)

3) $\triangle ADE$ 에서 $\angle c = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ (이 때, $\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로 $\angle FBA = \angle ADF = 40^\circ$) 따라서, $\angle a + \angle b + \angle c = 75^\circ + 55^\circ + 130^\circ = 260^\circ$ 이다.



41. 다음 그림에서 두 원은 두 점 P, Q 에서 만나고, $\angle PAB = 88^\circ$, $\angle QBA = 65^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

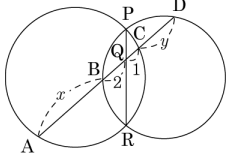


- ① 17° ② 20° ③ 27° ④ 30° ⑤ 37°

해설

보조선 CD, PQ 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해
 $\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCE = 65^\circ$
 $\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE = 88^\circ$
따라서 $\angle x = 180^\circ - 65^\circ - 88^\circ = 27^\circ$ 이다.

42. 다음 그림에서 $\overline{BQ} = 2$, $\overline{CQ} = 1$ 이고, $\overline{AB} = x$, $\overline{CD} = y$ 라 할 때,
 $\frac{3x^2 + 4y^2}{xy}$ 의 값은?



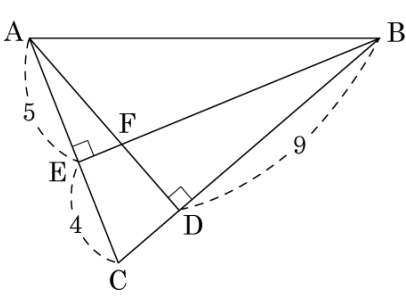
- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} \overline{QP} \times \overline{QR} &= \overline{QA} \times \overline{QC} = \overline{QB} \times \overline{QD} \text{ 에서} \\ (x + 2) \times 1 &= 2 \times (1 + y) \\ x + 2 &= 2 + 2y \\ \therefore x &= 2y \end{aligned}$$

$$\frac{3x^2 + 4y^2}{xy} \text{ 에 대입하면 } \frac{12y^2 + 4y^2}{2y^2} = \frac{16y^2}{2y^2} = 8$$

43. 다음 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

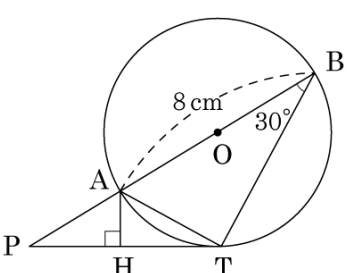


- ① $\overline{CD} = 3$ 이다.
- ② $\square AEDB$ 는 원 안에 내접한다.
- ③ $\angle CAD \neq \angle CBE$
- ④ $\overline{AB}$ 는 원의 지름이다.
- ⑤ $\overline{CE} \times \overline{CA} = \overline{CD} \times \overline{CB}$

해설

$$\angle CAD = \angle CBE$$

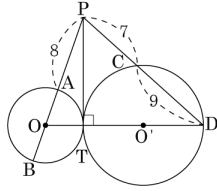
44. 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고 $AB = 8\text{ cm}$, $\angle ABT = 30^\circ$ 일 때, $\triangle PAT$ 의 넓이를 구하면?
- ① $\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $2\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ④ $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ⑤ $5\sqrt{3}\text{ cm}^2$



해설

$\angle ATP = \angle ABT = 30^\circ$ 이므로 $\angle BAT = 60^\circ$
 $1 : 2 = \overline{AT} : 8 \therefore \overline{AT} = 4(\text{cm})$
 삼각형의 외각의 성질에 따라
 $\angle APT + \angle PTA = \angle TAB$
 따라서 $\angle APT = 30^\circ$ 이므로 $\triangle APT$ 는 이등변삼각형이다.
 $\therefore \overline{AT} = \overline{PA} = 4\text{ cm}$
 원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라
 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times 12 = 48$
 따라서 $\overline{PT} = 4\sqrt{3}\text{ cm}$
 $\triangle AHT$ 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AH} = 2\text{ cm}$ 이므로
 $\triangle PAT$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

45. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 이 원의 접선이고, $\overline{OT}$ 는 원 O의 반지름, $\overline{DT}$ 는 원 O' 의 지름이다. $\overline{OO'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$8 \times \overline{PB} = 7 \times (7 + 9)$ 이다.

$8 \times (2\overline{OA} + 8) = 7 \times 16$

$\therefore \overline{OA} = 3$

$\therefore \overline{OT} = \overline{OA} = 3$

또, 원 O에서 $\overline{PT}^2 = 7 \times 16 = 112$ 이므로

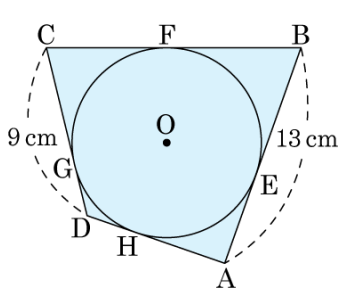
$\triangle PTD$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{DT} &= \sqrt{\overline{PD}^2 - \overline{PT}^2} \\ &= \sqrt{16^2 - 112} = 12 \text{이다.} \end{aligned}$$

따라서 $\overline{O'T} = \frac{1}{2}\overline{DT} = 6$ 이므로

$\overline{OO'} = \overline{OT} + \overline{O'T} = 3 + 6 = 9$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

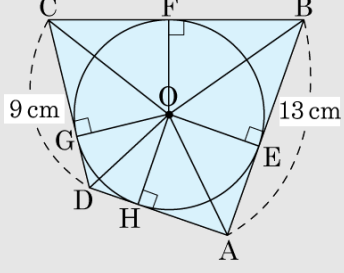


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 88 cm²

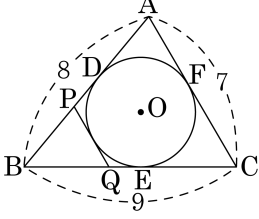
해설

외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 22 \text{ cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)
 $= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$
 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$
 $= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 44 = 88 (\text{cm}^2)$

47. 다음 그림과 같이 세 변 AB, BC, CA 의 길이가 각각 8, 9, 7 인 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 에 대하여 D, E, F 는 접점이고 $\overline{PQ}$ 가 원 O 에 접할 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

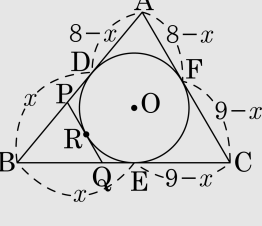


▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

다음 그림에서 $\overline{BD} = x$ 라 하면
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8 - x$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 9 - x$,
 $\overline{AC} = (8 - x) + (9 - x) = 17 - 2x = 7$
 $\therefore x = 5$
 이때 $\overline{PQ}$ 와 원 O 의 접점을 R 라 하면
 $\overline{PR} = \overline{PD}$, $\overline{QR} = \overline{QE}$ 이므로 $\triangle PBQ$
 의 둘레의 길이는 $2\overline{BD}$ 이다.
 $\therefore 2\overline{BD} = 2x = 2 \times 5 = 10$



48. $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 인 삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, B, C 에서 세
변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, 점 D 는 변 BC 를 3 : 5
로 내분하고, 점 F 는 변 AB 를 1 : 2 로 내분한다. 이 때, 삼각형 ABC
의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $21 + 3\sqrt{13}$

해설

$\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ 이므로 네 점 B, C, E, F 는 한 원 위에
있다.

그러므로 $\overline{AC} \cdot \overline{AE} = \overline{AB} \cdot \overline{AF} = 9 \times 3 = 27$

같은 방법으로 네 점 A, B, D, E 도 한 원 위에 있으므로

$$\overline{CE} \cdot \overline{CA} = \overline{CD} \cdot \overline{CB} = 12 \times \left(12 - \frac{9}{2}\right) = 90$$

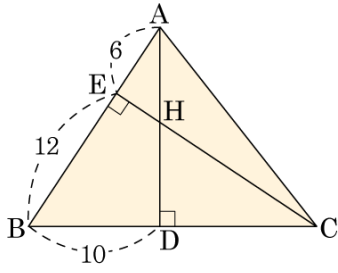
두 결과의 식을 더해주면

$$\overline{AC} \cdot (\overline{AE} + \overline{CE}) = \overline{AC}^2 = 117$$

따라서 선분 AC 의 길이는 $3\sqrt{13}$ 이므로 삼각형 ABC 의 둘레의
길이는 $21 + 3\sqrt{13}$

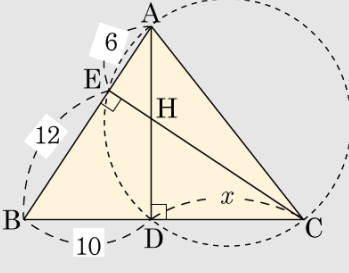
49. 다음 그림에서 점 H는 $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점 A, C에서 대변에 그은 수선이 만나는 점이다. $\overline{AE} = 6$, $\overline{EB} = 12$, $\overline{BD} = 10$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?

- ① 10 ② 10.8 ③ 11.2
 ④ 11.6 ⑤ 12

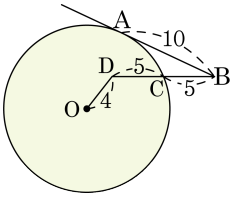


해설

$\angle AEC = \angle ADC = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, E, D, C는 한 원 위에 있다. $\overline{BE} \times \overline{BA} = \overline{BD} \times \overline{BC}$
 $12 \times 18 = 10(10 + \overline{DC})$
 $\therefore \overline{DC} = 11.6$



50. 다음 그림과 같이 원 O 위의 한 점 A에서 접선 AB를 긋고 원의 내부의 한 점 D와 점 B를 이은 선분이 원과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{BC} = \overline{DC} = 5$, $\overline{OD} = 4$, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{66}$

해설

$$\overline{BC} \times \overline{BE} = \overline{AB}^2$$

$$5(\overline{DE} + 10) = 100, \overline{DE} = 10$$

$$\text{또한, } \overline{DE} \times \overline{DC} = \overline{DF} \times \overline{DG}$$

$$5 \times 10 = (\overline{OG} + 4)(\overline{OG} - 4)$$

$$50 = \overline{OG}^2 - 16 \quad \therefore \overline{OG} = \sqrt{66} \quad (\because \overline{OG} > 0)$$

