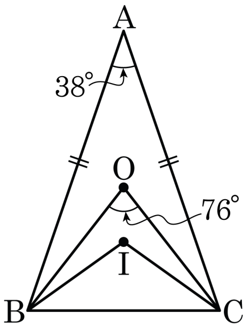
1. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$, $\angle O = 76°$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?



① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$

$\angle OBC = 52°,\ \angle IBC = 35.5°$

$\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 52° - 35.5° = 16.5°$

2. 다음 보기 중 평행사변형이 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형

㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형

㉢ 두 대각선의 길이가 같은 사각형

㉣ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

평행사변형이 되는 조건에 해당하는 것은 ㉠, ㉣ 이다.

3. 다음 중 항상 닮음인 도형을 모두 고르면?

① 두 정사각형 ② 두 이등변삼각형

③ 두 직사각형 ④ 두 원

⑤ 두 마름모

해설

정사각형과 원은 항상 닮음이다.

4. 다음 중 항상 닮음인 도형이 아닌 것은?

① 두 원

② 두 정사각형

③ 합동인 두 다각형

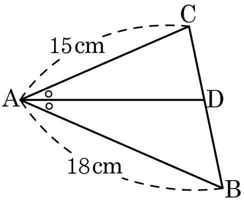
④ 두 정삼각형

⑤ 반지름의 길이가 같은 두 부채꼴

해설

항상 닮음이 되는 평면 도형은 두 원, 두직 각이등변삼각형, 두 정다각형이다.
반지름이 같은 두 부채꼴은 중심각에 따라 모양이 달라지므로 닮음이 될 수 없다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\triangle ABC = 77\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① 38cm^2 ② 40cm^2 ③ 42cm^2 ④ 43cm^2 ⑤ 44cm^2

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑변의 길이의 비는
$18 : 15 = 6 : 5$ 이고 높이는 서로 같으므로 넓이의 비도 $6 : 5$ 이다. 전체 넓이가 77 이므로 $\triangle ABD$ 의 넓이는 42cm^2 이다.

6. 두 정육면체 A, B 의 겉넓이의 비가 $16 : 25$ 일 때, A, B 의 부피의 비를 구한 것은?

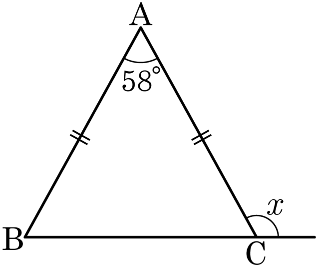
① $4 : 5$　② $16 : 25$　③ $20 : 50$

④ $48 : 75$　⑤ $64 : 125$

해설

겉넓이의 비가 $16 : 25 = 4^2 : 5^2$ 이므로 닮음비는 $4 : 5$ 이다.
따라서 부피의 비는 $4^3 : 5^3 = 64 : 125$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 58°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 118° ② 119° ③ 120° ④ 121° ⑤ 122°

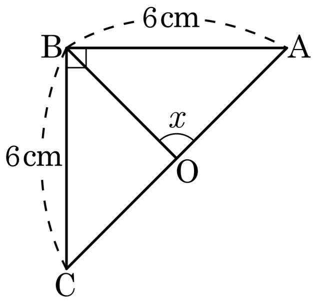
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB = \dfrac{1}{2}(180° - 58°) = 61°$

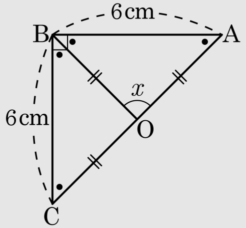
$\therefore \angle x = 180° - 61° = 119°$

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설



$\triangle$ABC 는 직각이등변삼각형

$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90^\circ$ 이므로

$\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$

직각삼각형 $\triangle$ABC 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.

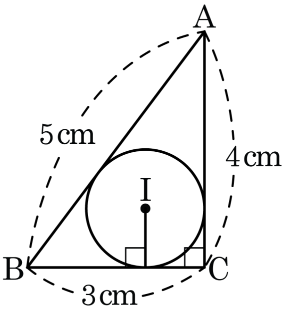
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$

$\triangle$OAB 가 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$

따라서 $\angle AOB = 90^\circ$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



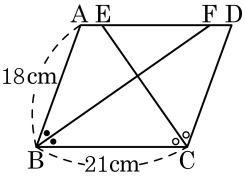
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \dfrac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BF}$, $\overline{CE}$ 는 각각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선이다. $\overline{AB}=18\text{cm}$, $\overline{BC}=21\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



① 15cm ② 18cm ③ 20cm

④ 21cm ⑤ 23cm

해설

$\overline{AF}=\overline{AB}=18\ (\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{DE}=18\ (\text{cm})$

$\overline{AF}+\overline{ED}-\overline{EF}=21\ (\text{cm})$ 이므로

$\overline{EF}=18+18-21=15\ (\text{cm})$

11. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

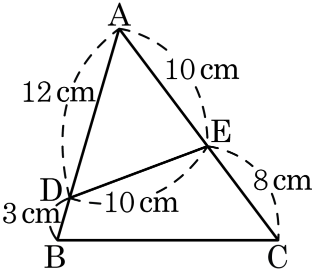
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.

⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 ‘네 내각의 크기가 같다.’이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

$\angle A$가 공통이고,

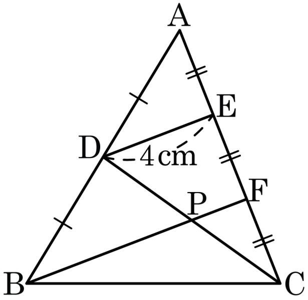
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = 3 : 2$ 이므로

$\triangle ABC \backsim AED$ (SAS 닮음)

$3 : 2 = \overline{BC} : 10$

$\overline{BC} = 15(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{AB}$ 의 중점이고, 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 를 삼등분하는 점이다. 점 P 가 $\overline{BF}$, $\overline{CD}$ 의 교점이고, $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



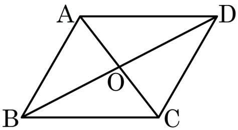
① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ABF$ 에서 $\overline{BF} = 2\overline{DE} = 2 \times 4 = 8\,(\text{cm})$

$\triangle CDE$ 에서 $\overline{DE} = 2\overline{PF}$ $\therefore$ $\overline{PF} = 2\,(\text{cm})$ $\therefore$ $\overline{BP} = \overline{BF} - \overline{PF} = 8 - 2 = 6\,(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하려고 할 때, 다음 중 필요한 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$　② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

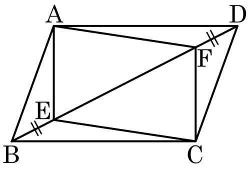
③ $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$　④ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$

⑤ $\triangle OCD \equiv \triangle ODA$

해설

$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ 일 때,
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?



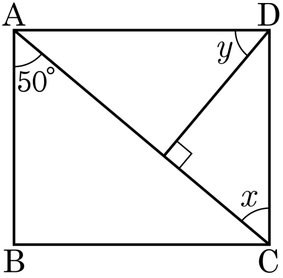
① 평행사변형 ② 마름모 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CDF$, $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$
$\rightarrow \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$
따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

16. □ABCD 에서 $\angle x+\angle y=(\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.(단, □ABCD 는 직사각형)



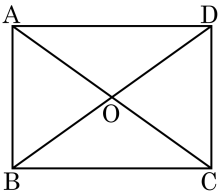
① 100 ② 105 ③ 110 ④ 115 ⑤ 120

해설

$\angle x=50^\circ$ ($\because$ 엇각)

$\angle y=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$ 따라서 $\angle x+\angle y=50^\circ+50^\circ=100^\circ$ 이다.

17. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\angle DAB = \angle DCB$

㉣ $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

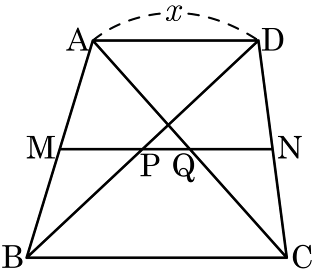
① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나. 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

18. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이 각각 M , N 이고 $\overline{AD}+\overline{BC}=36$, $\overline{MP}:\overline{PQ}=7:4$ 일 때, x의 값은?



① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$\overline{AD}=x$, $\overline{BC}=36-x$ 라 하면

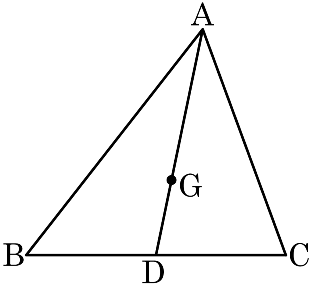
$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}x$, $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}(36-x)$

$\overline{MP}:\overline{MQ}=7:11$이므로

$\frac{1}{2}x:\frac{1}{2}(36-x)=7:11$

$\therefore\ x=14$

19. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 비를 구하면?

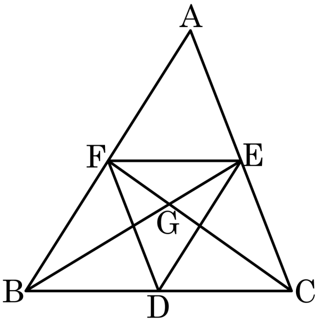


① 3 : 1 ② 5 : 2 ③ 4 : 3 ④ 4 : 1 ⑤ 2 : 1

해설

점 G가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이다. $\overline{GD}$ 의 길이를 a라고 하면 $\overline{GD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 a^2이고, $\overline{AG}$의 길이는 $2a$이므로 $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $4a^2$ 이다.
따라서 넓이의 비는 4 : 1이다.

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 G 가 무게중심이고 $\overline{FE} // \overline{BC}$, $\triangle ABC = 48 cm^2$ 일 때, $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하여라.



① $2cm^2$ ② $2.5cm^2$ ③ $3cm^2$

④ $3.5cm^2$ ⑤ $4cm^2$

해설

$\triangle DEF = \frac{1}{4} \triangle ABC = \frac{1}{4} \times 48 = 12(cm^2)$

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2:1$, $\triangle ABG = \triangle BCG = \triangle CAG$,

$\triangle ABC$ 의 무게중심과 $\triangle EDF$ 의 무게중심은 같음을 주의한다.

$\triangle DEF = 3 \triangle GEF$,

$\triangle GEF = 4\,cm^2$