1. 다음 조건을 만족하는 사각형 중 평행사변형이 되는 조건이 <u>아닌</u> 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

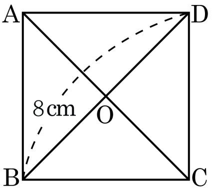
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변은 평행하고 다른 한 쌍의 대변은 길이가 같다.

해설

다른 한 쌍의 대변이 아니라 평행한 그 쌍의 길이가 같아야 한다.

2. 다음 그림의 정사각형 ABCD의 대각선의 길이가 $8\,\text{cm}$이다. 이때 $\square$ABCD의 넓이는?



① $8\,\text{cm}^2$ ② $16\,\text{cm}^2$

③ $32\,\text{cm}^2$ ④ $64\,\text{cm}^2$

⑤ $128\,\text{cm}^2$

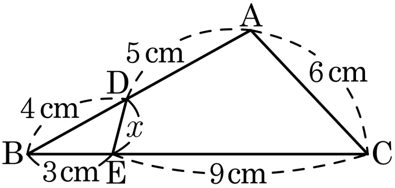
해설

$\triangle$AOD는 직각삼각형이고, 한 변의 길이는 $4\,\text{cm}$이다. 따라서 삼각형 1개의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$

정사각형의 내부의 대각선으로 이루어진 삼각형은 모두 합동이므로 $\square\text{ABCD} = 8 \times 4 = 32(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 x의 값은?



① 1　　② 1.5　　③ 2　　④ 2.5　　⑤ 3

해설

$\triangle$ABC와 $\triangle$EBD에서

$\overline{AB} : \overline{EB} = 9 : 3 = 3 : 1$

$\overline{BC} : \overline{BD} = 12 : 4 = 3 : 1$

$\angle$B는 공통

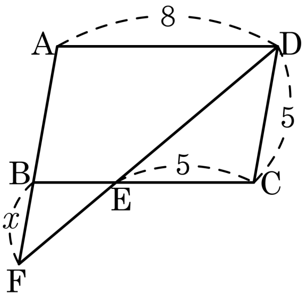
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS닮음)

$\overline{AC} : \overline{ED} = 3 : 1$ 이므로 $6 : x = 3 : 1$

$3x = 6$

$\therefore \ x = 2$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 D를 지나는 직선이 변 BC와 만나는 점을 E, 변 AB의 연장선과 만나는 점을 F라 하면, x의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AF} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle BFE = \angle CDE$ ($\because$ 엇각), $\angle FBE = \angle DCE$ ($\because$ 엇각)

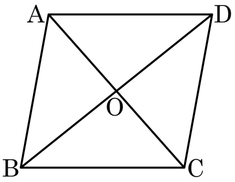
$\therefore \triangle BEF \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)

$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{BF} : \overline{CD}$이므로 $3 : 5 = x : 5$

$5x = 15$

$\therefore \; x = 3$

5. 평행사변형의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하기 위하여 $\triangle OAB \equiv \triangle OCD$임을 보일 때, 이용되는 합동조건은?



① SSS 합동　② SAS 합동

③ ASA 합동　④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

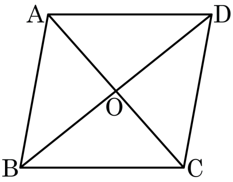
$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 엇각의 크기가 같다.

$\angle ABD = \angle BDC, \angle BAC = \angle ACD$

$\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCD$ (ASA 합동)

6. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 모두 고르면?



보기

ㄱ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

ㄴ $\overline{BO}=\overline{CO}$, $\angle ABC=90°$

ㄷ $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$

ㄹ $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$

ㅁ $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$

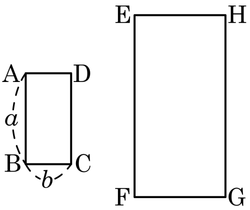
① ㄱ, ㄹ ② ㄷ, ㄹ ③ ㄴ, ㅁ

④ ㄱ, ㄴ, ㅁ ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅁ

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AC}\perp\overline{DB}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{DB}$, $\angle ABC=90°$이면 된다.

7. 다음 직사각형 □ABCD 와 □EFGH 에 대하여 □ABCD $\backsim$ □EFGH 이고, 닮음비가 1 : 2 일때 □EFGH 의 둘레의 길이의 합을 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은?

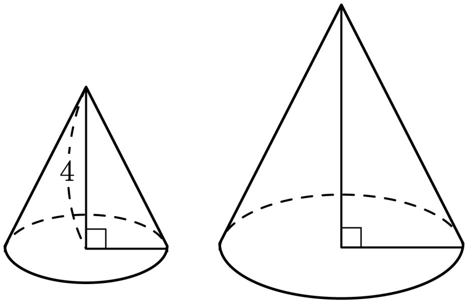


① $2(a+b)$
② $3(a+b)$
③ $4(a+b)$
④ $5(a+b)$
⑤ $6(a+b)$

해설

□ABCD 와 □EFGH 의 닮음비가 1 : 2 이므로 각 대응변의 길이의 비도 1 : 2 이다.
$\overline{AB} : \overline{EF} = 1 : 2 = a : \overline{EF}$ 이므로 $\overline{EF} = 2a$ 이다.
$\overline{BC} : \overline{FG} = 1 : 2 = b : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{FG} = 2b$ 이다.
□EFGH 의 둘레의 길이는 (가로 + 세로) × 2 이므로 $(2a+2b) \times 2 = 4(a+b)$ 이다.

8. 다음 그림에서 두 원뿔은 서로 닮은 도형이고, 작은 원과 큰 원의 밑면의 둘레의 길이가 각각 4π, 8π일 때, 큰 원뿔의 높이를 구하면?

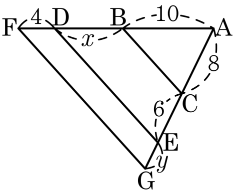


① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설

작은 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r = 4\pi$에서 $r = 2$
큰 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r' = 8\pi$에서 $r' = 4$
두 원의 반지름의 닮음비가 $1 : 2$이므로 원뿔의 높이는 $1 : 2 = 4 :$ (큰 원뿔의 높이),
따라서 (큰 원뿔의 높이) $= 8$이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{DE} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{FG}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 11.7　② 10.7　③ 9.7

④ 8.7　⑤ 7.7

해설

$10 : x = 8 : 6$

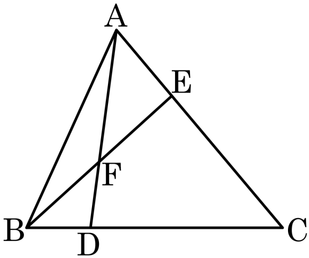
$8x = 60, x = 7.5$

$7.5 : 4 = 6 : y$

$7.5y = 24, y = 3.2$

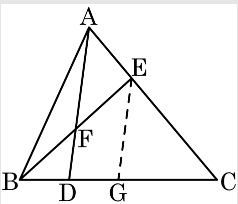
$\therefore x + y = 7.5 + 3.2 = 10.7$

10. 다음 그림과 같이 변 AC 의 삼등분 점 중 점 A 에 가까운 점을 E, $\overline{BE}$ 의 중점을 F , 직선 AF 와 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 할 때, △ABC 와 △ABD 의 넓이의 비를 바르게 구한 것은?.



① 2::1 ② 3:1 ③ 4:1 ④ 3:2 ⑤ 4:3

해설



점 E 에서 $\overline{AD}$ 에 평행한 선을 그어 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G 라고 하면 $\overline{BD} = \overline{DG}$

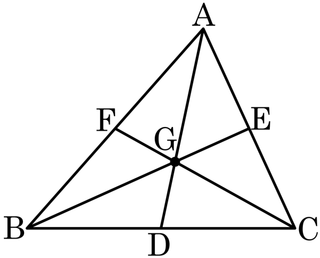
$\overline{DG} : \overline{GC} = \overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$

$\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 3$

$\overline{BC} : \overline{DC} = 4 : 3$

$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = 4 : 3,\ \triangle ABC : \triangle ABD = 4 : 1$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 중선의 교점을 G 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

② $\triangle ABD = \triangle ACD$

③ $\triangle ABG = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

④ $\triangle ABC = 6\triangle BDG$

⑤ $\triangle BDG \equiv \triangle CDG$

해설

① 무게중심의 성질

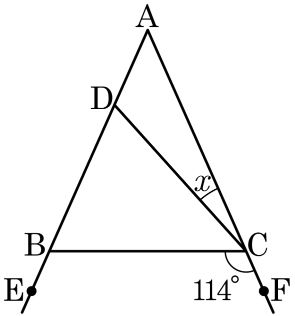
② $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ACD$

③ $\overline{CF} : \overline{GF} = 3 : 1$ 이므로 $\triangle ABG = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

④ $\triangle BDG = \dfrac{1}{2}\triangle BGC = \dfrac{1}{6}\triangle ABC$

$\Leftrightarrow \ \triangle ABC = 6\triangle BDG$

12. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 18°　② 24°　③ 30°　④ 36°　⑤ 42°

해설

$\triangle ABC$에서

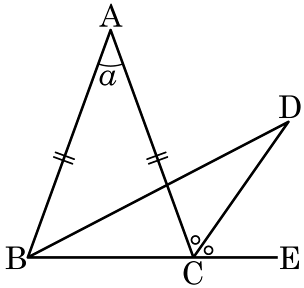
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

13. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 는 이등변삼각형이다.
$\angle ACD = \angle DCE$, $\angle ABD = 2\angle DBC$, $\angle A = a$ 일 때, $\angle$BDC 의 크기를 a 로 나타내면?



① $15^\circ - \dfrac{5}{12}a$ ② $15^\circ + \dfrac{5}{12}a$ ③ $-15^\circ + \dfrac{5}{12}a$

④ $15^\circ + \dfrac{5}{14}a$ ⑤ $15^\circ - \dfrac{5}{14}a$

해설

$\angle DBC = y$ 라고 하면 $\angle ABD = 2\angle DBC = 2y$

$\triangle$ABC 가 이등변삼각형이므로 $\angle ACB = \angle ABC = 3y$ 이고

내각의 합은 180° 이므로 $a + 6y^\circ = 180^\circ$

$\therefore y^\circ = 30^\circ - \dfrac{1}{6}a$

또한 $\angle ACD = \dfrac{1}{2}(180^\circ - 3y) = 90^\circ - \dfrac{3}{2}y$ 이고

$\triangle$BCD 의 내각의 합은 180° 이므로

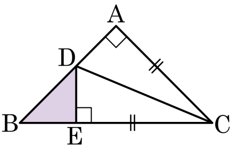
$$\begin{aligned} 180^\circ &= \angle BDC + \angle DCB + \angle CBD \\ &= \angle BDC + \left(3y + 90^\circ - \frac{3}{2}y\right) + y \end{aligned}$$

$180^\circ = \angle BDC + 90^\circ +$

$\dfrac{5}{2}y$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDC &= 90^\circ - \frac{5}{2}y \\ &= 90^\circ - \frac{5}{2}\left(30^\circ - \frac{1}{6}a\right) \\ &= 15^\circ + \frac{5}{12}a \end{aligned}$$

14. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$

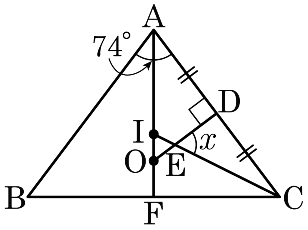
④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74°$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 62°　　② 62.5°　　③ 63°　　④ 63.5°　　⑤ 64°

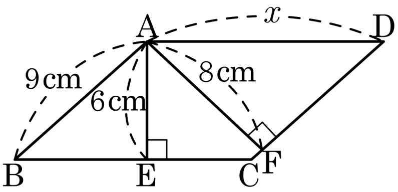
해설

$\angle ACB = \angle ABC = \dfrac{1}{2}(180° - 74°) = 53°$

$\angle ACI = \dfrac{1}{2}\angle ACB = \dfrac{1}{2} \times 53° = 26.5°$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90° - \angle ACI = 90° - 26.5° = 63.5°$ 이다.

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, x 의 값을 구하면?



① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□ABCD는 평행사변형이므로

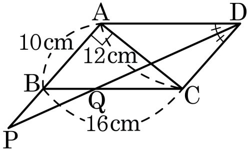
$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$

$\therefore$ $\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$ 이므로 $9 : x = 3 : 4$

$\therefore$ $x = 12$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle$D 의 이등분선과 $\overline{\text{AB}}$ 의 연장선과의 교점을 P 라고 할 때, $\triangle$DQC 의 넓이는?



① 35cm^2　② 37.5cm^2
③ 38cm^2　④ 40cm^2
⑤ 60cm^2

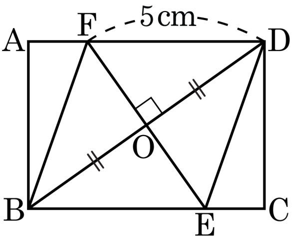
해설

$\angle$ADQ = DQC (엇각), $\overline{\text{QC}} = \overline{\text{CD}} = 10\,\text{cm}$

□ABCD 에서 밑변을 $\overline{\text{BC}}$ 로 볼 때, 높이를 x라고 하면 $10 \times 12 = 16x$, $x = 7.5$ (cm)

$\therefore\ \triangle\text{DQC} = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 7.5 = 37.5\ (\text{cm}^2)$

18. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{BD}\perp\overline{FE}$일 때, 사각형 FBED의 둘레의 길이를 구하여라.



① 18 cm　② 20 cm　③ 22 cm　④ 24 cm　⑤ 26 cm

해설

$\triangle FBO \equiv \triangle FDO$(SAS합동)이므로

$\overline{FB} = \overline{FD}$

$\triangle FOD \equiv \triangle EOB$(ASA합동)이므로

$\overline{FD} = \overline{EB}$

$\triangle BEO \equiv \triangle DEO$(SAS합동)이므로

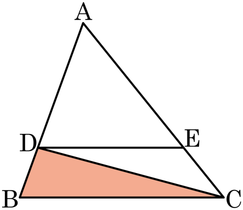
$\overline{EB} = \overline{ED}$

따라서 $\overline{FB} = \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{FD}$이므로 □FBED는 마름모이다.

따라서 □FBED의 둘레의 길이는

$\overline{FB} + \overline{BE} + \overline{ED} + \overline{DF} = 4 \times 5 = 20\,(\mathrm{cm})$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD}$: $\overline{DB} = 5 : 2$이다. $\triangle ADE$ 의 넓이가 $25\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① $10\,\text{cm}^2$ ② $11\,\text{cm}^2$ ③ $12\,\text{cm}^2$
④ $13\,\text{cm}^2$ ⑤ $14\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

(넓이의 비) $= 5^2 : 7^2$

$25 : \triangle ABC = 25 : 49$

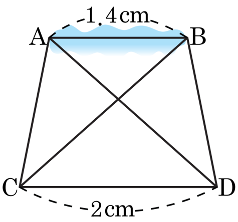
$\triangle ABC = 49(\text{cm}^2)$

$\square DBCE = \dfrac{24}{49}\triangle ABC = \dfrac{24}{49} \times 49 = 24(\text{cm}^2)$

$\triangle CED : \triangle DBC = 5 : 7$ 이므로

$\therefore\ \triangle DBC = \dfrac{7}{12}\square DBCE = \dfrac{7}{12} \times 24 = 14(\text{cm}^2)$

20. A, B 두 지점 사이의 거리를 구하기 위해 250 m 떨어진 C, D 두 곳에서 A, B 지점을 보고 축도를 그렸다. 250 m 가 축도에서 2 cm 로 나타내어질 때, A, B 사이의 거리를 구하면?



① 160 m　② 165 m　③ 170 m

④ 175 m　⑤ 180 m

해설

$2 : 1.4 = 25000 : \overline{AB}$

$2\overline{AB} = 35000,\ \overline{AB} = 17500\ (\mathrm{cm}) = 175\ (\mathrm{m})$