1. 다음은 '직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 말로 옳은 것은?

> (가정) □ABCD 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
> (결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
> (증명) 직사각형은 평행사변형이므로 △ABC 와 △DCB 에서
> $\overline{AB} = \overline{CD}$,
> $\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
> $\overline{BC}$ 는 공통
> $\boxed{}$
> 따라서, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

① 즉, △ABC ≡ △DCB (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

② 즉, △ABC ≡ △DCB (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

③ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

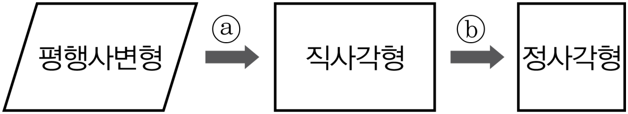
④ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

⑤ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

해설

> (가정) □ABCD 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
> (결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
> (증명) 직사각형은 평행사변형이므로 △ABC 와 △DCB 에서
> $\overline{AB} = \overline{CD}$,
> $\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
> $\overline{BC}$ 는 공통
> 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
> 따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

2. 다음 그림에서 ⓐ, ⓑ에 알맞은 조건을 보기에서 순서대로 고르면?



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같다.

㉡ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

㉢ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉢, ㉡　④ ㉠, ㉢　⑤ ㉡, ㉠

해설

두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이 직사각형이므로 ㉠를 택하고, 마름모와 직사각형의 교집합이 정사각형이므로 마름모의 성질인 ㉢를 택한다.

3. 다음 중 도형의 성질에 대한 설명으로 바른 것을 모두 고르면?

① 직사각형의 두 대각선은 서로 직교한다.

② 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴이다.

③ 대각선이 서로 직교하는 것은 정사각형, 마름모이다.

④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형, 마름모이다.

⑤ 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형, 마름모이다.

해설

① 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

④ 네 각의 크기가 같은 사각형은 정사각형, 직사각형이다.

4. 다음 중 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형을 모두 고르면?

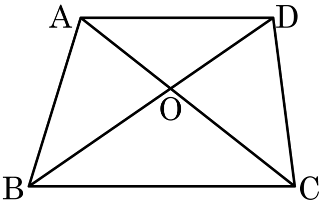
① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.
정사각형은 직사각형의 성질을 가지므로 위의 성질도 가진다.

5. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\triangle ABC = 50cm^2$, $\triangle DOC = 15cm^2$ 이다. 이 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① $25cm^2$ ② $35cm^2$ ③ $45cm^2$

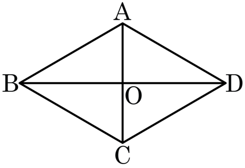
④ $55cm^2$ ⑤ $65cm^2$

해설

$\triangle ABC = \triangle DBC$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC$

$\therefore\ \triangle OBC = 50 - 15 = 35(cm^2)$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AO}$ 와 $\overline{OD}$ 는 직교한다.

② $\angle ABO = \angle OBC$

③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다.

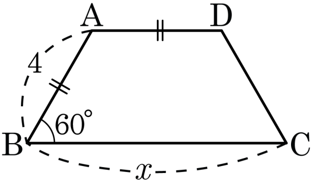
④ $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

⑤ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OC}$ 의 길이는 같다.

해설

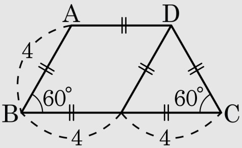
평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두변의 길이가 같아야 한다.
③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다는 것은 직사각형이 될 조건이다.

7. 등변사다리꼴 ABCD에서 x의 길이를 구하여라.



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설



$\triangle$DEC는 정삼각형이므로 $x = 4 + 4 = 8$이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴의 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

② 한 내각이 직각이면 직사각형이다.

③ 마름모의 두 대각선의 길이가 같다.

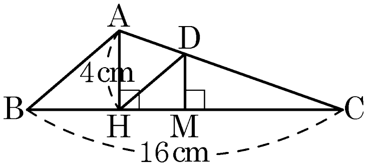
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모이다.

⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

① 등변사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 밑각의 크기가 같음으로 한 내각이 직각이면 직사각형이 된다.
② 한 내각이 직각인 사각형은 직사각형과 정사각형이 있다.
③ 항상 같지는 않다
④ 평행사변형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 마름모가 된다.
⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형과 등변사다리꼴이 있다.

9. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle DHC$ 의 넓이는?



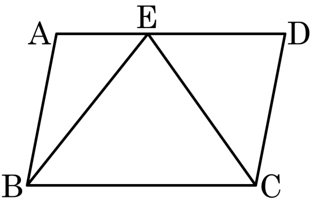
① $4\,cm^2$　② $8\,cm^2$　③ $12\,cm^2$　④ $14\,cm^2$　⑤ $16\,cm^2$

해설

$\overline{AM}$ 을 그으면, $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로,

$$\triangle DHC = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC = 16\ (cm^2)$$

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{DE} = 2 : 3$이고 $\triangle ABE = 10cm^2$일 때, $\triangle EBC$의 넓이는?



① $10cm^2$　　② $12cm^2$　　③ $15cm^2$

④ $20cm^2$　　⑤ $25cm^2$

해설

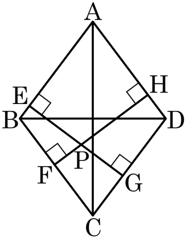
$$\triangle ABE + \triangle DCE = \frac{1}{2}\square ABCD$$

$$\triangle ABE : \triangle DCE = 2 : 3$$

$$\triangle DCE = 15(cm^2)$$

$$\therefore \ \triangle EBC = \frac{1}{2}\square ABCD = 25(cm^2)$$

11. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC}=8\text{cm}$, $\overline{BD}=6\text{cm}$, $\overline{AD}=5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

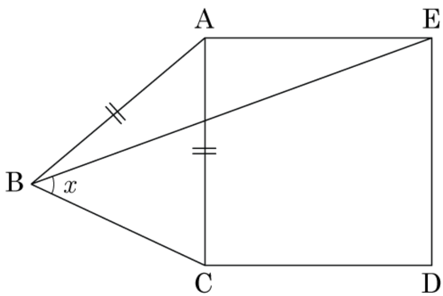
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$

$\frac{1}{2}\times 8\times 6=\frac{1}{2}\times 5\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

$\therefore \overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=\frac{48}{5}$ cm이다.

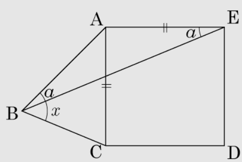
12. 다음 그림에서 □ACDE 는 정사각형이고 △ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : $45\underline{^{\circ}}$

해설

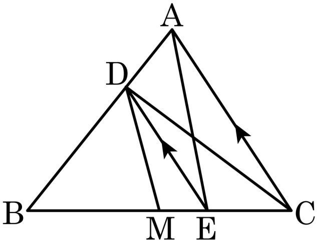


i) $\angle ABE = \angle AEB = a$ 라 하면,
$\angle BAE = 180° - 2a$ 이고,
$\angle CAE = 90°$ 이므로
$\angle BAC = (180° - 2a) - 90° = 90° - 2a$
ii) $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로,
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고,
$\angle BAC = 90° - 2a$ 이므로,

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}\left\{180° - (90° - 2a)\right\} = 45° + a$$

또한, $\angle ABC = \angle ABE + \angle x$ 이므로,
$a + \angle x = 45° + a$
$\therefore \angle x = 45°$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 한다. $\square ADME$ 의 넓이가 10cm^2 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\overline{DE} // \overline{AC}$ 이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle DAE = \triangle DEC$ 이므로

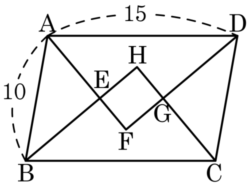
$\square ADME = \triangle DME + \triangle DAE = \triangle DME + \triangle DEC = \triangle DMC = 10(\text{cm}^2)$

$\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 밑변과 높이가 같아

$\triangle DBM = \triangle DCM = 10(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle DBC = 2 \times 10 = 20(\text{cm}^2)$

14. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선으로 만들어진 □EFGH 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{AD} = 15$, $\overline{EG} = 5$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\angle A + \angle B = 180°$, $\angle C + \angle D = 180°$, $\frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = 90°$, $\frac{1}{2}(\angle C + \angle D) = 90°$

$\angle AEB = \angle CGD = 90°$

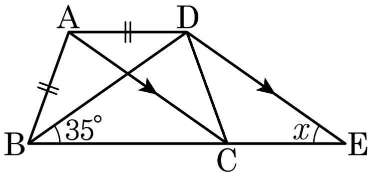
맞꼭지각으로 $\angle FEH = \angle FGH = 90°$

마찬가지의 방법으로 $\angle EHG = \angle EFG = 90°$

□EFGH 는 직사각형이다.

$\therefore\ \overline{EG} = \overline{HF} = 5$

15. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 15°　② 20°　③ 25°　④ 30°　⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\angle ACB = \angle DBC = 35°$

$\overline{AC} // \overline{DE}$이므로

$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)