

1.  $x$ 에 대한 다항식  $3x^3y + 5y - xz + 9xy - 4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 내림차순으로 정리하면  $3yx^3 + (9y - z)x + 5y - 4$ 이다.  
㉡ 오름차순으로 정리하면  $5y - 4 + (9y - z)x + 3yx^3$ 이다.  
㉢ 주어진 다항식은  $x$ 에 대한 3차식이다.  
㉣  $x^3$ 의 계수는 3이다.  
㉤ 상수항은  $-4$ 이다.

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉣  $x^3$ 의 계수는  $3y$ 이다.  
㉤ 상수항은  $5y - 4$ 이다.

2. 두 다항식  $A, B$ 에 대하여 연산  $A \ominus B$ 와  $A \otimes B$ 를 다음과 같이 정의하기로 한다.

$$A \ominus B = A - 3B, \quad A \otimes B = (A + B)B$$

$$P = 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3, \quad Q = x^3 + x^2y + xy^2 \text{ 이라 할 때,}$$

$(P \ominus Q) \otimes Q$ 를  $x, y$ 에 관한 다항식으로 나타내면?

- ①  $x^4y^2 + xy^5$       ②  $x^4y^2 - xy^5$       ③  $x^3y^2 - xy^4$   
 ④  $x^3y^2 + xy^4$       ⑤  $2x^3y^2 - xy^4$

**해설**

정의에 따라  $(P \ominus Q) \otimes Q$ 를 변형하면

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (P - 3Q) \otimes Q \\ &= (P - 3Q + Q)Q \\ &= (P - 2Q)Q \quad \dots \text{ ①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P - 2Q &= 2x^3 + 2x^2y + 3xy^2 - y^3 - 2(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= xy^2 - y^3 \end{aligned}$$

이므로 ①식은

$$\begin{aligned} (P \ominus Q) \otimes Q &= (xy^2 - y^3)(x^3 + x^2y + xy^2) \\ &= x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 - x^3y^3 \\ &\quad - x^2y^4 - xy^5 \\ &= x^4y^2 - xy^5 \end{aligned}$$

3. 다항식  $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식  $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이  $ax + b$ 이고, 나머지가  $cx + d$ 이었다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

4. 다항식  $f(x)$ 를  $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이  $3x - 4$ 이고, 나머지가  $2x + 5$ 이었다. 이 때,  $f(1)$ 의 값은?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

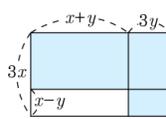
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

5. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때,  $y^2$  항의 계수는?



- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

6. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

②  $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③  $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④  $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

①  $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③  $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④  $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤  $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

7.  $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는  $n+1$ 개이다. 다항식  $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면?

- ① 7개    ② 8개    ③ 12개    ④ 13개    ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

8.  $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가  $x \neq 1$ 인 모두 실수  $x$ 에 대해 항상 성립 하도록  $a, b, c$ 를 구할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ① 2      ② -2      ③ 1      ④ -1      ⑤ 0

**해설**

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면  $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

9. 등식  $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$  이  $x$ 에 관한 항등식일 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면  $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

10. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

11. 다항식  $x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 나눌 때, 나머지가  $3x+4$ 가 되도록 상수  $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $-7$

해설

$x^3+ax-8$ 을  $x^2+4x+b$ 로 직접나눈 나머지는  
 $(a-b+16)x+4b-8$   
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots\text{㉠}$   
㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로,  
 $a-b+16=3, 4b-8=4$   
 $\therefore a=-10, b=3$   
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여  $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

12.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0      ② 16      ③ 32      ④ 64      ⑤ 1024

**해설**

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

13.  $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는  $x-2$ 로 나누어 떨어지고  $x+1$ 로 나누면 나머지가 6이다.  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 라 하면

$$f(2) = 4a + 2b + 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = a - b - 5 = 6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서  $a = 3, b = -8$

$$\therefore a - b = 11$$

14. 다항식  $f(x)$ 를 두 일차식  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눌 때 나머지는?

①  $x+3$

②  $-x+3$

③  $x-3$

④  $-x-3$

⑤  $-x+1$

해설

$f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로  $f(1)=2, f(2)=1$ , 구하는 나머지를  $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각  $x=1$ ,  $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면  $a = -1, b = 3$

$\therefore$  구하는 나머지는  $-x+3$

15.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$  가  $x - 2$ 를 인수로 가질 때,  $k$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$f(x)$ 가  $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉,  $f(2) = 0$ 을 만족시키는  $k$ 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

16. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

$$\text{㉤ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

17.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

- ①  $-6$     ②  $-4$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

**해설**

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

18. 세 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 2$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 6$ ,  $abc = -1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값은?

- ㉠ 11      ㉡ 12      ㉢ 13      ㉣ 14      ㉤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

19.  $a+b+c=0$ ,  $a^2+b^2+c^2=1$  일 때,  $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \\ \therefore ab+bc+ca &= -\frac{1}{2} \\ 4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2) &= 4\{(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)\} \\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1\end{aligned}$$

20.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

21. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식  $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여 성립하도록  $a, b$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 1, b = 2$       ②  $a = 2, b = 2$       ③  $a = 2, b = 0$   
④  $a = 0, b = 2$       ⑤  $a = 0, b = 0$

**해설**

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면  
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$   
이 식을  $x, y$ 에 대하여 정리하면  
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$   
이 등식이 임의의  $x, y$ 에 대하여 성립하므로  
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$   
위의 두 식을 연립하여 풀면  $a = 2, b = 0$

22.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 나머지는  $-5$ 이고,  $x-1$ 로 나눈 나머지는  $-1$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x+1)(x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하면?

①  $2x+1$

②  $2x+3$

③  $2x-1$

④  $2x$

⑤  $2x-3$

해설

$f(x)$ 를  $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b$$

한편,  $f(x)$ 를  $x+1$ ,  $x-1$ 로 나눈 나머지가 각각  $-5$ ,  $-1$ 이므로

$$f(-1) = -a + b = -5, f(1) = a + b = -1$$

이것을 연립하여 풀면  $a = 2$ ,  $b = -3$

따라서 구하는 나머지는  $2x-3$ 이다.

23.  $x$ 에 대한 다항식  $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

①  $a = 7, b = -6$     ②  $a = 6, b = -5$     ③  $a = 5, b = -3$

④  $a = 4, b = -5$     ⑤  $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이  $2x - 3$ , 나머지가  $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

24.  $x^5 + x + 1$ 을  $x + 1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라고 할 때,  $Q(x)$ 를  $x - 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}x^5 + x + 1 &= (x + 1)Q(x) + R \\x = -1 \text{을 양변에 대입하면 } R &= -1 \\ \therefore x^5 + x + 1 &= (x + 1)Q(x) - 1 \cdots \textcircled{1} \\ Q(x) \text{를 } x - 1 \text{로 나눈 나머지는 } Q(1) \\ \textcircled{1} \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면 } 3 &= 2Q(1) - 1 \\ \therefore Q(1) &= 2\end{aligned}$$

25.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를  $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

- ①  $a = 3$                       ②  $b = 2$                       ③  $c = -1$   
 ④  $d = -3$                       ⑤  $k = -1$

**해설**

다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를  $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & a & b & 1 & \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 & \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & -b+a & \end{array}$$

이때  $k = -1, c = -1, d = -a + 1, b - a + 1 = -1, -b + a = 2$

이므로  $k = -1, c = -1, a = 4, b = 2, d = -3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.