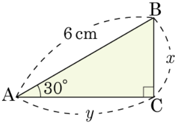
1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle A = 30°$ 일 때, $x + y$는?



① $3 + \sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $3 + 2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $3 + 3\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $3 + 4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $3 + 5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$$\sin 30° = \frac{x}{6}$$

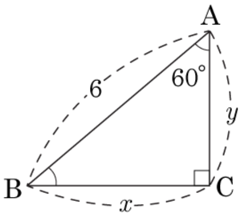
$$x = 6 \times \sin 30° = 6 \times \frac{1}{2} = 3\,\text{cm}$$

$$\cos 30° = \frac{y}{6}$$

$$y = 6 \times \cos 30° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$$

$$\therefore x + y = 3 + 3\sqrt{3}\,\text{cm}$$

2. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 6$, $\angle C = 90°$, $\angle A = 60°$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + 3\sqrt{3}$

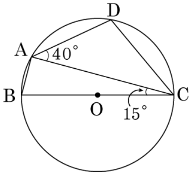
해설

$y = \overline{AC} = 6 \times \cos 60° = 6 \times \dfrac{1}{2} = 3$

또한, $\angle B = 30°$ 이므로 $x = \overline{BC} = 6 \times \cos 30° = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $x + y = 3 + 3\sqrt{3}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\angle DAC = 40°$, $\angle ACB = 15°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하면?



① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

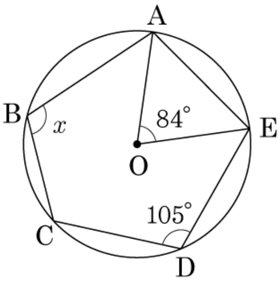
$\angle BAC = 90°$ 이므로 $\angle ABC = 90° - 15° = 75°$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$

$\therefore \angle ADC = 180° - 75° = 105°$

4. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle\mathrm{CDE} = 105^\circ$, $\angle\mathrm{AOE} = 84^\circ$, $\angle\mathrm{ABC} = x^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 117

해설

보조선 $\overline{\mathrm{BE}}$ 를 그으면 □BCDE 는 내접하므로 대각의 합

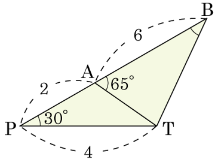
$\angle\mathrm{CDE} + \angle\mathrm{CBE} = 180^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{CBE} = 75^\circ$

또한, $\angle\mathrm{ABE}$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$ 의 원주각이므로 $\angle\mathrm{ABE} = 42^\circ$ 이다.

$\therefore\ x^\circ = \angle\mathrm{CBE} + \angle\mathrm{ABE} = 75^\circ + 42^\circ = 117^\circ$

5. 다음 그림에서 $\overline{PA} = 2$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{PT} = 4$ 이고 $\angle APT = 30°$, $\angle BAT = 65°$ 이다. 이 때, $\angle PBT$ 의 크기는?



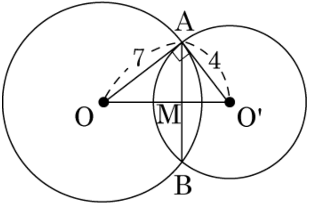
① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \Rightarrow 4^2 = 2 \times 8$ 이 성립하므로 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이다.

따라서, $\angle ABT = \angle ATP = 65° - 30° = 35°$ 이다.

6. 다음 그림에서 두 원 O, O′ 의 중심을 연결한 선분과 공통현 AB 가 점 M 에서 만나고 $\overline{OA} = 7$, $\overline{AO'} = 4$, $\angle OAO' = 90°$ 일 때, 공통현 AB 의 길이는?



① 8 ② $2\sqrt{21}$ ③ $56\sqrt{21}$

④ $\dfrac{56\sqrt{65}}{65}$ ⑤ $\dfrac{80\sqrt{89}}{89}$

해설

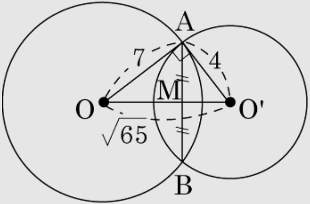
$\overline{OO'} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}$,

$\overline{AB} \perp \overline{OO'}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$

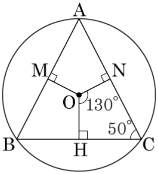
$\triangle AOO'$ 에서 $\sqrt{65} \times \overline{AM} = 4 \times 7$

$\overline{AM} = \dfrac{28\sqrt{65}}{65}$

$\therefore \overline{AB} = \dfrac{28\sqrt{65}}{65} \times 2 = \dfrac{56\sqrt{65}}{65}$



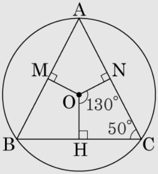
7. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고, $\overline{OM} = \overline{ON}$, $\angle NOH = 130°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

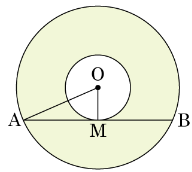
▷ 정답 : 80 °

해설



$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 50°$ $\therefore \angle A = 180° - 50° \times 2 = 80°$

8. 다음 그림에서 두 원의 중심이 점 O 로 같고, 색칠한 부분의 넓이가 $48\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원에 접하는 $\overline{\text{AB}}$ 의 길이는?



① $8\sqrt{3}\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{3}\pi\text{cm}$
④ $4\sqrt{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\text{cm}$

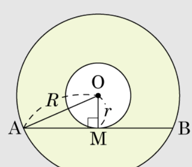
해설

큰 원의 반지름을 R , 작은 원의 반지름을 r 이라 두면, $\text{R} = \overline{\text{OA}}, \text{r} = \overline{\text{OM}}$ 이다.

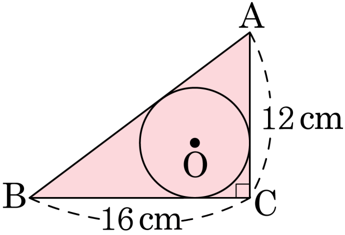
(색칠한 부분의 넓이) $= \pi\left(R^2 - r^2\right) = 48\pi$ 이므로 $R^2 - r^2 = 48$

$\overline{\text{AM}} = \sqrt{\overline{\text{OA}}^2 - \overline{\text{OM}}^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{\text{AB}} = 2\overline{\text{AM}} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$



9. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.



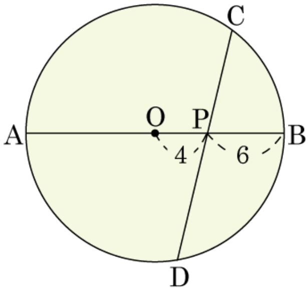
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{AB} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20(\text{cm})$,
반지름의 길이를 $r$cm 라 하면 $16 - r + 12 - r = 20$,
$-2r = -8$
$\therefore r = 4(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{BP}=6$, $\overline{OP}=4$ 이다. $\overline{CP}:\overline{DP}=2:3$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{14}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{CP}:\overline{DP}=2:3$이므로

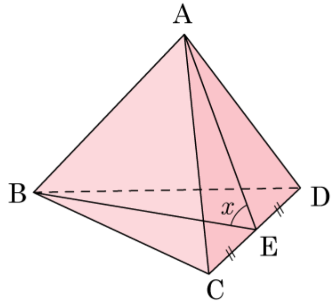
$\overline{CP}=2k$, $\overline{DP}=3k$라 하면

$\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$ 에 의하여

$2k\times 3k=14\times 6$ $\quad\therefore\ k=\sqrt{14}$

따라서 $\overline{DP}=3\sqrt{14}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 E 라 하고, ∠AEB 를 x 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값이 $\dfrac{b\sqrt{2}}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{\mathrm{CE}}=2$ 이고 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H 는 △BCD 의 무게중심이므로 $\overline{\mathrm{EH}}=\dfrac{1}{3}\overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{EB}}=2\sqrt{3}$

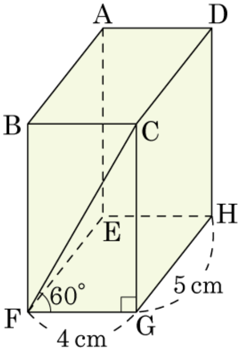
$\overline{\mathrm{EH}}=\dfrac{1}{3}\times 2\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$, $\overline{\mathrm{AE}}=2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{AH}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\sin x\times\cos x=\dfrac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{2\sqrt{3}}\times\dfrac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\frac{24\sqrt{2}}{9}}{12}=\dfrac{2\sqrt{2}}{9}$ 이다.

$\therefore\ a+b=9+2=11$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{FG} = 4\,\text{cm}$, $\overline{GH} = 5\,\text{cm}$, $\angle CFG = 60^\circ$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 부피는?



① $80\,\text{cm}^3$　② $\dfrac{80}{3}\,\text{cm}^3$　③ $120\,\text{cm}^3$

④ $80\sqrt{3}\,\text{cm}^3$　⑤ $160\,\text{cm}^3$

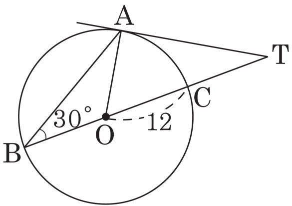
해설

직육면체의 높이는 $4 \cdot \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$4 \times 5 \times 4\sqrt{3} = 80\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

13. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 7 ② 9 ③ 10

④ 12 ⑤ 13

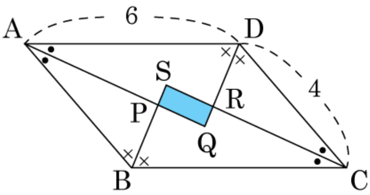
해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 12$

$1 : 2 = 12 : \overline{OT}$ $\quad \therefore \overline{OT} = 24$

$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 가 $\angle A$ 의 크기의 2 배일 때,
네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b는 최소의 자연수)



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60°$, $\angle B = \angle D = 120°$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

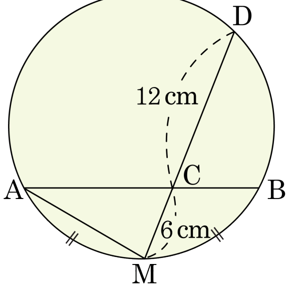
$$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60° - 4 \cdot \cos 60° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30° - 4 \times \cos 30° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a + b = 1 + 3 = 4$ 이다.

15. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AM}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BM}}$이고, $\overline{\mathrm{MC}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 12\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{\mathrm{AM}}$의 길이는?



① $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　② $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　③ $7\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$　④ $7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$　⑤ $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AM}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BM}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ADM} = \angle\mathrm{BAM}$

$\therefore$ $\overline{\mathrm{AM}}$ 은 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 외접원의 접선

$\overline{\mathrm{AM}}^2 = \overline{\mathrm{CM}} \times \overline{\mathrm{DM}} = 6 \times (6+12) = 108$

$\therefore$ $\overline{\mathrm{AM}} = 6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$