

1. 집합 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$\{a, b, c, d\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

3. $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+5}{x+2}$
④ $\frac{2x-5}{x-1}$

② $\frac{2x-1}{x+1}$
⑤ $\frac{2x+5}{x+1}$

③ $\frac{2x^2+5}{x-1}$

해설

$$\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2} = \frac{(x-1)(2x+5)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2x+5}{x+2}$$

4. $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{10}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{9-3\sqrt{10}}{5-2} = 3 - \sqrt{10}\end{aligned}$$

5. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

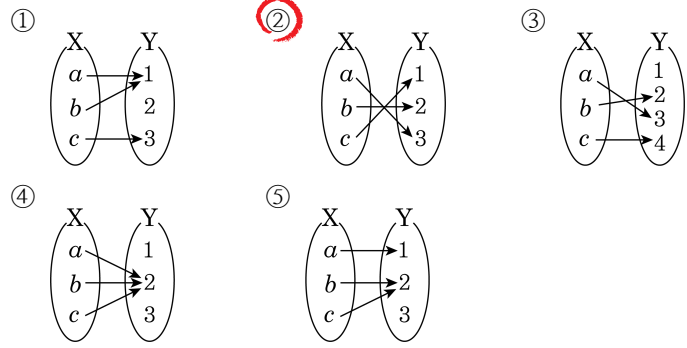
6. 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 $f(x) = |x|$ 라 하자. 이때 함수 f 의 치역의 부분집합의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$f(-1) = f(1) = 1, f(0) = 0, f(2) = 2$ 이므로 함수 f 의 치역은 $\{0, 1, 2\}$ 이다.
원소의 개수가 3인 집합의 부분집합은 $2^3 = 8$ (개)이다.

7. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 것을 고르면?



해설

주어진 함수 중 일대일대응인 것은 ②번이다.

8. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

9. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림

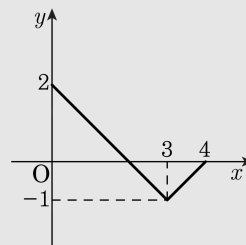
과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1이다.



10. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

11. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축 방향으로 -2 만큼
평행이동한 것이다.
 $\therefore m+n = -1-2 = -3$

12. 집합 $\{a, b\}$ 의 부분집합을 모두 구하면?

① $\emptyset$

② $\emptyset, \{a, b\}$

③ $\emptyset, \{a\}, \{a, b\}$

④ $\emptyset, \{b\}, \{a, b\}$

⑤ $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

해설

원소의 개수가 0 개인 것 : $\emptyset$

원소의 개수가 1 개인 것 : $\{a\}, \{b\}$

원소의 개수가 2 개인 것 : $\{a, b\}$

13. 다음은 전체 집합 U 의 부분 집합 A, B, C 에 대하여 $(A \cap B) \cup (A - B) \cap B = A$ 가 성립할때, 집합 A 와 집합 B 사이의 관계를 알아보는 과정이다.

$$\begin{aligned} & (A \cap B) \cup (A - B) \cap B \\ &= \{ (A \cap B) \cup (A \cap (\ominus)) \} \cap B \\ &= \{ A \cap (B \cup (\ominus)) \} \cap B \\ &= (A \cap (\ominus)) \cap B = A \\ &\text{따라서 } A \cap B = A \\ &\therefore (\ominus) \end{aligned}$$

$(\ominus), (\subseteq), (\supset)$ 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

- ① $B, \emptyset, B \subset A$

② $B, U, A \subset B$

③ $B^c, \emptyset, B \subset A$
- ④ $B^c, U, A \subset B$

⑤ $B^c, U, B \subset A$

해설

$$\begin{aligned} & \{ (A \cap B) \cup (A - B) \} \cap B \\ &= \{ (A \cap B) \cup (A \cap (B^c)) \} \cap B \\ &(\because A - B = A \cap B^c) \\ &= \{ A \cap (B \cup (B^c)) \} \cap B \text{ (분배법칙)} \\ &= (A \cap (U)) \cap B = A \text{ (}\because B \cup B^c = U\text{)} \\ &= A \cap B \\ &\therefore A \cap B = A \\ &\therefore (A \subset B) \end{aligned}$$

14. 두 명제 「 $p \leftrightarrow q$ 」, 「 $r \rightarrow \sim q$ 」가 모두 참일 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ?

① $q \rightarrow \sim r$

② $p \rightarrow \sim r$

③ $q \leftrightarrow p$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

① 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이므로 $r \rightarrow \sim q$ 이면 $q \rightarrow \sim r$ 이다.

② $p \rightarrow q$ 이고 $q \rightarrow \sim r$ 이면 $p \rightarrow \sim r$ (삼단논법)

③ $p \leftrightarrow q$ 이면 $q \leftrightarrow p$

④ 반드시 $r \leftrightarrow p$ 라고 말할 수는 없다.

⑤ 위의 ② 에서 $p \rightarrow \sim r$ 이면 $r \rightarrow \sim p$

15. $p : -1 \leq x \leq 1$ 또는 $x \geq 3$, $q : x \geq a$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
 q 는 p 이기 위한 필요조건이므로 $P \subset Q$ 이다.
 $\therefore a \leq -1$
따라서 a 의 최댓값은 -1 이다.

16. 역함수가 존재하는 분수함수 f 에 대하여 $f^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2x+a$ 이고

$f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하면? (단, a 는 상수)

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$f^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2x+a$$

$$\Leftrightarrow f(2x+a) = \frac{x+1}{2x-1}$$

$2x+a=t$ 로 놓으면

$$x = \frac{t-a}{2}$$

$$\begin{aligned}\therefore f(t) &= \frac{\frac{t-a}{2} + 1}{2 \cdot \frac{t-a}{2} - 1} \\ &= \frac{t-a+2}{2t-2a-2} \dots \text{이)}\end{aligned}$$

이때, $f(1) = 2$ 이므로

$$a = -1$$

이 값을 이)에 대입하면 $f(t) = \frac{t+3}{2t}$

$$\therefore f(3) = 1$$

17. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{1, 5\}) = 3$
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } 10\text{의 약수}\}) = n(\{x \mid x \text{는 } 14\text{의 약수}\})$

해설

- ① $3 - 2 = 1$
- ② 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1\}$ 일 때,
 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$ 이다.
- ④ 예를 들어, $A = \{0\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때,
 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 5, 10\}) = 4$, $n(\{1, 2, 7, 14\}) = 4$

18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음 조건을 모두 만족할 때, $U - (A \cup B)$ 은?

- ㉠ $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$

㉡ $A \cap B^c = \{1\}$

㉢ $A^c \cap B = \{6, 10\}$

㉤ $A \cap B = \{2, 4, 8\}$

- ① {3, 4, 5, 7, 9}

② {4, 5, 7, 9}

③ {4, 7, 9}

④ {3, 4, 5, 6, 7, 9}

⑤ {3, 5, 7, 9}

해설

㉠. $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

㉡. $A \cap B^c = \{1\} = A - B$

㉢. $A^c \cap B = \{6, 10\} = B - A$

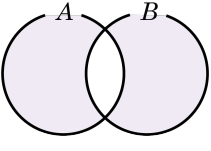
㉤. $A \cap B = \{2, 4, 8\}$ 에서
 $A \cup B = \{1\} \cup \{6, 10\} \cup \{2, 4, 8\}$
 $= \{1, 2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 $U - (A \cup B) = \{3, 5, 7, 9\}$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A-B) \cup (B-A)$ 로 정의할 때, 다음 중에서 $(A\Delta B)\Delta A$ 와 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$A\Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ 를 벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. $(A\Delta B)\Delta A = [(A\Delta B) - A] \cup [A - (A\Delta B)] = (B - A) \cup (A \cap B) = B$



20. $x = \sqrt{7 - \sqrt{48}}$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값을 구하면?

① 36

② 98

③ 448

④ 724

⑤ 1024

해설

$$x = \sqrt{7 - \sqrt{48}} = \sqrt{7 - 2\sqrt{12}}$$

$$= \sqrt{4} - \sqrt{3} = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$$

$$= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$$

$$x^2 + \frac{1^2}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$x^3 + \frac{1^3}{x} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 64 - 12 = 52$$

$$\text{따라서, } x^5 + \frac{1}{x^5}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1^2}{x}\right)\left(x^3 + \frac{1^3}{x}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 14 \times 52 - 4 = 724$$