1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선이 직교할 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

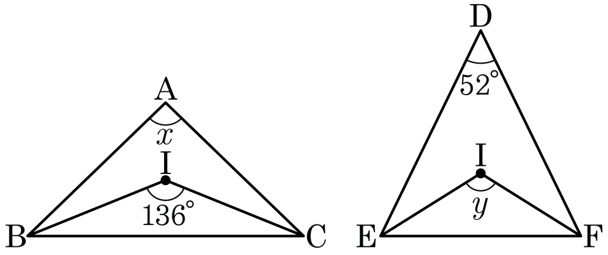
① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설

평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 마름모가 된다.

2. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은 얼마인가?



① 178° ② 188° ③ 198° ④ 208° ⑤ 218°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

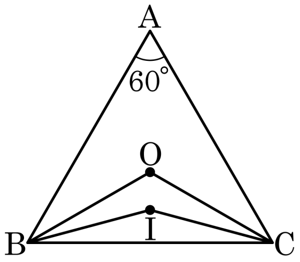
$\angle BIC = 136° = 90° + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \ \angle x = \angle A = 92°$

또, 점 I′이 삼각형의 내심일 때, $\angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D$이다.

$\angle y = \angle EI'F = 90° + \frac{1}{2}\angle D = 90° + \frac{1}{2} \times 52 = 116°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 92° + 116° = 208°$

3. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



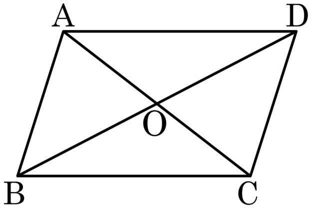
① $0°$ ② $10°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

4. 다음 평행사변형 ABCD에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle A = 90°$ 이면 □ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD는 마름모이다.

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 □ABCD는 직사각형이다.

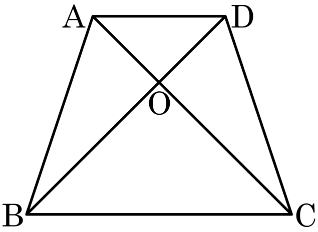
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle A = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

해설

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$는 평행사변형의 성질이고 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$는 마름모의 성질이므로 □ABCD는 마름모이다.

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) $=$ A 라 하자.

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로

$A : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 2A$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

$\triangle ABO = \triangle COD = 2A$

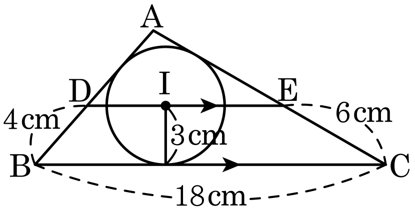
또, $\triangle ABO : \triangle BCO = 1 : 2$ 이므로

$2A : \triangle BCO = 1 : 2 \quad \therefore \triangle BCO = 4A$

$\square ABCD = A + 2A + 2A + 4A = 36 \quad \therefore A = 4$

따라서 $\triangle BCO = 4A = 16$ 이다.

6. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



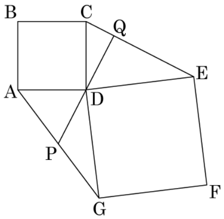
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 42 cm²

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.
사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림에서 사각형 ABCD, DEFG 는 정사각형이고, 선분 AG 의 중점을 P, 선분 PD 의 연장선과 선분 CE 와의 교점을 Q 라 정한다. $\overline{CE}=10$, $\triangle DCE=40$ 일 때, $\overline{PD}:\overline{DQ}$ 의 길이의 비를 구하여라.

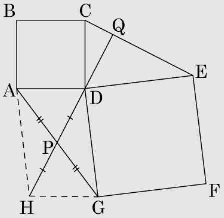


▶ 답 :

▷ 정답 : 5 : 8

해설

다음 그림과 같이 선분 DP를 연장하여 $\overline{DP}=\overline{PH}$ 가 되는 점 H 를 잡고 □ADGH 를 만들면 □ADGH 는 평행사변형이다.



$\triangle DCE$ 와 $\triangle GHD$ 에서

$\overline{DC}=\overline{DA}=\overline{GH}$, $\overline{DE}=\overline{GD}$,

$$\begin{aligned}\angle CDE &= 180^\circ - \angle ADH - \angle GDH\\ &= 180^\circ - \angle GHD - \angle GDH\\ &= \angle HGD\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle DCE \equiv \triangle GHD$

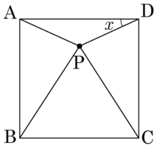
$\therefore\ \overline{PD}=\dfrac{1}{2}\overline{HD}=\dfrac{1}{2}\overline{CE}=5$

$$\begin{aligned}\angle DQE &= \angle DCQ + \angle CDQ\\ &= \angle GHD + \angle CDQ\\ &= \angle ADH + \angle CDQ\\ &= 180^\circ - \angle ADC\\ &= 180^\circ - 90^\circ\\ &= 90^\circ\end{aligned}$$

$\triangle DCE=\dfrac{1}{2}\times 10\times \overline{DQ}=40$ $\quad\therefore\ \overline{DQ}=8$

따라서 $\overline{PD}:\overline{DQ}=5:8$ 이다.

8. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고 내부의 한 점 P 에 대하여 $\overline{PB}=\overline{BC}=\overline{CP}$ 일 때, $\angle x=\square°$ 이다. □를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

□ABCD 는 정사각형, △PBC 는 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{PC}=\overline{PB}$ 가 되어

△ABP , △DCP 는 이등변삼각형이 된다.

$\angle ABP=90°-60°=30°$,

$\angle DCP=90°-60°=30°$

$\therefore \angle APB=(180°-30°)\div 2=75°=\angle DPC=\angle PDC$

$\therefore \angle x=90°-\angle PDC=90°-75°=15°$