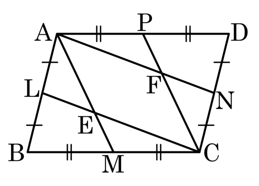
1. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. □ABCD 의 각 변의 중점을 각각 L, M, N, P 라 하고 $\overline{AM}$ 과 $\overline{CL}$ 의 교점을 E, $\overline{AN}$ 과 $\overline{CP}$ 의 교점을 F 라고 할 때, □AECF 는 어떤 사각형인지 말하여라.



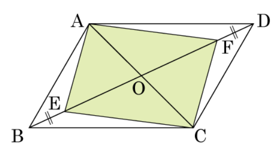
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ALCN 은 평행사변형이므로
$\overline{AF} /\!/ \overline{EC}$
□AMCP 도 평행사변형이므로
$\overline{AE} /\!/ \overline{FC}$
따라서 □AECF 는 평행사변형이다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건을 말하여라.



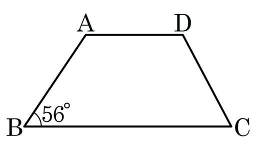
▶ 답 :

▷ 정답 : 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$
가정에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

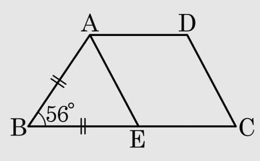
▷ 정답: 118°

해설

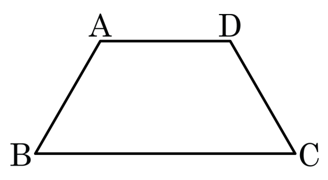
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면 □AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 56°) \div 2 = 62°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 62° = 118°$



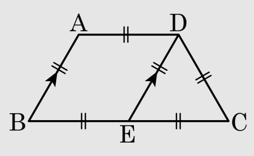
4. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$일 때, $\angle B$의 크기는?



① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 70°

해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AD} = \overline{BE}$
$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle B = \angle DEC = 60°$이다.

5. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

6. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

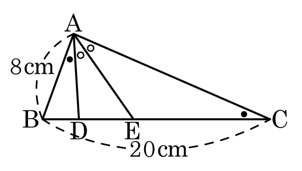
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

7. $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle ACE$ 이고 $\angle DAE = \angle CAE$ 이다. $5\overline{DE}$ 의 길이는?



① 15 cm ② 18 cm ③ 20 cm

④ 22 cm ⑤ 24 cm

해설

$\angle BAD = \angle ACE$ 이고 $\angle B$ 가 공통이므로

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 는 AA 닮음

따라서 $8 : \overline{BD} = 20 : 8$,

$\overline{BD} = \frac{16}{5}$ cm 이고 $\overline{AC} : \overline{AD} = 5 : 2$

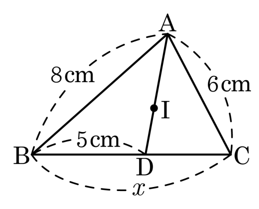
그리고 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 가 각의 이등분선이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 5$

따라서 $\overline{DE} = \frac{2}{7}\left(20 - \frac{16}{5}\right) = \frac{24}{5}$ (cm)

$5\overline{DE} = 24$ (cm)

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이다.
x 의 길이를 구하여라.



① $\dfrac{21}{4}$ cm ② $\dfrac{27}{4}$ cm ③ $\dfrac{31}{4}$ cm
④ $\dfrac{35}{4}$ cm ⑤ $\dfrac{37}{4}$ cm

해설

점 I 가 내심이므로 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\angle\mathrm{A}$ 의 이등분선이다.

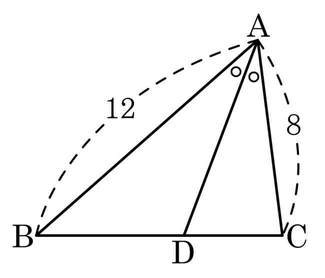
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$

$8 : 6 = 5 : \overline{\mathrm{CD}}$

$4\,\overline{\mathrm{CD}} = 15$, $\overline{\mathrm{CD}} = \dfrac{15}{4}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{CD}} = 5 + \dfrac{15}{4} = \dfrac{35}{4}(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $35cm^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $7cm^2$ ② $9cm^2$ ③ $14cm^2$
④ $21cm^2$ ⑤ $24cm^2$

해설

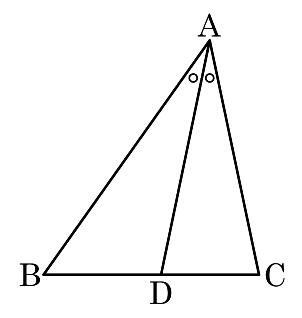
$\overline{AD}$ 는 A 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle BDC = 3 : 2$ 이다.

$\triangle ABD = \frac{3}{5}\triangle ABC = \frac{3}{5} \times 35 = 21$

$\triangle ACD = \frac{2}{5}\triangle ABC = \frac{2}{5} \times 35 = 14$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $21 - 14 = 7(cm^2)$ 이다.

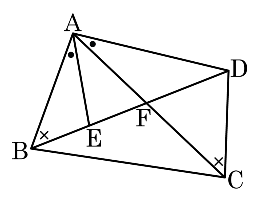
10. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\overline{AB}$: $\overline{AC} = 6 : 5$ 이다. 삼각형 ACD 의 넓이가 12cm^2 일 때, 삼각형 ABD 의 넓이를 구하면?



① 14cm^2 ② $\frac{72}{5}\text{cm}^2$ ③ $\frac{72}{11}\text{cm}^2$
④ 10cm^2 ⑤ 22cm^2

해설
$\overline{BD} : \overline{DC} = 6 : 5$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 6 : 5$
$\triangle ABD : 12 = 6 : 5$
$\therefore\ \triangle ABD = \frac{72}{5}(\text{cm}^2)$

11. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$	㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$
㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$	㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$
㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$	㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥

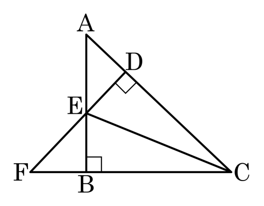
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

12. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 잘못 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

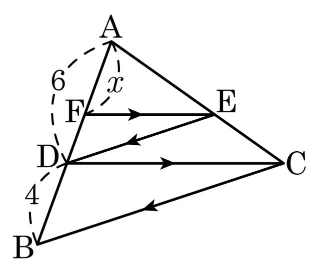
④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$

13. 다음 그림에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{FE} /\!/ \overline{DC}$ 이다. 이때, x 의 길이는?



① 3 ② 3.2 ③ 3.6 ④ 4 ⑤ 4.2

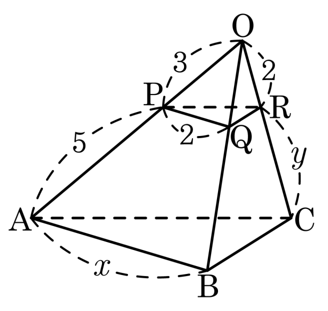
해설

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$

$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2 = x : (6 - x)$

$\therefore \ x = 3.6$

14. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △PQR 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{29}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} /\!/ \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

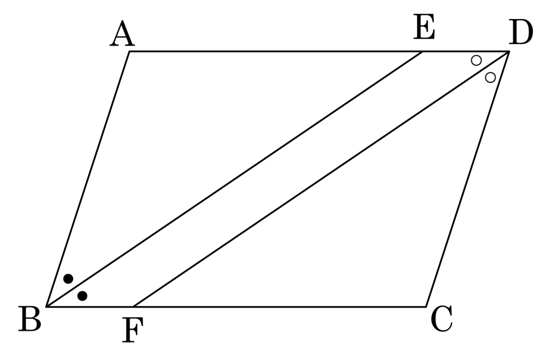
$\overline{PR} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x+y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

15. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?



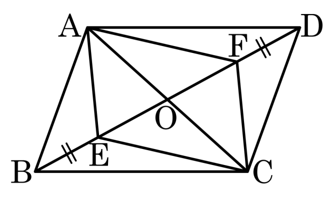
가정) □ABCD 는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$
결론) □EBFD 는 평행사변형
증명) □ABCD 는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle EBF = \angle EDF$
$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{}$) 이므로
$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{}$
따라서 □EBFD 는 평행사변형이다.

① 동위각, $\angle FBD$　② 동위각, $\angle BDF$　③ 동위각, $\angle DFB$
④ 엇각, $\angle FBD$　⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$ 이다.

16. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?



가정) □ABCD는 평행사변형 $\overline{BE}=\overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}\cdots$㉠
$\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE}=\overline{OF}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

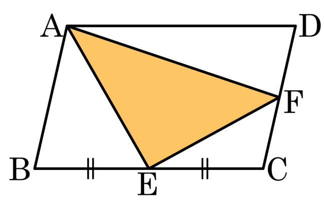
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}$이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

17. 다음의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 40\,cm^2$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $15\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 40 = 10\,(cm^2)$

$\triangle AFD = \frac{1}{4}\square ABCD = 10\,(cm^2)$

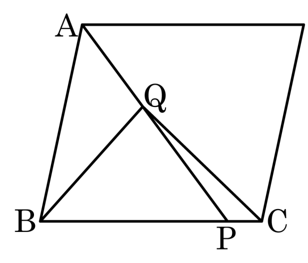
$\triangle FEC = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 40 = 5\,(cm^2)$

$\therefore \triangle AEF$

$= \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle AFD + \triangle FEC)$

$= 40 - (10 + 10 + 5) = 15\,(cm^2)$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 7$, $\square ABCD = 72\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle QBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ cm^2

▷ 정답 : $21\ \text{cm}^2$

해설

$\overline{QD}$, $\overline{PD}$ 를 그으면

$$\triangle AQD = \frac{5}{12}\triangle APD$$
$$= \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\square ABCD$$
$$= \frac{5}{24}\square ABCD$$
$$= \frac{5}{24} \times 72 = 15(\text{cm}^2)$$

따라서 $\triangle QBC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\square ABCD - \triangle AQD = 36 - 15 = 21(\text{cm}^2)$ 이다.