

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120일 때, $a_4 + a_7$ 의 값은?

① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 36

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제10항까지의 합이 120이므로 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$\frac{10(2a + 9d)}{2} = 120 \quad \therefore 2a + 9d = 24$$

$$a_4 + a_7 = (a + 3d) + (a + 6d) = 2a + 9d = 24$$

2. 두 수 1과 64 사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로
1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

3. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

① n

② $3n - 2$

③ $2n + 1$

④ n^2

⑤ $(n + 1)^2$

해설

$$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$$

$$\therefore a_n = n^2$$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 = 11$, $a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 가 성립할 때, a_{10} 의 값은?

① 36

② 39

③ 42

④ 45

⑤ 48

해설

공차를 d 라 하면 $a_1 + a_2 = 11$ 에서 $a_1 + \{a_1 + (2-1)d\} = 11$

$$\therefore 2a_1 + d = 11 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$a_3 + a_4 + a_5 = 54$ 에서 $(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 54$

$$\therefore a_1 + 3d = 18 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$ 을 연립하여 풀면 $a_1 = 3$, $d = 5$

$$\therefore a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9 \times 5 = 48$$

5. 1과 10사이에 각각 10개, 20개의 항을 나열하여 만든 두 수열

$$1, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$$

$$1, b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$$

이 모두 등차수열을 이룰 때, $\frac{a_{10} - a_1}{b_{20} - b_1}$ 의 값은?

① $\frac{209}{189}$

② $\frac{11}{189}$

③ $\frac{209}{11}$

④ $\frac{198}{209}$

⑤ 1

해설

1, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}, 10$ 의 공차를 p 라 하면

$$1 + 11p = 10 \Rightarrow p = \frac{9}{11}$$

1, $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{20}, 10$ 의 공차를 q 라 하면

$$1 + 21q = 10 \Rightarrow q = \frac{9}{21}$$

$$\therefore \frac{a_{10} - a_1}{b_{20} - b_1} = \frac{9p}{19q} = \frac{9 \cdot \frac{9}{11}}{19 \cdot \frac{9}{21}} = \frac{189}{209}$$

6. 두 수 3과 7의 등차중항을 a , 10과 -2의 등차중항을 b 라 할 때, 이차 방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

3과 7의 등차중항은 $a = \frac{3+7}{2} = 5$

10과 -2의 등차중항은 $b = \frac{10+(-2)}{2} = 4$

$x^2 + ax + b = 0$ 에서

$x^2 + 5x + 4 = 0$, $(x+1)(x+4) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = -4$

따라서 두 근의 차는 3

7. 직각삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 작은 것부터 순서대로 $4, a, b$ 이고 이 순서로 등차수열을 이룬다고 한다. 이때, 직각삼각형의 넓이는?

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{16}{3}$

③ $\frac{32}{3}$

④ $\frac{40}{3}$

⑤ $\frac{64}{3}$

해설

$4 < a < b$ 이고, $4, a, b$ 가 직각삼각형의 세 변의 길이이므로
 $4^2 + a^2 = b^2 \dots \textcircled{㉠}$

또, $4, a, b$ 가 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2a = 4 + b, b = 2a - 4 \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡}$ 를 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$4^2 + a^2 = (2a - 4)^2, 16 + a^2 = 4a^2 - 16a + 16$$

$$3a^2 - 16a = 0, a(3a - 16) = 0$$

$$\therefore a = \frac{16}{3}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$

8. $a_5 = 27$, $a_{11} = 15$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 27$$

$$a_{11} = a + 10d = 15$$

연립하여 풀면 $d = -2$, $a = 35$

$$\therefore a_n = 35 + (n - 1) \times (-2) = -2n + 37$$

$-2n + 37 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$37 < 2n, \quad 18.5 < n$$

$$\therefore n = 19$$

$\therefore \{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은 a_{19} 이다.

9. 어떤 등차수열의 첫째항부터 제10항까지의 합이 145, 제 11항부터 제 20항까지의 합이 445이다. 이 등차수열의 제 21항부터 제 30항까지의 합은?

① 645

② 680

③ 715

④ 745

⑤ 780

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하고 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 145 \quad \therefore 2a + 9d = 29 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 145 + 445 = 590$$

$$\therefore 2a + 19d = 59 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $d = 3$, $a = 1$

따라서 제 21항부터 제 30항까지의 합은

$$S_{30} - S_{20} = \frac{30(2 \cdot 1 + 29 \cdot 3)}{2} - 590 = 745$$

10. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $S_n = \log_8 4^n$ 으로 나타내어지는 수열의 일반항 a_n 은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{n}{2}$

④ $\frac{n}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}n$

해설

$$S_n = \log_8 4^n = \log_{2^3} 2^{2n} = \frac{2n}{3}$$

$$S_{n-1} = \frac{2(n-1)}{3}$$

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \quad (n \geq 2) \\ &= \frac{2}{3}n - \frac{2}{3}(n-1) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{또 } a_1 = \log_8 4 = \frac{2}{3} \text{ 이므로 } a_n = \frac{2}{3}$$

11. 등비수열 $\sqrt{2} + 1, 1, \sqrt{2} - 1, 3 - 2\sqrt{2}, \dots$ 의 일반항을 a_n 이라 할 때, a_{100} 의 값은?

① $(\sqrt{2} - 1)^{98}$

② $(\sqrt{2} - 1)^{99}$

③ $(\sqrt{2} - 1)^{100}$

④ $\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)^{90}$

⑤ $2(\sqrt{2} - 1)^{90}$

해설

$$\text{공비를 } r \text{ 이라 하면 } r = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{\sqrt{2} - 1}{1} = \sqrt{2} - 1$$

$$\therefore a_n = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)^{n-1}$$

$$\begin{aligned}\therefore a_{100} &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)^{99} \\ &= (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)^{98} \\ &= (\sqrt{2} - 1)^{98}\end{aligned}$$

12. 매출액이 매년 일정한 비율로 증가하는 기업이 있다. 지난 10년간 매출액의 증가율이 69%일 때, 처음 5년간 매출액의 증가율은?

① 13%

② 15%

③ 20%

④ 24%

⑤ 30%

해설

매년 매출액의 증가비율을 a 라 하자

$(1 + a)^{10} = 1.69$ 일 때

$$(1 + a)^5 = \sqrt{1.69} = \sqrt{1.3^2} \\ = 1.3 \text{이므로}$$

1.3배로 증가하였다.

따라서 증가율은 30%

13. 첫째항부터 제 n 항까지의 합 $S_n = 3 \cdot 2^n + k$ 로 나타내어지는 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되기 위한 상수 k 의 값은?

① 0

② -1

③ -2

④ -3

⑤ -4

해설

$n \geq 2$ 일 때,

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= (3 \cdot 2^n + k) - (3 \cdot 2^{n-1} + k) = 3 \cdot 2^{n-1}(2 - 1) = 3 \cdot 2^{n-1} \dots \textcircled{㉠}$$

따라서, $n \geq 2$ 일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 첫째항부터 등비수열이 되려면
 $\textcircled{㉠}$ 이 $n = 1$ 일 때에도 성립해야 하므로

$$3 = 6 + k \quad \therefore k = -3$$

14. 다음 중 $\sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \cdots + \sum_{k=10}^{10} k$ 의 값과 같은 것은?

① $\sum_{k=1}^{10} 2k$

② $\sum_{k=1}^{20} k$

③ $\sum_{k=6}^{10} 5k$

④ $\sum_{k=1}^{10} k^2$

⑤ $\sum_{k=1}^{10} (k^2 + k)$

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \cdots + \sum_{k=10}^{10} k \\ &= (1 + 2 + 3 + 4 + \cdots + 10) + (2 + 3 + 4 + \cdots + 10) + (3 + 4 + \cdots + 10) + \cdots + 10 \\ &= 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \cdots + 10 \cdot 10 = \sum_{k=1}^{10} k^2 \end{aligned}$$

15. $f(n) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 일때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1}$ 을 $f(n)$ 과 $f(2n)$ 으로 나타내면?

① $f(2n) - f(n)$

② $f(2n) - \frac{1}{2}f(n)$

③ $2f(n) - f(2n)$

④ $f(n) - \frac{1}{2}f(2n)$

⑤ $3f(n) - 2f(2n)$

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k-1} \\ &= \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2n-1} \\ &= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2n-1} + \frac{1}{2n} \right) \\ &\quad - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n} \right) \\ &= \sum_{k=1}^{2n} \frac{1}{k} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2k} \\ &= f(2n) - \frac{1}{2} \cdot f(n) \end{aligned}$$

16. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n$ 일 때, $\sum_{k=1}^n a_{2k-1}$ 을 n 에 대한 식으로 나타내면?

① $n^2 + 1$

② $n^2 + 3n$

③ $2n^2$

④ $2n^2 + n$

⑤ $3n^2 - 1$

해설

$$\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n \text{ 이므로}$$

$n \geq 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 + n - \{(n-1)^2 + (n-1)\} \\ &= 2n \dots\dots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } a_1 = S_1 = 2$$

이것은 ㉞에 $n = 1$ 을 대입하여 얻은 값과 같으므로 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = 2n$$

$$\therefore a_{2k-1} = 2(2k-1) = 4k-2$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{k=1}^n a_{2k-1} &= \sum_{k=1}^n (4k-2) \\ &= 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 2n \\ &= 2n^2 \end{aligned}$$

17. 수열 $\frac{1}{2^2-1}, \frac{1}{3^2-1}, \frac{1}{4^2-1}, \frac{1}{5^2-1}, \dots$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하면?

① $\frac{n+2}{2(n+1)}$

② $\frac{2n}{(n+1)(n+2)}$

③ $\frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

④ $\frac{2n+5}{2(n+3)}$

⑤ $\frac{2n(n+1)}{(n+3)(n+5)}$

해설

$$a_k = \frac{1}{(k+1)^2-1} = \frac{1}{k(k+2)}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \text{ 이므로}$$

$$S_n = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) \right\} + \dots +$$

$$\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$$= \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$$

18. 수열 2, 3, 5, 8, 12, ... 에서 처음으로 200보다 커지는 항은?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면, 그 제차수열의 일반항 b_n 은 1, 2, 3, 4, ...

$$\therefore b_n = n$$

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} k$$

$$= 2 + \frac{(n-1)n}{2} = \frac{n^2 - n}{2} + 2$$

따라서 $\frac{n^2 - n}{2} + 2 > 200$ 에서 $n^2 - n = n(n-1) > 396$

이므로 $19 \times 20 = 380$, $20 \times 21 = 420$ 에서 $n = 21$

19. 수열 $1, \frac{1}{2}, 1, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots$ 의 첫째항부터 제 150항까지에서 $\frac{1}{2}$ 은 몇 번 나타나는가? (단, 약분해서 $\frac{1}{2}$ 인 것을 포함한다.)

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

주어진 수열을 군수열로 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{1}{1}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{2}{2}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}\right), \left(\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}\right), \dots$$

제 n 군의 항의 개수는 n 개이고,

$$\frac{16 \cdot 17}{2} = 136, \frac{17 \cdot 18}{2} = 153 \text{ 이므로 제 150 항은 제 17군의 14}$$

번째 항이다. $\frac{1}{2}$ 는 제 2군, 제 4군, 제 6군, $\dots$, 제 16군에서 1번씩

나타나므로 모두 8번 나타난다.

20. $a_1 = 0$, $a_{n+1} = -a_n + 2$ 와 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하면?(단, $n = 1, 2, 3, \dots$)

① $1 + (-1)^n$

② $2 + (-1)^n$

③ $3 + (-1)^n$

④ $4 + (-1)^n$

⑤ $5 + (-1)^n$

해설

$$a_{n+1} = -a_n + 2 \text{에서}$$

$$a_{n+1} - 1 = -(a_n - 1)$$

이때, 수열 $\{a_n - 1\}$ 은 첫째항이 $a_1 - 1$, 공비가 -1 인 등비수열이므로

$$a_n - 1 = (a_1 - 1) \cdot (-1)^{n-1} = (-1)^n$$

$$\therefore a_n = 1 + (-1)^n$$

21. $a_1 = p$, $a_{n+1} = -\frac{1}{a_n + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)로 정의되는 수열이 있다.
다음 중 임의의 양수 p 에 대하여 $a_n = p$ 가 되도록 하는 n 의 값은?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$a_1 = p, a_2 = -\frac{1}{p+1},$$

$$a_3 = \frac{-1}{-\frac{1}{p+1} + 1} = -\frac{p+1}{p},$$

$$a_4 = \frac{-1}{-\frac{p+1}{p} + 1} = p, a_5 = -\frac{1}{p+1}, \dots$$

$$\therefore a_1 = a_4 = a_7 = \dots = a_{22} = a_{25} = \dots = p$$

즉, $n = 3k + 1$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)이면 $a_n = p$ 이다.

$$\therefore a_{22} = p$$

22. 다음은 n 이 자연수일 때, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ 이 성립함을 증명하는 과정이다.

보기

(i) $n = 1$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = 1^2 = 1, (\text{우변}) = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

이므로 주어진 등식은 성립한다.

(ii) $n = k$ 일 때 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)$$

위의 식의 양변에 $(k+1)^2$ 을 더하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2$$

$$= \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) + (k+1)^2$$

$$= \frac{1}{6}(k+1)(\boxed{\text{가}})$$

$$= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(\boxed{\text{나}})$$

따라서, $n = k+1$ 일 때에도 주어진 등식은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① $2k^2 + 7k + 4, 2k + 2$

② $2k^2 + 7k + 5, 2k + 2$

③ $2k^2 + 7k + 5, 2k + 3$

④ $2k^2 + 7k + 6, 2k + 2$

⑤ $2k^2 + 7k + 6, 2k + 3$

해설

(ii) $n = k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 = \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)$$

위의 식의 양변에 $(k+1)^2$ 을 더하면

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + k^2 + (k+1)^2$$

$$= \frac{1}{6}k(k+1)(2k+1) + (k+1)^2$$

$$= \frac{1}{6}(k+1)(\boxed{2k^2 + 7k + 6})$$

$$= \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(\boxed{2k+3})$$

따라서, $n = k+1$ 일 때에도 주어진 등식은 성립한다.

23. 등식 $(1^3 - 2) + (2^3 - 4) + (3^3 - 6) + \cdots + (m^3 - 2m) = 35^2 - 1$ 이 성립하도록 하는 자연수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$(1^3 - 2) + (2^3 - 4) + (3^3 - 6) + \cdots + (m^3 - 2m) \\ = \sum_{k=1}^m (k^3 - 2k) = \sum_{k=1}^m k^3 - 2 \sum_{k=1}^m k$$

$$\text{이때, } \sum_{k=1}^m k^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 = (\sum_{k=1}^m k)^2 \text{ 이므로}$$

$\sum_{k=1}^m k = x$ 로 놓으면 주어진 등식은

$$x^2 - 2x = 35^2 - 1, \quad x^2 - 2x = 36 \cdot 34$$

$$x^2 - 2x - 36 \cdot 34 = 0$$

$$\therefore x = 36 (\because x > 0)$$

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^m k = \frac{m(m+1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$m(m+1) = 72 = 8 \cdot 9$$

$$\text{따라서 } m = 8$$

24. 다음과 같이 정의된 수열의 일반항 a_n 에 대하여 $a_{50} = p - 2^q$ 이라 할 때 $p + q$ 의 값을 구하여라.

$$a_1 = 1, a_2 = 2,$$

$$2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0 (\text{단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -45

해설

$$2a_{n+2} - 3a_{n+1} + a_n = 0$$

$$2(a_{n+2} - a_{n+1}) = a_{n+1} - a_n$$

$$a_{n+1} - a_n = b_n \text{ 이라 하면}$$

$$2b_{n+1} = b_n, b_{n+1} = \frac{1}{2}b_n$$

$$b_1 = a_2 - a_1 = 2 - 1 = 1$$

$\therefore \{b_n\}$ 은 초항이 1이고

공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열

$$\therefore b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$a_{n+1} - a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$a_2 - a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$a_3 - a_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^1$$

$$\vdots$$

$$+ \left[a_n - a_{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \right]$$

$$a_n - a_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$$

$$a_n = 1 + \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= 1 + 2 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right\}$$

$$= 3 - 2 \cdot 2^{-n+1}$$

$$a_n = 3 - 2^{-n+2}$$

$$a_{50} = 3 - 2^{-48}$$

$$p = 3, q = -48 \therefore p + q = -45$$

25. 모든 항의 값이 자연수이고 $a_1 < a_2 < a_3 \cdots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여, $a_{n+2} = a_n + a_{n+1} (n \geq 1)$ 이 성립하고 $a_6 = 62$ 라 할 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1} \text{ 에서}$$

$$a_3 = a_1 + a_2$$

$$a_4 = a_2 + a_3 = a_2 + (a_1 + a_2) = a_1 + 2a_2$$

$$a_5 = a_3 + a_4 = (a_1 + a_2) + (a_1 + 2a_2) = 2a_1 + 3a_2$$

$$a_6 = a_4 + a_5 = (a_1 + 2a_2) + (2a_1 + 3a_2) = 3a_1 + 5a_2$$

$$\therefore 3a_1 + 5a_2 = 62$$

a_1, a_2 의 값은 자연수이고 $a_1 < a_2$ 이므로

$$a_1 = 4, a_2 = 10$$

$$\therefore a_1 + a_2 = 14$$