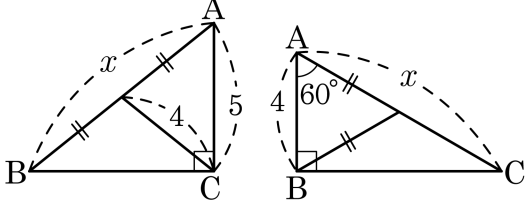


1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 x 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

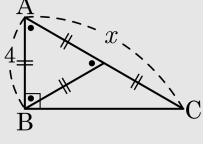
▷ 정답 : 16

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로

왼쪽 삼각형 : $x = 4 \times 2 = 8$

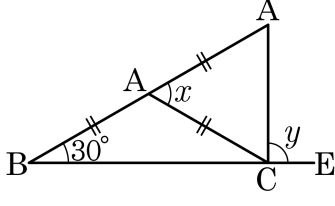
오른쪽 삼각형 :



$$x = 4 \times 2 = 8$$

$$\therefore 8 + 8 = 16$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



- ① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle x = 60^\circ \cdots \text{㉠}$

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60^\circ (\because \text{㉠})$

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

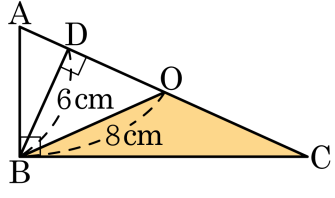
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

$\angle DCE = 90^\circ$ 이다.

$\therefore \angle y = 90^\circ \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



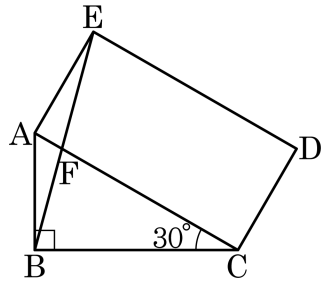
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm²

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{OB}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.
또한, $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OA}$ 이므로
 $\overline{AC} = 16\text{cm}$
 $\therefore \triangle OBC = \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 6\right) \times \frac{1}{2} = 24(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 30°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O를 잡으면 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

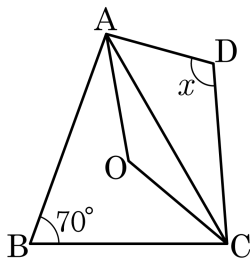
$$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$$

$$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

$$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$$

$$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O로 동일하고 $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 110°

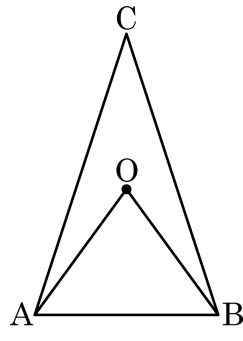
해설

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 140^\circ$$

$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

□AOC D 에 서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360^\circ$,
 $360^\circ = 140^\circ + a + b + a + b = 140^\circ + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110^\circ$

6. $\triangle ABC$ 의 외심을 O라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : 1

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면

$$2x + 2y + 2z = 180^\circ, x + y + z = 90^\circ \dots \textcircled{7}$$

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots \textcircled{D}$$

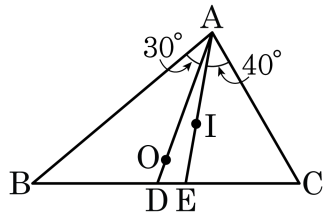
$$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$$

㉞ ㉝을 더하면 $x = 54^\circ$

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$
 $\therefore \angle OBP$ 는 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 의 이등변삼각형이므로

$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다.
 $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$ 일 때, $\angle ADE = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에
 알맞은 수를 구하여라.



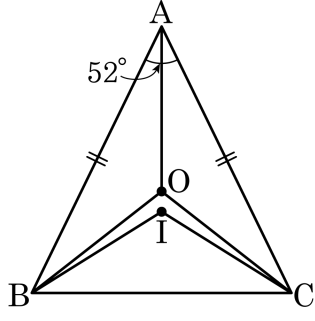
▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10^\circ$, $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
 $\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 10^\circ$
 $\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70^\circ$

8. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52^\circ$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—

▷ 정답 : 6°

해설

외심의 성질에 의해

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52^\circ = 104^\circ \text{ 이고,}$$

내심의 성질에 의해

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 52^\circ = 116^\circ$$

$$\text{또한, } \angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle A) = \frac{1}{2}(180^\circ - 52^\circ) = 64^\circ$$

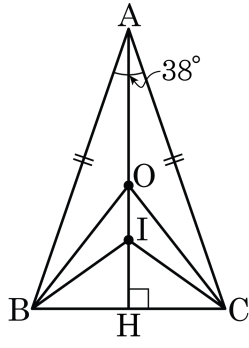
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 104^\circ) = 38^\circ \cdots \text{㉠}$$

$$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 116^\circ) = 32^\circ \cdots \text{㉡}$$

따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38^\circ - 32^\circ = 6^\circ$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



- ① 13° ② $\frac{29}{2}^\circ$ ③ $\frac{33}{2}^\circ$ ④ 16° ⑤ 17°

해설

$$\begin{aligned} \angle BOC &= 2 \times \angle BAC = 2 \times 38^\circ = 76^\circ \\ \therefore \angle OBC &= 52^\circ \\ \angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2} \angle BAC = 109^\circ, \\ \angle IBH &= \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}^\circ \\ \angle x = \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBH = 52^\circ - \frac{71}{2}^\circ = \frac{33}{2}^\circ. \end{aligned}$$