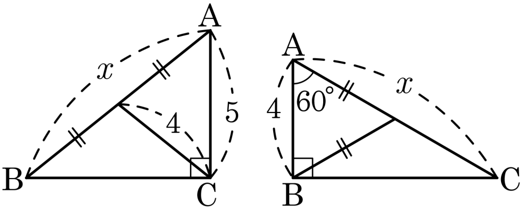
1. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 x의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

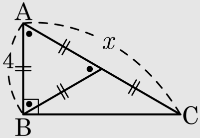
▷ 정답 : 16

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로

왼쪽 삼각형 : $x = 4 \times 2 = 8$

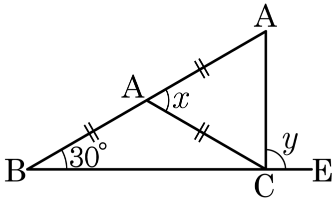
오른쪽 삼각형 :



$x = 4 \times 2 = 8$

$\therefore\ 8 + 8 = 16$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 150° ② 160° ③ 170° ④ 180° ⑤ 190°

해설

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로 빗변의 중점인 점 A 는 직각삼각형의 외심이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACB = \angle ABC = 30°$

삼각형의 외각의 성질에 의해 $\angle DAC = \angle ACB + \angle ABC = 30° + 30° = 60°$

$\therefore \angle x = 60° \cdots$ ㉠

$\overline{CA} = \overline{AD}$ 이므로

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \angle ACD = \angle CDA = 60°$ ($\because$ ㉠)

세 내각의 크기가 같으므로 삼각형 ACD 는 정삼각형이다.

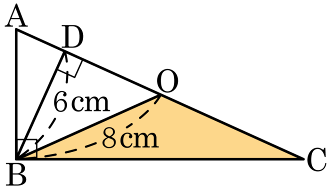
$\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB = 60° + 30° = 90°$

$\angle DCE = 90°$ 이다.

$\therefore \angle y = 90° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해서 $\angle x + \angle y = 60° + 90° = 150°$

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ **정답 :** 24 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

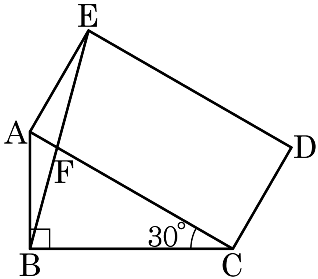
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심이므로 $\overline{\mathrm{OB}}$는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이를 이등분한다.

또한, $\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OA}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AC}}=16\mathrm{cm}$

$\therefore \triangle\mathrm{OBC}=\left(\dfrac{1}{2}\times 16\times 6\right)\times\dfrac{1}{2}=24(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ **정답 :** $\underline{30°}$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60°$ 이므로

$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$

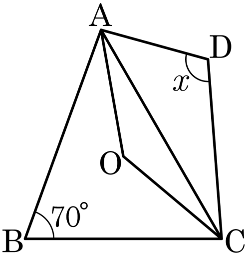
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$

$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** °

▷ **정답 :** 110°

해설

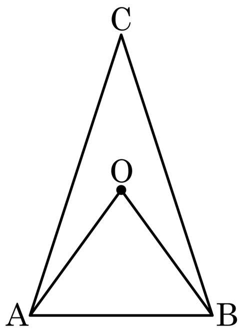
$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$

$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

$\square AOCD$ 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,

$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110°$

6. $\triangle$ABC 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle$AOB 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad}$ °

▷ **정답 :** 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC =$ z 라고 하면

$2x + 2y + 2z = 180°$, $x + y + z = 90° \cdots$ ㉠

또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로

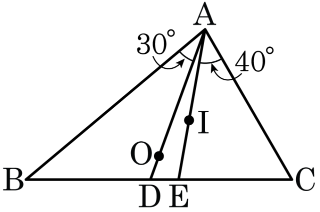
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54°$

$\triangle$AOB 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle AOB = 180° - (54° \times 2) = 72°$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다. $\angle BAD = 30°$, $\angle CAE = 40°$ 일 때, $\angle ADE = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70

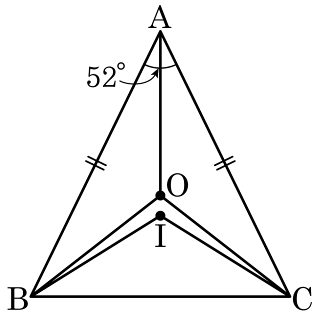
해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10°$,$\angle OBA = \angle OAB = 30°$

$\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90°$ 이므로 $\angle OBC = 10°$

$\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70°$

8. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52\,°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



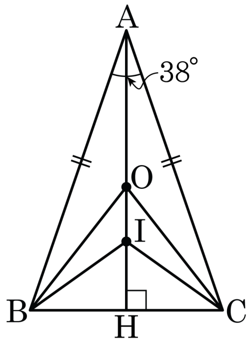
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 6 °

해설

외심의 성질에 의해
$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52\,° = 104\,°$ 이고,
내심의 성질에 의해
$\angle BIC = 90\,° + \frac{1}{2}\angle A = 90\,° + \frac{1}{2} \times 52\,° = 116\,°$
또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180\,° - \angle A) = \frac{1}{2}(180\,° - 52\,°) = 64\,°$
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180\,° - 104\,°) = 38\,° \cdots$ ㉠
$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180\,° - 116\,°) = 32\,° \cdots$ ㉡
따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38\,° - 32\,° = 6\,°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$ ④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$

$\therefore \angle OBC = 52°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$