

1. $x^7 \div \square \div x = x^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① x^3

② x^4

③ x^5

④ x^6

⑤ x^7

해설

$\square$ 를 x^a 라고 하면 $7 - a - 1 = 2$, $a = 4$ 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{2yz}{x}\right)^2 = \frac{4y^2z^2}{x^2}$

③ $\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = -\frac{x^2}{4y^4}$

⑤ $\left(\frac{xy}{2}\right)^3 = \frac{x^3y^3}{8}$

② $\left(-\frac{x^2}{3}\right)^3 = -\frac{x^6}{27}$

④ $\left(\frac{2}{x}\right)^4 = \frac{16}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{4y^4}$ 이므로 옳지 않은 것은 ③ 이다.

3. 5^5 을 25번 더하여 얻은 값을 5의 거듭제곱으로 나타낸 것은?

① $5^5 + 25$

② $5^5 \times 25$

③ 5^7

④ $(5^5)^2$

⑤ $(5^5)^{25}$

해설

$$5^5 \times 25 = 5^5 \times 5^2 = 5^7$$

4. $a^3x^2y^3 \times (-xy)^b = -8x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 $ab - 2c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} a^3x^2y^3 \times (-xy)^b &= a^3 \times (-1)^b \times x^{2+b} \times y^{3+b} \\ &= -8x^cy^6 \end{aligned}$$

$$a^3 \times (-1)^b = -8, 2+b=c, 3+b=6 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=5$$

$$\therefore ab - 2c = 2 \times 3 - 2 \times 5 = -4$$

5. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$$

$$a^{6-y}b^{3x-3} = a^5b^9$$

$$6 - y = 5 \quad \therefore y = 1$$

$$3x - 3 = 9 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore x + y = 5$$

6. 정육면체의 겉넓이가 $\frac{27}{2}a^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이는?

① $\frac{3}{2}a$

② $\frac{9}{4}a$

③ $\frac{3}{2}a^2$

④ $\frac{9}{4}a^2$

⑤ $4a$

해설

정육면체의 한 변의 길이를 x 라고 하면
(정육면체의 겉넓이) = $x^2 \times 6$ 이므로

$$\frac{27}{2}a^2 = x^2 \times 6$$

$$x^2 = \frac{9}{4}a^2$$

따라서 정육면체의 한 변의 길이 $x = \frac{3}{2}a$ 이다.

7. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(x^2)^a \div (-x)^2 = x^{2a} \div x^2 = x^4$$

$$2a - 2 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

$$y^3 \div (y^b)^2 = y^3 \div y^{2b} = \frac{1}{y} = y^{-1}, \quad 3 - 2b = -1$$

$$\therefore b = 2$$

$$(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = z^{10} \div z^2 \div (-z^{3c}) = -\frac{1}{z^4} = -z^{-4}$$

$$10 - 2 - 3c = -4$$

$$\therefore c = 4$$

$$a = 3, b = 2, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

8. $(-2a^2b^2c)^3 = xa^6b^yc^z$ 일 때, $x + y + z$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$(-2a^2b^2c)^3 = -8a^6b^6c^3$$

$$x = -8, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = -8 + 6 + 3 = 1$$

9. $4^{2a+1} = 4^{2a} \times 2^b = 64$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$64 = 4^3$$

$$64 = 2^6 = (2^2)^{2a} \times 2^b$$

$$2a + 1 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$4a + b = 6 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

10. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12

② 14

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} 4^9(5^{12} + 5) &= 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5 \\ &= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17} \end{aligned}$$

이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로

$(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.

$$(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$$

따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

11. 다음 중 가장 큰 수는?

① $2^{10} \times 5^9 \times 7$

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11}$

③ $2^{10} \times 5^{11}$

④ $2^{10} \times 5^9$

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13$

해설

① $2^{10} \times 5^9 \times 7 = 14 \times 10^9$ 이므로 11 자리의 수

② $2^{12} \times 3 \times 5^{11} = 6 \times 10^{11}$ 이므로 12 자리의 수

③ $2^{10} \times 5^{11} = 5 \times 10^{10}$ 이므로 11 자리의 수

④ $2^{10} \times 5^9 = 2 \times 10^9$ 이므로 10 자리의 수

⑤ $2^9 \times 5^8 \times 13 = 26 \times 10^8$ 이므로 10 자리의 수

12. $2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때,
 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 16 \times 18 \times 20 \\ &= 2^{10}(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10) \\ &= 2^{10}(2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1) \\ &a = 18, b = 4, c = 2, d = 1 \\ &\therefore a + b + c + d = 25 \end{aligned}$$

13. 정육면체의 부피가 $27a^6b^9$ 일 때, 한 모서리의 길이는?

- ① $3a^2b^3$ ② $9a^2b$ ③ $3a^3b^6$ ④ $6a^3b^3$ ⑤ $9a^3b^3$

해설

(정육면체의 부피) = (한 모서리의 길이) $\times$ (한 모서리의 길이) $\times$ (한 모서리의 길이) 이므로
 $27a^6b^9 = (3a^2b^3)^3$

14. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$

② $2xy^2$

③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$

⑤ $-2xy$

해설

$$-2xy \times \square = -4x^3y^2$$

$$\square = 2x^2y$$

15. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

16. 다음 보기 중 가장 큰 수를 골라라.

보기

㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2$

㉡ $5^2 \times 3^3$

㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7$

㉣ $3^2 \times (2^2)^3$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ $3 \times 2^2 \times 3^2 = 3^3 \times 2^2 = 27 \times 4 = 108$

㉡ $5^2 \times 3^3 = 25 \times 27 = 675$

㉢ $2^3 \times 3^2 \times 7 = 8 \times 9 \times 7 = 504$

㉣ $3^2 \times (2^2)^3 = 9 \times 2^6 = 9 \times 64 = 576$

따라서 가장 큰 수는 ㉡이다.

17. 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $x^m y^n = z^{m-n}$, $x^n y^m = z^{n-m}$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^m y^n = z^{m-n}, x^n y^m = z^{n-m} \text{ 에서}$$

$$z^{m-n} \times z^{n-m} = z^{m-n+n-m} = z^0 = 1$$

$$x^m y^n \times x^n y^m = (xy)^{m+n} = 1 \text{ 에서 } m+n \neq 0 \text{ 이므로 } xy = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \left(\frac{1}{xy}\right)^{m+n} = 1^{m+n} = 1$$

18. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^p y^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3 - p = -2 \quad \therefore p = 5$$

$$7 - q = 1 \quad \therefore q = 6$$

$$\therefore p + q = 11$$

19. $f(x) = 3^x$ 이라고 할 때, 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$f(2) \times f(-3) \div f(5) = f(\text{})$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} f(2) \times f(-3) \div f(5) &= 3^2 \times 3^{-3} \div 3^5 \\ &= 3^{-6} = f(-6) \end{aligned}$$

20. $a = \frac{1}{2^{2x-1}}, b = \frac{1}{3^x}$ 일 때, 12^x 을 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{ab}$

해설

$12^x = (2^2 \times 3)^x = 2^{2x} \times 3^x$ 이므로 주어진 a, b 를 $2^{2x}, 3^x$ 으로 정리하면

$$2^{2x-1} = \frac{1}{a} \text{에서 } 2^{2x} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{a} \quad \therefore 2^{2x} = \frac{2}{a}$$

$$\frac{1}{3^x} = b \text{에서 } \therefore 3^x = \frac{1}{b}$$

$$\therefore 12^x = 2^{2x} \times 3^x = \frac{2}{a} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{ab}$$